INVERZNÁ MATICA A SÚSTAVY LINEÁRNYCH ROVNÍC

Katedra matematiky a teoretickej informatiky,
Technická univerzita v Košiciach

Definícia

Nech A je regulárna matica (t.j. $|A| \neq 0$). Potom k matici A existuje matica A^{-1}, ktorú nazývame inverzná matica k matici A, pričom platí

$$A \,.\, A^{-1} = A^{-1} .\, A = E,$$

kde E je jednotková matica.

pomocou jednotkovej matice

$$(A|E) \sim \text{ ekvivalentné úpravy } \sim \left(E|A^{-1}\right)$$

pomocou adjungovanej matice

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\operatorname{adj} A = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \vdots & & & \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}^T$$

A_{ij} - algebraický doplnok prvku a_{ij}, pre ktorý platí

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} D_{ij},$$

kde D_{ij} je subdeterminant (minor) vzhľadom na prvok a_{ij} matice A

majme sústavu n lineárnych rovníc o n neznámych

$$\begin{aligned} a_{11}\,x_1 + a_{12}\,x_2 + \ldots + a_{1n}\,x_n &= b_1 \\ a_{21}\,x_1 + a_{22}\,x_2 + \ldots + a_{2n}\,x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1}\,x_1 + a_{m2}\,x_2 + \ldots + a_{nn}\,x_n &= b_n \end{aligned}$$

resp. v maticom zápise

$$A\overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$$

nech $|A| \neq 0$, potom môžeme sústavu riešiť nasledovne

$$A^{-1}.A\overrightarrow{x} = A^{-1}.\overrightarrow{b}$$

$$\overrightarrow{x} = A^{-1}.\overrightarrow{b}$$