

Plošný integrál

P1. Vypočítajte $\iint_{\sigma} x^2 dydz + z^2 dxdy$, kde σ je časť kužeľovej plochy $z^2 = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 1$, orientovanej tak, že jej normálový vektor zvierá s vektorom \vec{k} ostrý uhol. $\left[\frac{\pi}{2}\right]$

P2. Vypočítajte $\iint_{\sigma} (x - y) dydz + x dxdz + z dxdy$, kde σ je časť paraboloidu $x^2 + y^2 = z$, pre $1 \leq z \leq 4$ orientovaná tak, že jej normálový vektor zvierá s vektorom \vec{k} tupý uhol. $[0]$

P3. Vypočítajte $\iint_{\sigma} z^2 dxdy$, kde σ je polovica guľovej plochy $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, pre $z \geq 0$ orientovaná tak, že jej normálový vektor zvierá s vektorom \vec{k} tupý uhol. $\left[-\frac{81\pi}{2}\right]$

P4. Vypočítajte $\iint_{\sigma} x^2 y^2 z dxdy$, kde σ je polovica guľovej plochy $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, pre $z \leq 0$ orientovaná tak, že jej normálový vektor zvierá s vektorom \vec{k} ostrý uhol. $\left[-\frac{\pi R^6}{48}\right]$

P5. Vypočítajte $\iint_{\sigma} (y - z) dydz + (z - x) dxdz + (x - y) dxdy$, kde σ je časť kužeľovej plochy $z^2 = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 4$, orientovanej tak, že jej normálový vektor zvierá s vektorom \vec{k} tupý uhol. $[0]$

P6. Vypočítajte $\iint_{\sigma} x dxdz + y dxdy$, kde σ je časť plochy $x + 2y + z - 1 = 0$, pre $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$, orientovanej tak, že jej normálový vektor zvierá s vektorom \vec{k} tupý uhol. $\left[-\frac{5}{24}\right]$

P7*. Vypočítajte $\iint_{\sigma} x dydz + y dxdz + (z^2 - 1) dxdy$, kde σ je časť valcovej plochy $x^2 + y^2 = 1$, pre $0 \leq z \leq 1$ orientovanej normálovou von. $[\pi]$

P8. Vypočítajte $\iint_{\sigma} y \, dydz + z \, dx dz + x \, dx dy$, kde σ je časť roviny $x + y + z = 2$

ležiaca v prvom oktante a orientovaná tak, že jej normálový vektor zvierá s vektorom \vec{k} ostrý uhol.

[4]

P9*. Vypočítajte $\iint_{\sigma} x^2 \, dydz + y^2 \, dx dz + z^2 \, dx dy$, kde σ je časť plochy $x^2 + y^2 + 4z = 4$

pre $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ orientovaná tak, že jej normálový vektor zvierá s vektorom \vec{k} ostrý uhol.

$\left[\frac{64}{15} + \frac{\pi}{3} \right]$

P10. Vypočítajte $\iint_{\sigma} x \, dydz + y \, dx dz + z \, dx dy$, kde σ je guľová plocha $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

pre $a > 0$ orientovaná normálovou von.

$[4\pi a^3]$

P11. Vypočítajte $\iint_{\sigma} xz \, dydz + yx \, dx dz + zy \, dx dy$, kde σ je povrch telesa ohraničeného

plochami $x^2 + y^2 = 9, x = 0, y = 0, z = 0, z = 8$, orientovaný normálovou von.

$[144 + 72\pi]$

P12. Vypočítajte $\iint_{\sigma} xz \, dydz + yx \, dx dz + zy \, dx dy$, kde σ je povrch telesa ohraničeného

rovinami $x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1$ orientovaný normálovou von.

$\left[\frac{1}{8} \right]$