PRIEBEH FUNKCIE

Katedra matematiky a teoretickej informatiky,
Technická univerzita v Košiciach

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f'(x) > 0$, *tak f je rastúca na I.*

b) $f'(x) < 0$, *tak f je klesajúca na I.*

c) $f'(x) \geq 0$, *tak f je neklesajúca na I.*

d) $f'(x) \leq 0$, *tak f je nerastúca na I.*

d) $f'(x) = 0$, *tak f je konštantná na I.*

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f'(x) > 0$, *tak f je rastúca na I.*

b) $f'(x) < 0$, *tak f je klesajúca na I.*

c) $f'(x) \geq 0$, *tak f je neklesajúca na I.*

d) $f'(x) \leq 0$, *tak f je nerastúca na I.*

d) $f'(x) = 0$, *tak f je konštantná na I.*

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f'(x) > 0$, *tak f je rastúca na I.*

b) $f'(x) < 0$, *tak f je klesajúca na I.*

c) $f'(x) \geq 0$, *tak f je neklesajúca na I.*

d) $f'(x) \leq 0$, *tak f je nerastúca na I.*

d) $f'(x) = 0$, *tak f je konštantná na I.*

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f'(x) > 0$, *tak f je rastúca na I.*

b) $f'(x) < 0$, *tak f je klesajúca na I.*

c) $f'(x) \geq 0$, *tak f je neklesajúca na I.*

d) $f'(x) \leq 0$, *tak f je nerastúca na I.*

d) $f'(x) = 0$, *tak f je konštantná na I.*

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f'(x) > 0$, *tak f je rastúca na I.*

b) $f'(x) < 0$, *tak f je klesajúca na I.*

c) $f'(x) \geq 0$, *tak f je neklesajúca na I.*

d) $f'(x) \leq 0$, *tak f je nerastúca na I.*

d) $f'(x) = 0$, *tak f je konštantná na I.*

Definícia

Nech funkcia f je definovaná na otvorenom intervale I. Hovoríme, že funkcia f má v bode $x_0 \in I$ lokálne maximum (lokálne minimum) ak existuje prstencové okolie $O^o(x_0)$ také, že pre všetky $x \in O^o(x_0)$ platí $f(x) \leq f(x_0)$ $(f(x) \geq f(x_0))$.

Ak platia iba ostré nerovnosti má funkcia v bode x_0 ostré lokálne maximum (ostré lokálne minimum).

Definícia

Nech funkcia f je definovaná na otvorenom intervale I. Hovoríme, že funkcia f má v bode $x_0 \in I$ lokálne maximum (lokálne minimum) ak existuje prstencové okolie $O^o(x_0)$ také, že pre všetky $x \in O^o(x_0)$ platí $f(x) \leq f(x_0)$ $(f(x) \geq f(x_0))$.

Ak platia iba ostré nerovnosti má funkcia v bode x_0 ostré lokálne maximum (ostré lokálne minimum).

Veta (nutná podmienka existencie lokálneho extrému)

Nech existuje $f'(x_0)$. Ak funkcia f má v bode x_0 lokálny extrém, tak $f'(x_0) = 0$.

Definícia

Bod x_0 nazývame stacionárnym bodom funkcie f, ak existuje $f'(x_0)$ a platí $f'(x_0) = 0$.

Pozn: Funkcia môže mať lokálny extrém len v bodoch, kde je prvá derivácia nulová alebo kde prvá derivácie neexistuje.

Veta (nutná podmienka existencie lokálneho extrému)

Nech existuje $f'(x_0)$. Ak funkcia f má v bode x_0 lokálny extrém, tak $f'(x_0) = 0$.

Definícia

Bod x_0 nazývame stacionárnym bodom funkcie f, ak existuje $f'(x_0)$ a platí $f'(x_0) = 0$.

Pozn: Funkcia môže mať lokálny extrém len v bodoch, kde je prvá derivácia nulová alebo kde prvá derivácie neexistuje.

Veta (nutná podmienka existencie lokálneho extrému)

Nech existuje $f'(x_0)$. Ak funkcia f má v bode x_0 lokálny extrém, tak $f'(x_0) = 0$.

Definícia

Bod x_0 nazývame stacionárnym bodom funkcie f, ak existuje $f'(x_0)$ a platí $f'(x_0) = 0$.

Pozn: Funkcia môže mať lokálny extrém len v bodoch, kde je prvá derivácia nulová alebo kde prvá derivácie neexistuje.

1. Ak f' mení znamienko z $+$ na $-$ má funkcia v bode x_0 lokálne maximum.
   Ak f' mení znamienko z $-$ na $+$ má funkcia v bode x_0 lokálne minimum.

2. Nech x_0 je stacionárnym bodom funkcie f a nech existuje $f''(x_0)$. Potom ak
   a) $f''(x_0) > 0$, tak f má v bode x_0 ostré lokálne minimum.
   b) $f''(x_0) < 0$, tak f má v bode x_0 ostré lokálne maximum.

1. Ak f' mení znamienko z $+$ na $-$ má funkcia v bode x_0 lokálne maximum.
   Ak f' mení znamienko z $-$ na $+$ má funkcia v bode x_0 lokálne minimum.

2. Nech x_0 je stacionárnym bodom funkcie f a nech existuje $f''(x_0)$. Potom ak
   a) $f''(x_0) > 0$, tak f má v bode x_0 ostré lokálne minimum.
   b) $f''(x_0) < 0$, tak f má v bode x_0 ostré lokálne maximum.

1. Ak f' mení znamienko z $+$ na $-$ má funkcia v bode x_0 lokálne maximum.
   Ak f' mení znamienko z $-$ na $+$ má funkcia v bode x_0 lokálne minimum.

