

POSTUPNOSTI

Katedra matematiky a teoretickej informatiky,
Technická univerzita v Košiciach

Definícia

Funkciu $f : N \rightarrow R$ nazývame *postupnosťou reálnych čísel* a prvok $a_n = f(n)$ nazývame *n-tý člen postupnosti*.

Označujeme

$$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$$

Definícia

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ sa nazýva

- *rastúca*, ak pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_n < a_{n+1}$,
- *klesajúca*, ak pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_n > a_{n+1}$,
- *nerastúca*, ak pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_n \geq a_{n+1}$,
- *neklesajúca*, ak pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_n \leq a_{n+1}$,

- *zhora ohraničená*, ak $\exists K \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N} : a_n \leq K$,
- *zdola ohraničená*, ak $\exists k \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N} : a_n \geq k$,
- *ohraničená*, ak je ohraničená zdola aj zhora.

Definícia

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ sa nazýva

- *rastúca*, ak pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_n < a_{n+1}$,
- *klesajúca*, ak pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_n > a_{n+1}$,
- *nerastúca*, ak pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_n \geq a_{n+1}$,
- *neklesajúca*, ak pre $\forall n \in \mathbb{N} : a_n \leq a_{n+1}$,

- *zhora ohraničená*, ak $\exists K \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N} : a_n \leq K$,
- *zdola ohraničená*, ak $\exists k \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N} : a_n \geq k$,
- *ohraničená*, ak je ohraničená zdola aj zhora.

Definícia

Číslo b sa nazýva limitou postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ práve vtedy, ak ku každému $O_{\epsilon}(b)$ existuje také $n_0 \in \mathbb{N}$, že pre každé $n \in \mathbb{N}, n \geq n_0$ platí $a_n \in O_{\epsilon}(b)$.

Zapisujeme

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = b.$$

Poznámka:

- Ak má postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ vlastnú limitu, hovoríme, že je **konvergentná**,
- Ak postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ nemá limitu, alebo má limitu nevlastnú, potom hovoríme, že je **divergentná**.