

Fakulta elektrotechniky a informatiky
Technická univerzita v Košiciach

FYZIKA S APLETMI
Pohyb telesa v poli zemskej tiaže

Zuzana Gibová

Košice, 2022

Fakulta elektrotechniky a informatiky
Technická univerzita v Košiciach

FYZIKA S APLETMI
Pohyb telesa v poli zemskej tiaže

Zuzana Gibová

Košice, 2022

RNDr. Zuzana Gibová, PhD.

FYZIKA S APLETMI - Pohyb telesa v poli zemskej tiaže

Prvé vydanie 2022

Copyright © Zuzana Gibová

Rukopis neprešiel recenziou ani redakčnou a jazykovou úpravou.

ISBN 978-80-553-4130-9

Obsah

	Predhovor.....	7
T	Teória s apletmi.....	8
T1	1. Šikmý vrh – trajektória, súradnice polohy	9
T2	2. Šikmý vrh – sila, zrýchlenie	12
T3	3. Šikmý vrh – rýchlosť	14
T4	4. Šikmý vrh – mechanická energia	16
T5	5. Šikmý vrh – vplyv odporu prostredia	19
T6	6. Vodorovný vrh – trajektória, súradnice polohy, sila, zrýchlenie	22
T7	7. Vodorovný vrh – rýchlosť	25
T8	8. Vodorovný vrh – mechanická energia	27
T9	9. Vodorovný vrh – vplyv odporu prostredia	30
T10	10. Zvislý vrh nahor – trajektória, súradnice, rýchlosť, sila	33
T11	11. Zvislý vrh nahor – mechanická energia	36
T12	12. Zvislý vrh nahor – vplyv odporu prostredia	38
T13	13. Zvislý vrh nadol – trajektória, súradnice, rýchlosť, sila	40
T14	14. Zvislý vrh nadol – mechanická energia	43
T15	15. Voľný pád – trajektória, súradnice, rýchlosť, sila	45
T16	16. Voľný pád – mechanická energia	48
C	Cvičenia s apletmi.....	50
C1	1. cvičenie - šikmý vrh	51
C2	2. cvičenie - šikmý vrh	52
C3	3. cvičenie - šikmý vrh	53
C4	4. cvičenie - šikmý vrh	54
C5	5. cvičenie - šikmý vrh	55
C6	1. cvičenie - vodorovný vrh	56
C7	2. cvičenie - vodorovný vrh	57
C8	3. cvičenie - vodorovný vrh	58
C9	1. cvičenie - zvislý vrh nahor vrh	59
C10	2. cvičenie - zvislý vrh nahor vrh	61
C11	1. cvičenie - zvislý vrh nadol vrh	63
C12	1. cvičenie - voľný pád	65
C13	2. cvičenie - voľný pád	67
	Výsledky	68
	Použitá literatúra.....	80

Predhovor

Učebný text Fyzika s apletmi slúži na precvičenie teórie týkajúcej sa pohybov telies v tiažovom poli Zeme pomocou simulácií

Waltera Fendta: <https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/>

PhET <https://phet.colorado.edu/sk/simulations/filter?subjects=physics&type=html,prototype>

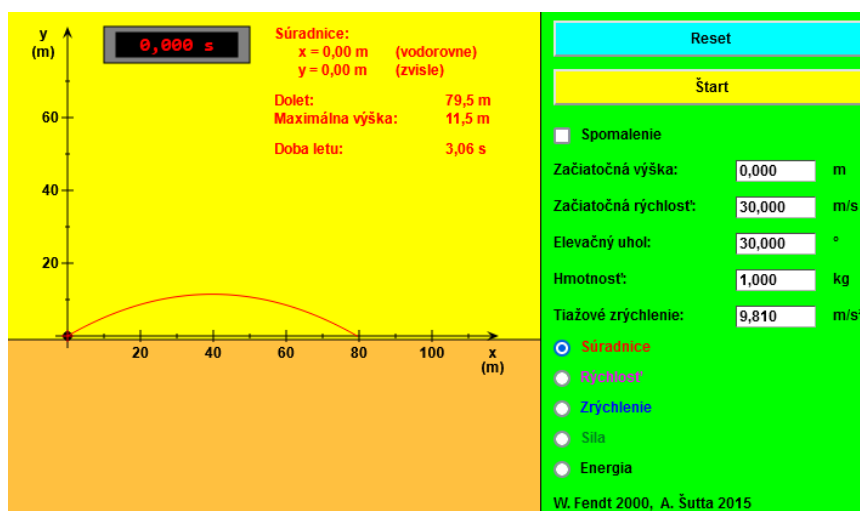
K týmto simuláciám boli vytvorené pracovné listy s úlohami vrátene počiatkových podmienok pre spustenie apletov na pozorovanie pohybov. Okrem toho učebný text obsahuje aj cvičenia na precvičenie výpočtu príkladov na danú problematiku, kde výpočet je možné overiť aj pomocou apletu. Simulácia na precvičenie teórie sú označené T (podfarbenie) a cvičenia C (podfarbenie). Súčasťou učebného materiálu sú aj výsledky k jednotlivým úlohám v závere učebnice.

