FUNKCIA

Katedra matematiky a teoretickej informatiky,
Technická univerzita v Košiciach

Definícia

Definícia

Nech $A, B \subset R$ sú dve neprázdne množiny a f je pravidlo (predpis), ktoré každému $x \in A$ priraďuje práve jeden prvok $f(x) \in B$. Potom hovoríme, že f je funkcia, ktorá zobrazuje množinu A do množiny B.
Píšeme

$$f : A \to B$$

- definičný obor funkcie f: $D(f) = A$
- obor hodnôt funkcie f: $H(f) = \{f(x) : x \in A\}$
- graf funkcie f: $G(f) = \{[x, f(x)] \in A \times B, x \in A\}$

Definícia

Definícia

Nech $A, B \subset R$ sú dve neprázdne množiny a f je pravidlo (predpis), ktoré každému $x \in A$ priraďuje práve jeden prvok $f(x) \in B$. Potom hovoríme, že f je funkcia, ktorá zobrazuje množinu A do množiny B.
Píšeme

$$f : A \to B$$

- definičný obor funkcie f: $D(f) = A$
- obor hodnôt funkcie f: $H(f) = \{f(x) : x \in A\}$
- graf funkcie f: $G(f) = \{[x, f(x)] \in A \times B, x \in A\}$

Definícia

Rovnosť dvoch funkcií

Nech $f : A \to B$, $g : C \to D$.

Budeme hovoriť, že funkcie f *a* g *sa rovnajú (píšeme* $f = g$*) práve vtedy, keď* $A = C$ *a pre každé* $x \in A$ *platí* $f(x) = g(x)$.

Definícia

Zúženie, rozšírenie funkcie

Nech $f : A \to B$ *a* $g : C \to B$, $C \subset A$ *a pre každé* $x \in C$ *platí* $f(x) = g(x)$. *Potom funkciu* f *nazývame rozšírením funkcie* g *a funkciu* g *nazývame zúžením funkcie* f.

Definícia

Rovnosť dvoch funkcií

Nech $f : A \to B$, $g : C \to D$.

Budeme hovoriť, že funkcie f *a* g *sa rovnajú (píšeme* $f = g$*) práve vtedy, keď* $A = C$ *a pre každé* $x \in A$ *platí* $f(x) = g(x)$.

Definícia

Zúženie, rozšírenie funkcie

Nech $f : A \to B$ *a* $g : C \to B$, $C \subset A$ *a pre každé* $x \in C$ *platí* $f(x) = g(x)$. *Potom funkciu* f *nazývame rozšírením funkcie* g *a funkciu* g *nazývame zúžením funkcie* f.

Definícia

Ohraničené funkcie

Funkciu f nazývame zhora (zdola) ohraničenou na množine $M \subset D(f)$, ak je zhora (zdola) ohraničná množina jej funkčných hodnôt $f(M) = \{f(x) : x \in M\}$.

Ak je funkcia f ohraničená zhora aj zdola na množine M, tak hovoríme, že je ohraničená na množine M

Definícia

Maximum a minimum funkcie

Ak má množina $f(M)$ najväčší (najmenší) prvok, tak toto číslo nazývame maximom (minimom) funkcie f na množine M a označujeme:

$$\max_{x\in M} f(x) \qquad \left(\min_{x\in M} f(x)\right)$$

Definícia

Ohraničené funkcie

Funkciu f nazývame zhora (zdola) ohraničenou na množine $M \subset D(f)$, ak je zhora (zdola) ohraničná množina jej funkčných hodnôt $f(M) = \{f(x) : x \in M\}$.

Ak je funkcia f ohraničená zhora aj zdola na množine M, tak hovoríme, že je ohraničená na množine M

Definícia

Maximum a minimum funkcie

Ak má množina $f(M)$ najväčší (najmenší) prvok, tak toto číslo nazývame maximom (minimom) funkcie f na množine M a označujeme:

$$\max_{x \in M} f(x) \qquad \left(\min_{x \in M} f(x)\right)$$

Definícia

Rýdzomonotónne funkcie

Funkciu f nazývame rastúcou (klesajúcou) na množine $M \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2$ platí $f(x_1) < f(x_2)$ $(f(x_1) > f(x_2))$.

Definícia

Monotónne funkcie

Funkciu f nazývame neklesajúcou (nerastúcou) na množine $M \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \leq f(x_2)$ $(f(x_1) \geq (x_2))$.