2. Nech x_0 je stacionárnym bodom funkcie f a nech existuje $f''(x_0)$. Potom ak
   a) $f''(x_0) > 0$, tak f má v bode x_0 ostré lokálne minimum.
   b) $f''(x_0) < 0$, tak f má v bode x_0 ostré lokálne maximum.

Definícia

Funkcia $f : I \to \mathbb{R}$ *sa nazýva* *konvexná (konkávna)* *na intervale* I*, ak pre každú trojicu bodov* $x,\ x_1,\ x_2 \in I$ *takú, že* $x_1 < x < x_2$ *je bod* $[x, f(x)]$ *pod (nad)* *priamkou určenou bodmi* $[x_1, f(x_1)]$, $[x_2, f(x_2)]$ *alebo leží na tejto priamke.*

Definícia

Funkcia $f : I \to \mathbb{R}$ *sa nazýva* *rýdzo konvexná (rýdzo konkávna)* *na intervale* I*, ak pre každú trojicu bodov* $x,\ x_1,\ x_2 \in I$ *takú, že* $x_1 < x < x_2$ *je bod* $[x, f(x)]$ *pod (nad)* *priamkou určenou bodmi* $[x_1, f(x_1)]$, $[x_2, f(x_2)]$.

Definícia

Funkcia $f : I \to \mathbb{R}$ *sa nazýva konvexná (konkávna) na intervale* I, *ak pre každú trojicu bodov* $x,\ x_1,\ x_2 \in I$ *takú, že* $x_1 < x < x_2$ *je bod* $[x, f(x)]$ *pod (nad) priamkou určenou bodmi* $[x_1, f(x_1)]$, $[x_2, f(x_2)]$ *alebo leží na tejto priamke.*

Definícia

Funkcia $f : I \to \mathbb{R}$ *sa nazýva rýdzo konvexná (rýdzo konkávna) na intervale* I, *ak pre každú trojicu bodov* $x,\ x_1,\ x_2 \in I$ *takú, že* $x_1 < x < x_2$ *je bod* $[x, f(x)]$ *pod (nad) priamkou určenou bodmi* $[x_1, f(x_1)]$, $[x_2, f(x_2)]$.

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I druhú deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f''(x) > 0$, *tak f je rýdzo konvexná na I.*

b) $f''(x) < 0$, *tak f je rýdzo konkávna na I.*

c) $f''(x) \geq 0$, *tak f je konvexná na I.*

d) $f''(x) \leq 0$, *tak f je konkávna na I.*

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I druhú deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f''(x) > 0$, *tak f je rýdzo konvexná na I.*

b) $f''(x) < 0$, *tak f je rýdzo konkávna na I.*

c) $f''(x) \geq 0$, *tak f je konvexná na I.*

d) $f''(x) \leq 0$, *tak f je konkávna na I.*

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I druhú deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f''(x) > 0$, *tak f je rýdzo konvexná na I.*

b) $f''(x) < 0$, *tak f je rýdzo konkávna na I.*

c) $f''(x) \geq 0$, *tak f je konvexná na I.*

d) $f''(x) \leq 0$, *tak f je konkávna na I.*

Veta

Nech funkcia f má na otvorenom intervale I druhú deriváciu. Potom ak pre každé $x \in I$ je

a) $f''(x) > 0$, *tak f je rýdzo konvexná na I.*

b) $f''(x) < 0$, *tak f je rýdzo konkávna na I.*

c) $f''(x) \geq 0$, *tak f je konvexná na I.*

d) $f''(x) \leq 0$, *tak f je konkávna na I.*

Definícia

Bod $x_0 \in I$ nazývame inflexným bodom funkcie f, ak funkcia f je v nejakom ľavom okolí bodu x_0 rýdzo konkávna (rýdzo konvexná) a v nejakom pravom okolí bodu x_0 rýdzo konvexná (rýdzo konkávna).

Veta (nutná podmienka existencie inflexie)

Nech existuje $f''(x_0)$. Ak bod x_0 je inflexným bodom funkcie f, tak $f''(x_0) = 0$.

Definícia

Bod $x_0 \in I$ nazývame inflexným bodom funkcie f, ak funkcia f je v nejakom ľavom okolí bodu x_0 rýdzo konkávna (rýdzo konvexná) a v nejakom pravom okolí bodu x_0 rýdzo konvexná (rýdzo konkávna).

Veta (nutná podmienka existencie inflexie)

Nech existuje $f''(x_0)$. Ak bod x_0 je inflexným bodom funkcie f, tak $f''(x_0) = 0$.

1. Nech $f''(x_0) = 0$ a v bode x_0 funkcia f mení konkávnosť na konvexnosť (prípadne naopak), potom bod x_0 je inflexným bodom funkcie f.

2. Nech $f''(x_0) = 0$ a $f'''(x_0) \neq 0$, potom bod x_0 je inflexným bodom funkcie f.

1. Nech $f''(x_0) = 0$ a v bode x_0 funkcia f mení konkávnosť na konvexnosť (prípadne naopak), potom bod x_0 je inflexným bodom funkcie f.

2. Nech $f''(x_0) = 0$ a $f'''(x_0) \neq 0$, potom bod x_0 je inflexným bodom funkcie f.

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie

1. Definičný obor funkcie
2. Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
3. Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
4. Asymptoty grafu funkcie
5. Párnosť, nepárnosť funkcie
6. Monotónnosť funkcie
7. Lokálne extrémy funkcie
8. Intervaly konvexnosti a konkávnosti
9. Inflexné body funkcie
10. Graf funkcie