Budem rada, ak mi priomienky k textu alebo nájdené chyby oznámite na zuzana.gibova@tuke.sk.

Zuzana Gibová

Teória s apletmi

1. Šikmý vrh – trajektória, súradnice polohy



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je začiatková rýchlosť, x_0 a y_0 sú začiatkové súradnice bodu, z ktorého je teleso vystrelené, α je uhol, pod ktorým je teleso vystrelené vzhľadom na os x (uhol medzi počiatkovou rýchlosťou a vodorovným smerom). Tento uhol pre **šikmý vrh** nadobúda hodnoty z intervalu $(0^\circ, 90^\circ)$.

Bod, v ktorom teleso dopadne na zem vo vodorovnom smere nazývame **dostrel (dolet)**, ktorý je daný vzťahom

$$d = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (5)$$

Doba, za ktorú dosiahne teleso tento bod sa nazýva **doba letu**.

Úloha 1:

Pozorujte pohyb telesa v poli zemskej tiaže pri šikmom vrhu.

Nastavte nasledujúce počiatočné podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 30 ° a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Menia sa hodnoty súradníc x a y počas pohybu telesa?
- Aké sú hodnoty súradníc x a y na začiatku pohybu, v maximálnej výške a v koncovom bode trajektórie?
Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Čo predstavujú tieto súradnice?
- Aký je tvar trajektórie pri pohybe telesa v poli zemskej tiaže pri daných nastavených podmienkach? Potvrďte svoje tvrdenie výpočtom.



Pomôcka: Použite rovnice (3) a (4) a upravte ich na tvar $y = f(x)$.

[Odpovede](#)

Úloha 2:

Pozorujte ako na pohyb telesa pri šikmom vrhu vplýva zmena polohy bodu z ktorého je vystrelené.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 30 ° a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Stlačte **Reset**, potom zmeňte **Začiatočná výška:** 10 m. Všimnite si ako sa zmenil tvar trajektórie.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Porovnajme maximálnu výšku, dolet a dobu doletu pre obe situácie (ich hodnoty sú zobrazené v hornej časti apletu). Ako ich ovplyvnila zmena začiatočnej výšky telesa z ktorej bolo vystrelené?
- Ktoré veličiny v rovniciach (3) - (4) predstavuje začiatočná výška?

[Odpovede](#)

Úloha 3:

Zistite ako závisí trajektória od elevačného uhla.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatková výška**: 0 m, **Začiatková rýchlosť**: 30 m/s, **Hmotnosť**: 1 kg a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Nastavte **Elevačný uhol**: 10° . Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Postupne meňte hodnotu elevačného uhla na hodnoty 30° , 45° , 65° , 80° a pozorujte pohyb. Pre každú hodnotu uhla určte z apletu dĺžku dostrelu. Vždy pred zmenou hodnoty uhla stlačte **Reset**.

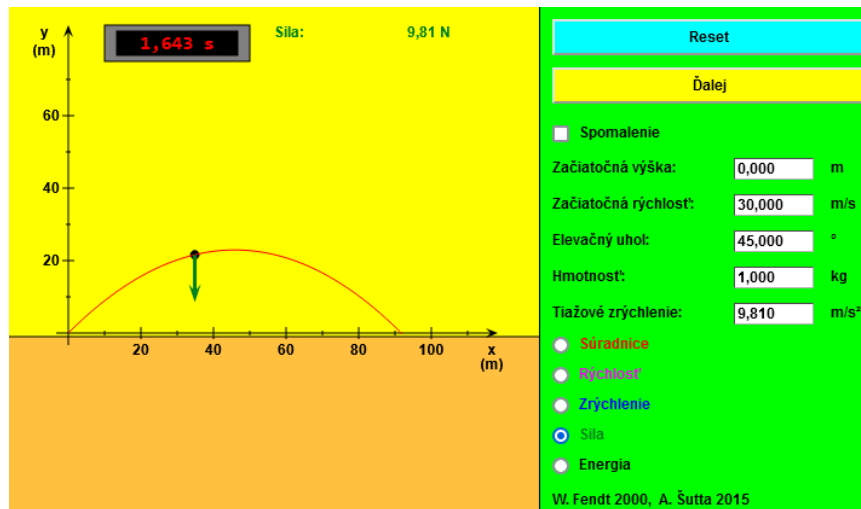
Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aké sú hodnoty dostrelu pre jednotlivé uhly?
- Ako sa mení dĺžka dostrelu s meniacim sa uhlom?
- Pri ktorom uhle je dĺžka dostrelu najväčšia? Platí to aj pri iných hodnotách rýchlosti? Dokážte výpočtom toto tvrdenie.