Definícia

Rýdzomonotónne funkcie

Funkciu f nazývame rastúcou (klesajúcou) na množine $M \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2$ platí $f(x_1) < f(x_2)$ $(f(x_1) > f(x_2))$.

Definícia

Monotónne funkcie

Funkciu f nazývame neklesajúcou (nerastúcou) na množine $M \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \leq f(x_2)$ $(f(x_1) \geq (x_2))$.

Definícia

Párne a nepárne funkcie

Funkcia f sa nazýva párna, resp. nepárna, ak platí

1. *pre každé* $x \in D(f)$ *aj* $-x \in D(f)$,
2. $f(x) = f(-x)$, *resp.* $f(-x) = -f(x)$ *pre všetky* $x \in D(f)$.

Definícia

Periodické funkcie

Funkciu f nazývame periodickou, ak existuje také reálne číslo $p > 0$, *že platí*

1. *pre každé* $x \in D(f)$ *aj* $x - p \in D(f), x + p \in D(f)$,
2. *pre všetky* $x \in D(f)$ *je* $f(x + p) = f(x)$.

Najmenšie také číslo p nazývame periódou funkcie f.

Definícia

Párne a nepárne funkcie

Funkcia f sa nazýva párna, resp. nepárna, ak platí

1. *pre každé $x \in D(f)$ aj $-x \in D(f)$,*
2. *$f(x) = f(-x)$, resp. $f(-x) = -f(x)$ pre všetky $x \in D(f)$.*

Definícia

Periodické funkcie

Funkciu f nazývame periodickou, ak existuje také reálne číslo $p > 0$, že platí

1. *pre každé $x \in D(f)$ aj $x - p \in D(f), x + p \in D(f)$,*
2. *pre všetky $x \in D(f)$ je $f(x + p) = f(x)$.*

Najmenšie také číslo p nazývame periódou funkcie f.

Definícia

Zložená funkcia

Nech $g : A \to B$, $f : B \to C$. *Potom funkciu* $f[g(x)] : A \to C$ *nazývame zloženou funkciou.*

Definícia

Prostá funkcia

Nech $f : A \to B$. *Ak pre každé* $x_1, x_2 \in A$ *také, že* $x_1 \neq x_2$ *platí* $f(x_1) \neq f(x_2)$, *tak funkciu nazývame prostou.*

Definícia

Zložená funkcia

Nech $g : A \to B$, $f : B \to C$. *Potom funkciu* $f[g(x)] : A \to C$ *nazývame zloženou funkciou.*

Definícia

Prostá funkcia

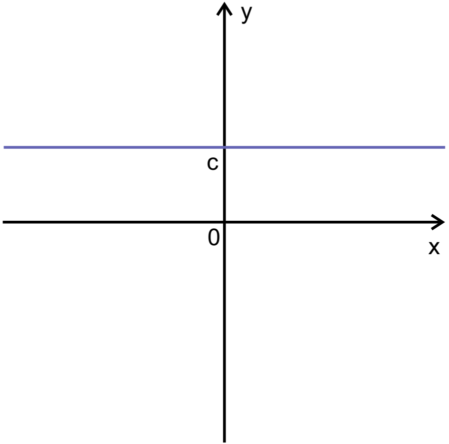
Nech $f : A \to B$. *Ak pre každé* $x_1, x_2 \in A$ *také, že* $x_1 \neq x_2$ *platí* $f(x_1) \neq f(x_2)$, *tak funkciu nazývame prostou.*

Definícia

Inverzná funkcia

Nech $f : A \to B$ *je prostá funkcia (kde* $B = H(f)$*). Funkciu* $f^{-1} : B \to A$, $f^{-1}(y) = x$ *nazývame inverznou funkciou k funkcii* $f : A \to B$ *práve vtedy, keď* $f(x) = y$.

