

Trojný integrál

P1. Vypočítajte $\iiint_M (2x^2y - x + 1) \, dx dy dz$, ak $M = \langle 0, 2 \rangle \times \langle 1, 2 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$.
[8]

P2. Vypočítajte $\iiint_M xy^2\sqrt{z} \, dx dy dz$, ak $M = \langle -2, 1 \rangle \times \langle 1, 3 \rangle \times \langle 2, 4 \rangle$.
[8]
$$\left[\frac{104(2\sqrt{2} - 1)}{3} \right]$$

P3. Vypočítajte $\iiint_M \frac{1}{x + y + z} \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $x = 0$,
 $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$.
[4]

P4. Vypočítajte $\iiint_M (x^2 + y^2 + 1) \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $z =$
 $\sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.
[15]
$$\left[\frac{2\pi}{15}(336\sqrt{2} - 400) \right]$$

P5. Vypočítajte $\iiint_M (x^2 + y^2) \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $2z = x^2 + y^2$,
 $z = 2$.
[3]
$$\left[\frac{16}{3}\pi \right]$$

P6. Vypočítajte $\iiint_M dx dy dz$, ak M je ohraničená valcovou plochou $x^2 + y^2 = 1$
a rovinami $z = 0$, $z = 5$.
[5]
$$[5\pi]$$

P7. Vypočítajte objem telesa ohraničeného plochami $2z = x^2 + y^2$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
[3]
$$\left[\frac{4\pi}{3} \right]$$

P8. Vypočítajte objem telesa ohraničeného rovinami $z = 0$, $z = 1$, $y = 0$, $y = 2x$,
 $y = 6 - x$.
[12]
$$[12]$$

P9. (bonusová úloha) Vypočítajte objem telesa ohraničeného kuželovou plochou $z =$
 $\sqrt{x^2 + y^2}$, valcovou plochou $x^2 + y^2 = 2y$ a rovinou $z = 0$.
[9]
$$\left[\frac{32}{9} \right]$$

P10. Vypočítajte $\iiint_M (2x + 3y - z) \, dx dy dz$, ak M je ohraničená rovinami $z = 0$,
 $z = 4$, $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 4$.
[3]
$$\left[\frac{448}{3} \right]$$

P11. Vypočítajte hmotnosť nehomogenného telesa $M : (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 \leq 1$ s hustotou $\sigma(x, y, z) = 2x + 3y + 4z + 1$.

$$\left[\frac{88\pi}{3} \right]$$

P12. Vypočítajte hmotnosť nehomogenného telesa M s hustotou $\sigma(x, y, z) = x + y + 8$ ak M je ohraničené plochami $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$, $z = 2$, $z = -2$.

$$[208\pi]$$