Pomôcka: Pri výpočte použite rovnicu (5) a poznatok o extrémoch funkcie.

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénnom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0, \quad (4)$$

kde v_0 je začiatočná rýchlosť, x_0 a y_0 sú začiatočné súradnice bodu, z ktorého je teleso vystrelené, α je uhol, pod ktorým je teleso vystrelené vzhľadom na os x . Tento uhol pre **šikmý vrh** nadobúda hodnoty z intervalu $(0^\circ, 90^\circ)$.

Z druhého Newtonovho pohybového zákona vyplýva, že teleso sa pohybuje v poli zemskej tiaže v dôsledku pôsobenia **sily** (výslednice všetkých síl) na teleso, ktorému udeľuje **zrýchlenie**

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}. \quad (5)$$

Úloha 1:

Pozorujte pohyb telesa v poli zemskej tiaže pri šikmom vrhu z hľadiska pôsobiacich síl.

Nastavte nasledujúce počiatkové podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatková výška:** 0 m, **Začiatková rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 30 ° a zvolte zobrazovanie sily: **Sila**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aký má smer pôsobiaca sila na teleso počas jeho pohybu, mení sa jej smer? Ako sa volá táto sila?
- Aká je veľkosť sily? Mení sa veľkosť sily počas pohybu telesa?
- Pôsobia na teleso aj iné sily?
- Na základe poznatkov o veľkosti a smere sily, aké bude zrýchlenie pri tomto pohybe (z hľadiska smeru a veľkosti)?
Overte svoje tvrdenie, pri nastavených počiatkových podmienkach zvolte možnosť: **Zrýchlenie**.

[Odpovede](#)

Úloha 2:

Sledujte pomocou apletu, ako vplýva zrýchlenie na pohyb hmotného bodu pri daných počiatkových podmienkach.

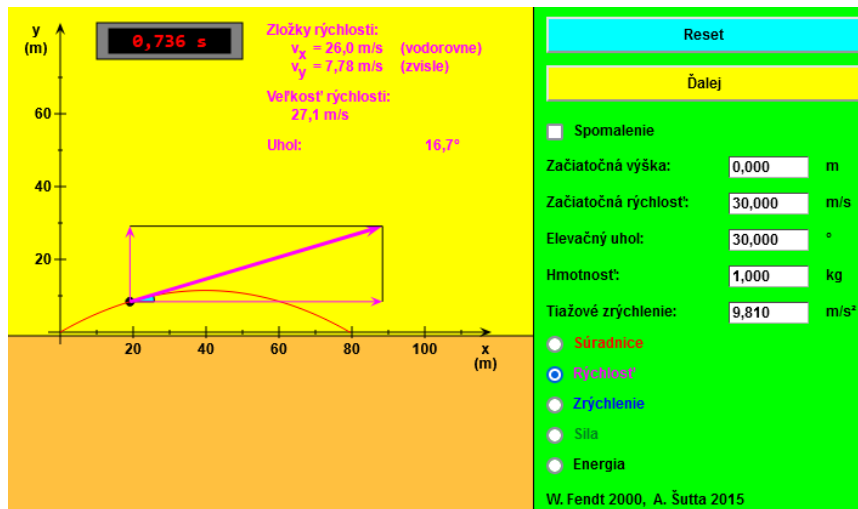
Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatková výška:** 0 m, **Začiatková rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 30 °, **Zrýchlenie:** 9.81 m/s² a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Všimnite si, ako ďaleko dopadne teleso (vodorovná vzdialenosť) pre prípad pohybu v tiažovom poli Zeme.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Skúste predpovedať, aká bude vodorovná vzdialenosť telesa pohybujúceho sa v tiažovom poli Marsu a Jupitera.
Overte svoj predpoklad pomocou apletu. Zmeňte hodnotu **zrýchlenia** na 3,72 m/s² (pre Mars) a na 22,9 m/s² (pre Jupiter). V ktorom prípade dopadlo teleso najďalej?
- V ktorom tiažovom poli teleso pri šikmom vrhu padalo najdlhšie?
- Porovnajte maximálnu výšku, dolet a dobu doletu, ktoré teleso dosiahlo v jednotlivých tiažových poliach (ich hodnoty sú zobrazené v hornej časti apletu). Na základe týchto údajov vyslovte záver, ako ich hodnotu ovplyvní veľkosť tiažového zrýchlenia.

