NEVLASTNÝ INTEGRÁL

Katedra matematiky a teoretickej informatiky,
Technická univerzita v Košiciach

Definícia

Nech funkcia f je definovaná na intervale $\langle a, \infty)$ *a nech je integrovateľná na každom konečnom intervale* $\langle a, c\rangle$*. Potom, ak existuje vlastná limita* $\lim\limits_{c\to\infty} \int_a^c f(x)\,dx$*, tak túto limitu nazývame nevlastný integrál funkcie f na intervale* $\langle a, \infty)$*. Píšeme*

$$\int_a^\infty f(x)\,dx = \lim_{c\to\infty} \int_a^c f(x)\,dx$$

Ak $\lim\limits_{c\to\infty} \int_a^c f(x)\,dx$ *je nevlastná alebo neexistuje, hovoríme, že nevlastný integrál diverguje.*

Definícia

Nech funkcia f je definovaná na intervale $(-\infty, b\rangle$ a nech je integrovateľná na každom konečnom intervale $\langle c, b\rangle$. Potom, ak existuje vlastná limita $\lim\limits_{c\to-\infty} \int\limits_c^b f(x)\,dx$, tak túto limitu nazývame nevlastný integrál funkcie f na intervale $(-\infty, b\rangle$. Píšeme

$$\int\limits_{-\infty}^{b} f(x)\,dx = \lim_{c\to-\infty} \int\limits_{c}^{b} f(x)\,dx$$

Ak $\lim\limits_{c\to-\infty} \int\limits_c^b f(x)\,dx$ je nevlastná alebo neexistuje, hovoríme, že nevlastný integrál diverguje.

Nech funkcia f je definovaná na intervale $(-\infty, \infty)$ a nech existujú integrály

$$\int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx, \qquad \int_{a}^{\infty} f(x)\,dx,$$

potom

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx + \int_{a}^{\infty} f(x)\,dx$$

Definícia

Nech funkcia f je neohraničená na každom ľavom okolí bodu b ($x = b$ je asymptota bez smernice funkcie f). Nech f je integrovateľná na každom konečnom intervale $\langle a, c\rangle$ pre $c < b$.

Potom, ak existuje vlastná limita $\lim\limits_{c\to b^-} \int\limits_a^c f(x)\,dx$, tak túto limitu nazývame nevlastný integrál funkcie f na intervale $\langle a, b\rangle$. Píšeme

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \lim_{c\to b^-} \int\limits_a^c f(x)\,dx$$

Ak $\lim\limits_{c\to b^-} \int\limits_a^c f(x)\,dx$ je nevlastná alebo neexistuje, hovoríme, že nevlastný integrál diverguje.

Definícia

Nech funkcia f je neohraničená na každom pravom okolí bodu a ($x = a$ je asymptota bez smernice funkcie f). Nech f je integrovateľná na každom konečnom intervale $\langle c, b\rangle$ pre $a < c$.

Potom, ak existuje vlastná limita $\lim\limits_{c\to a^+} \int\limits_c^b f(x)\,dx$, tak túto limitu nazývame nevlastný integrál funkcie f na intervale $\langle a, b\rangle$. Píšeme

$$\int\limits_a^b f(x)\,dx = \lim_{c\to a^+} \int\limits_c^b f(x)\,dx$$

Ak $\lim\limits_{c\to a^+} \int\limits_c^b f(x)\,dx$ je nevlastná alebo neexistuje, hovoríme, že nevlastný integrál diverguje.

Nech funkcia f je neohraničená na každom okolí bodu d, kde $d \in (a, b)$ a nech existujú integrály

$$\int_a^d f(x)\,dx, \qquad \int_d^b f(x)\,dx,$$

potom

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^d f(x)\,dx + \int_d^b f(x)\,dx$$