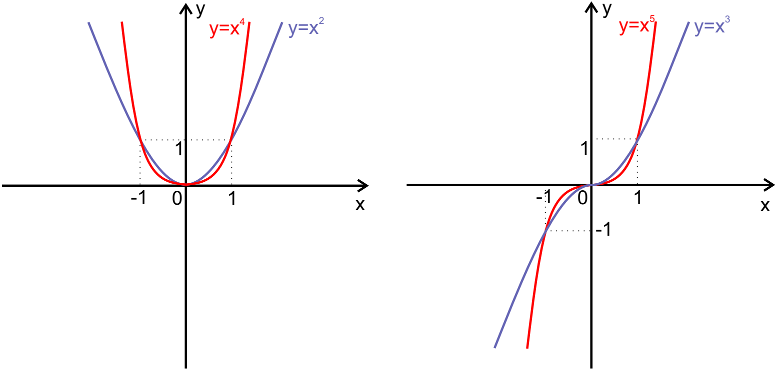
Konštantná funkcia $y = c$, $c \in \mathbb{R}$



Mocninová funkcia $y = x^n,\ n \in \mathbb{N}$

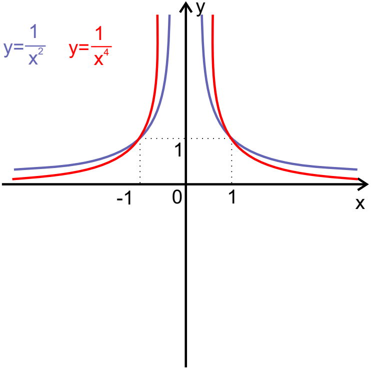
n-párne

n-nepárne

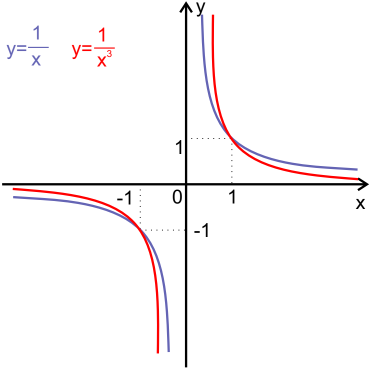


Mocninová funkcia $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}$, $n \in \mathbb{N}$

n-párne



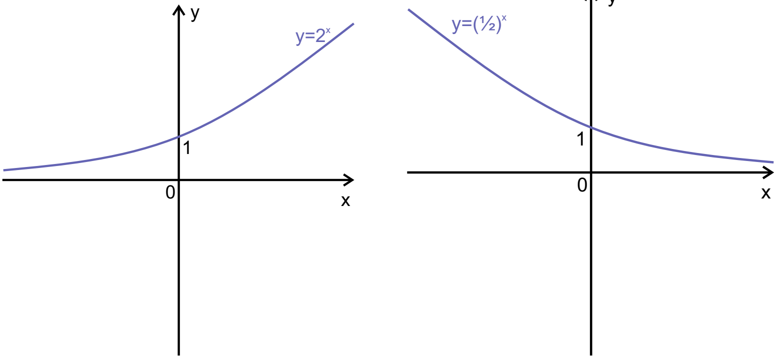
n-nepárne



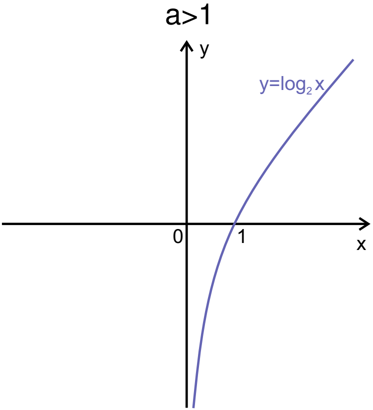
Exponenciálna funkcia $y = a^x$**,** $a > 0,\ a \neq 1$

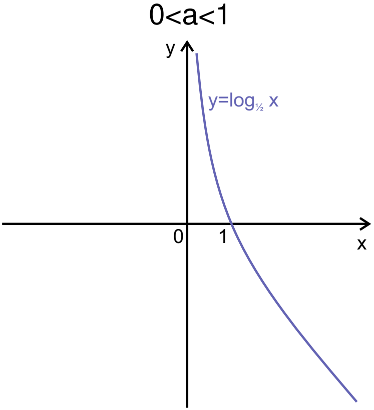
a>1

0<a<1

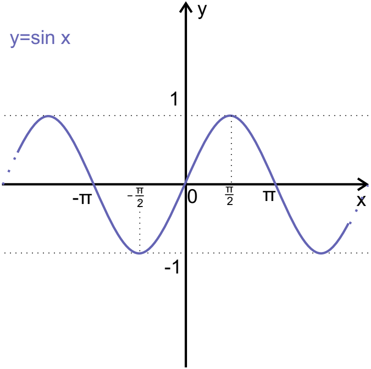


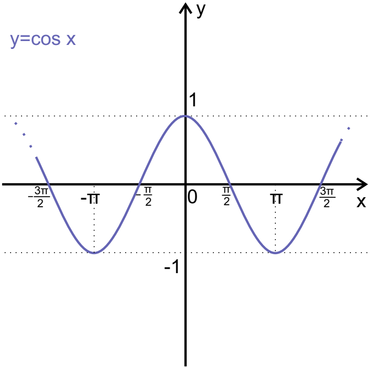
Logaritmická funkcia $y = \log_a x$, $a > 0,\ a \neq 1$



