

Dvojný integrál

P1. Vypočítajte $\iint_M (2x + y) dx dy$, ak M je ohraničená krivkami $y = x^2 - 4$,
 $y = x + 2$. $\left[\frac{125}{6} \right]$

P2. Vypočítajte $\iint_M 2xy dx dy$, ak M je ohraničená krivkami $y^2 = x$, $y = x$, $x = 2$,
pričom $y^2 \leq x$. $\left[-\frac{1}{12} \right]$

P2.1. Vypočítajte $\iint_M 2xy dx dy$, ak M je ohraničená krivkami $y^2 = x$, $y = x$,
 $x = 2$, pričom $y^2 \geq x$. $\left[\frac{17}{12} \right]$

P3. Vypočítajte $\iint_M (x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1) dx dy$, ak M je ohraničená krivkami
 $y = 0$, $x = 0$, $x + y = 3$. $\left[-\frac{99}{4} \right]$

P4. Vypočítajte $\iint_M (x^2 + y) dx dy$, ak M je ohraničená parabolami $y = x^2$, $y^2 = x$.
 $\left[\frac{33}{140} \right]$

P5. Vypočítajte $\iint_M \frac{x^2}{y^2} dx dy$, ak M je ohraničená priamkami $y = x$, $x = 2$ a
hyperbolou $xy = 1$. $\left[\frac{9}{4} \right]$

P6. Vypočítajte $\iint_M \sqrt{xy - y^2} dx dy$, ak M je ohraničená priamkami $y = 5$, $y = x$,
 $y = x/10$. $[750]$

P7. Vypočítajte $\iint_M \cos(x + y) dx dy$, ak M je ohraničená priamkami $y = \pi$, $y = x$,
 $x = 0$. $[-2]$

P8. Vypočítajte $\iint_M e^{\frac{x}{y}} dx dy$, ak M je ohraničená krivkami $y^2 = x$, $y = 1$, $y = 2$,
 $x = 0$. $[e^2 - 3/2]$

P9. Vypočítajte $\iint_M \sqrt{1-x^2-y^2} \, dx dy$, ak M leží v prvom kvadrante a je daná $x^2 + y^2 \leq 1$. [$\pi/6$]

P10. Vypočítajte $\iint_M (x^2 + y^2) \, dx dy$, ak M leží v druhom kvadrante a je daná $x^2 + y^2 \leq 9$. [$81\pi/8$]

P11. Vypočítajte $\iint_M \ln(1+x^2+y^2) \, dx dy$, ak M je daná $x^2 + y^2 \leq 4$, $y \geq 0$. [$\pi(5 \ln 5 - 4)/2$]

P11. Vypočítajte $\iint_M \frac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} \, dx dy$, ak M je daná $1 \leq x^2 + y^2 \leq e^2$. [$\pi/2$]

P12. (bonusová úloha) Zmeňte poradie integrovania $\int_0^2 \left[\int_x^{2x} f(x, y) \, dy \right] dx$.

P13. (bonusová úloha) Zmeňte poradie integrovania $\int_1^2 \left[\int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) \, dy \right] dx$.

P14. (bonusová úloha) Zmeňte poradie integrovania $\int_1^e \left[\int_0^{\ln x} f(x, y) \, dy \right] dx$.

P15. Vypočítajte súradnice ťažiska homogénnej rovinnej oblasti ohraničenej kružnicou $x^2 - 2x + y^2 = 0$ a priamkou $y = x$ ak navyše $y \geq x$.

$$\left[T = \left(\frac{3\pi - 8}{3\pi - 6}, \frac{2}{3\pi - 6} \right) \right]$$

P16. Vypočítajte súradnice ťažiska homogénnej rovinnej oblasti ohraničenej parabolou $2y = x^2$ a priamkou ak $x + y = 2$.

$$\left[T = \left(-1, \frac{16}{5} \right) \right]$$

P16. Vypočítajte súradnice ťažiska homogénnej rovinnej oblasti ohraničenej krivkami $y = \sin x$, $y = 0$, $x = \pi/4$ ak $0 \leq x \leq \pi/4$.

$$\left[T = \left(\frac{\sqrt{2}(4 - \pi)}{4(2 - \sqrt{2})}, \frac{\pi - 2}{8(2 - \sqrt{2})} \right) \right]$$