

# Množiny

## Pojem množina

**Definícia 1** *Množina je súbor navzájom rozlíšiteľných objektov.*

- Množinu považujeme za určenú, ak vieme o ľubovoľnom objekte rozhodnúť, či patrí alebo nepatrí do danej množiny.
- Hovoríme, že objekt  $a$  je prvkom množiny  $M$ , ak patrí do množiny  $M$ , ozn.  $a \in M$ .
- Hovoríme, že objekt  $a$  nie je prvkom množiny  $M$ , ak nepatrí do množiny  $M$ , ozn.  $a \notin M$ .

## Vzt'ahy medzi množinami

**Definícia 2** *Dve množiny pokladáme za rovnaké, ak obsahujú tie isté prvky. Označujeme  $A = B$ .*

**Definícia 3** *Množinu  $A$  nazývame podmnožinou množiny  $B$ , ak každý prvok množiny  $A$  je tiež prvkom množiny  $B$ . Označujeme  $A \subset B$ .*

**Definícia 4** *Množinu, ktorá neobsahuje žiadne prvky, nazývame prázdnu množinou. Označujeme  $\emptyset$ , resp.  $\{\}$ .*

## Operácie s množinami

Nech  $A, B \subset M$ :

- zjednotenie množín  $A \cup B = \{x \in M : (x \in A) \vee (x \in B)\}$
- prienik množín  $A \cap B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \in B)\}$
- rozdiel množín  $A - B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$
- karteziánsky súčin  $A \times B = \{[a, b] : (a \in A), (b \in B)\}$
- komplement v  $M$  k  $A$   $A^c = \{x \in M : x \notin A\}$

## Číselné intervaly - Ohraničené intervaly

Nech  $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ :

- uzavretý interval  $\langle a, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$
- otvorený interval  $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$
- polouzavreté (polootvorené) intervaly  $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$   
 $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$

## Číselné intervaly - Neohraničené intervaly

Nech  $a, b \in \mathbb{R}$ :

- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$
- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
- $\langle a, \infty \rangle = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$
- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$
- $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

## Okolia bodu (číslo)

**Definícia 5** Nech  $\varepsilon > 0$  a  $a \in \mathbb{R}$ :

- $\varepsilon$ -ové okolie bodu  $a$   $O_\varepsilon(a) = (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$
- prstencové  $\varepsilon$ -ové okolie bodu  $a$   $O_\varepsilon^0(a) = O_\varepsilon - \{a\}$
- pravé  $\varepsilon$ -ové okolie bodu  $a$   $O_\varepsilon^+(a) = (a, a + \varepsilon)$
- ľavé  $\varepsilon$ -ové okolie bodu  $a$   $O_\varepsilon^-(a) = (a - \varepsilon, a)$

## Absolútna hodnota

**Definícia 6** Nech  $a \in \mathbb{R}$ . Číslo  $|a|$  definované vzťahom

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{pre } a \geq 0 \\ -a, & \text{pre } a < 0 \end{cases}$$

nazývame *absolútnou hodnotou* čísla  $a$ .

Nech  $a, b \in \mathbb{R}$ , potom platí

- $|a \pm b| \leq |a| + |b|$
- $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
- ak  $b \neq 0$ , tak  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

## Maximum a minimum množiny

**Definícia 7** *Nech  $M$  je podmnožina  $\mathbb{R}$ .*

*Ak existuje také reálne číslo  $D \in M$ , že pre každé  $x \in M$  je  $x \leq D$ , tak číslo  $D$  nazývame *maximum* množiny  $M$ .*

*Označujeme:  $D = \max M$*

**Definícia 8** *Nech  $M$  je podmnožina  $\mathbb{R}$ .*

*Ak existuje také reálne číslo  $d \in M$ , že pre každé  $x \in M$  je  $x \geq d$ , tak číslo  $d$  nazývame *minimum* množiny  $M$ .*

*Označujeme:  $d = \min M$*

## Horné a dolné ohraničenie množiny

**Definícia 9** *Nech  $M$  je neprázdna podmnožina  $\mathbb{R}$ .*

*Ak existuje také číslo  $K \in \mathbb{R}$ , že  $\forall x \in M$  platí  $x \leq K$  tak číslo  $K$  nazývame *horným ohraničením* množiny  $M$  a hovoríme, že  $M$  je *zhora ohraničená*.*

**Definícia 10** *Nech  $M$  je neprázdna podmnožina  $\mathbb{R}$ .*

*Ak existuje také číslo  $k \in \mathbb{R}$ , že  $\forall x \in M$  platí  $x \geq k$  tak číslo  $k$  nazývame *dolným ohraničením* množiny  $M$  a hovoríme, že  $M$  je *zdola ohraničená*.*

**Definícia 11** *Ak je neprázdna množina zdola aj zhora ohraničená, tak hovoríme, že je *ohraničená*.*

## Suprémum a infimum množiny

**Definícia 12** *Najmenšie horné ohraničenie  $S$  množiny  $M$  nazývame *suprémom* množiny  $M$ .*

*Označujeme:  $S = \sup M$ .*

**Definícia 13** *Najväčšie dolné ohraničenie  $s$  množiny  $M$  nazývame *infimum* množiny  $M$ .*

*Označujeme:  $s = \inf M$ .*

## Číselné množiny

**Definícia 14** *Nech  $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$  s vlastnosťami*

- $1 \in \mathbb{N}$ ,
- ak  $n \in \mathbb{N}$ , tak aj  $n + 1 \in \mathbb{N}$ .

*Potom  $\mathbb{N}$  nazývame množinou všetkých prirodzených čísel.*

**Definícia 15** *Množinu*

$$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{-a \in \mathbb{R} : a \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$$

*nazývame množinou celých čísel.*

**Definícia 16** *Množinu*

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \in \mathbb{R} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N} \right\}$$

*nazývame množinou racionálnych čísel.*

**Definícia 17** *Množinu*

$$\mathbb{I} = \{x \in \mathbb{R} : x \notin \mathbb{Q}\}$$

*nazývame množinou iracionálnych čísel.*

**Definícia 18** *Množinu*

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}, i^2 = -1$$

*nazývame množinou komplexných čísel.*