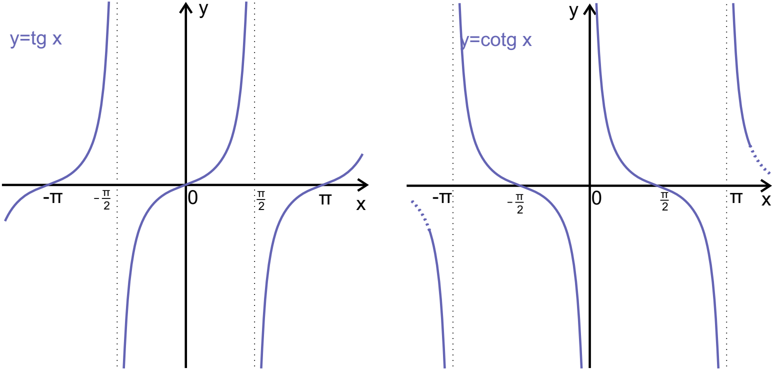


Goniometrické funkcie $y = \sin x$, $y = \cos x$

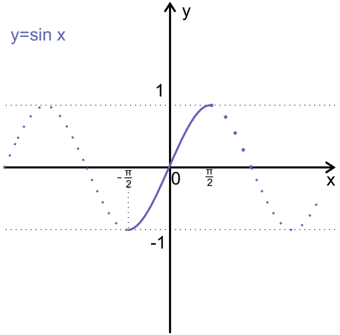


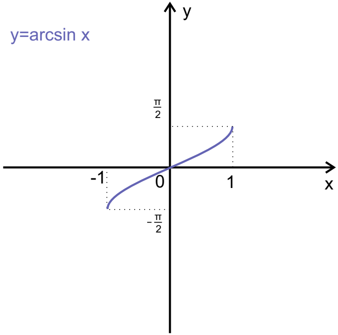


Goniometrické funkcie $y = tg\ x$, $y = cotg\ x$

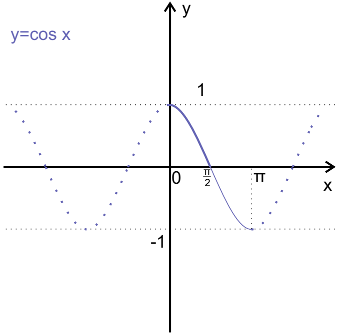


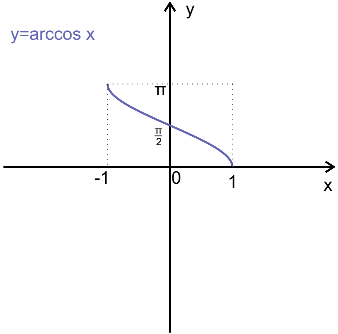
Cyklometrické funkcie $y=\arcsin x$



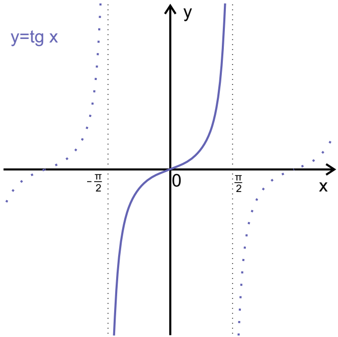


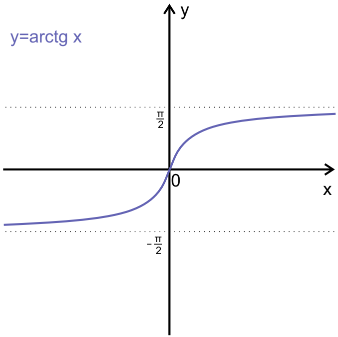
Cyklometrické funkcie $y = \arccos x$





Cyklometrické funkcie $y = arctg\ x$





Cyklometrické funkcie $y = arccotg\ x$