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je počiatočná rýchlosť, x_0 a y_0 sú počiatočné súradnice bodu, z ktorého je teleso vystrelené, α je uhol, pod ktorým je teleso vystrelené vzhľadom na os x . Tento uhol pre **šikmý vrh** nadobúda hodnoty z intervalu $(0^\circ, 90^\circ)$.

Celková rýchlosť \vec{v} telesa pri pohybe je daná pomocou zložiek \vec{v}_x, \vec{v}_y , ktorých súradnice sú dané rovnicami (1) a (2)

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y. \quad (5)$$

Úloha 1:

Pomocou apletu pozorujte smer a veľkosť jednotlivých zložiek rýchlosti (x-ovú a y-ovú) počas pohybu.

Najprv stlačte **Reset**. **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 30° a zvolte zobrazovanie rýchlosti: **Rýchlosť**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Mení sa veľkosť a smer jednotlivých zložiek rýchlosti počas pohybu telesa? Ktorá zložka rýchlosti mení svoj smer?
Ktorá zložka rýchlosti nemení svoju veľkosť?
- V ktorom bode trajektórie je $v_y = 0$ m/s? Ako je daná celková rýchlosť v tomto bode z hľadiska smeru a veľkosti?



Pomôcka: Rýchlosť je vektorová veličina, pripomeňte si ako je určená jej veľkosť, ak poznáme jej súradnice. Pomôžte si obrázkom apletu z úvodu textu.

- Aká je rýchlosť na začiatku a na konci pohybu? Aké sú jej súradnice?
- Overte výpočtom, že v čase $t = 0,601$ s je celková rýchlosť 27,5 m/s.
- Šikmý vrh je zložený pohyb z rovnomerného pohybu a z pohybu so zrýchlením. Na základe poznatkov o rýchlosti pri šikmom vrhu vysvetlite, v ktorom smere sa teleso pohybuje rovnomerným pohybom a v ktorom so zrýchlením.

[Odpovede](#)

Úloha 2:

Pozorujte ako na pohyb telesa pri šikmom vrhu vplyva zmena počiatočnej rýchlosti.

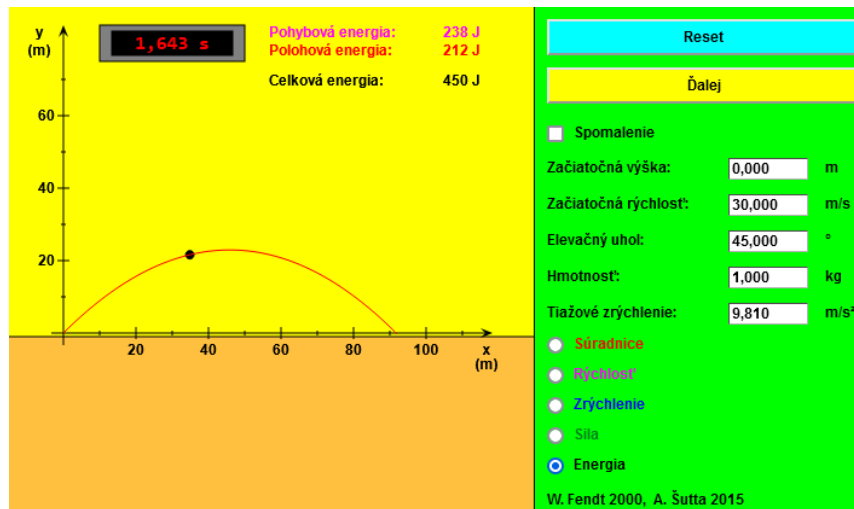
Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 20 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 30 ° a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Postupne meňte hodnotu začiatočnej rýchlosti hodnoty 50 m/s, 90 m/s a pozorujte pohyb. Pre každú hodnotu rýchlosti určte z apletu dĺžku dostrelu. Pred každou zmenou hodnoty rýchlosti stlačť **Reset**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Pri ktorej rýchlosti teleso dopadne najďalej od počiatku?
- Ovplyvní zmena rýchlosti maximálnu výšku, ktorú dosiahne pri pohybe teleso? Zdvôvodnite vaše tvrdenie.

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je počiatočná rýchlosť, x_0 a y_0 sú počiatočné súradnice bodu, z ktorého je teleso vystrelené, α je uhol, pod ktorým je teleso vystrelené vzhľadom na os x. Tento uhol pre **šikmý vrh** nadobúda hodnoty z intervalu $(0^\circ, 90^\circ)$.

Celková **mechanická energia** je daná ako súčet potenciálnej a kinetickej energie

$$E = E_k + E_p, \quad (5)$$

kde **kinetická (pohybová) energia**

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (6)$$

a **potenciálna (polohová) energia** v tiažovom poli Zeme v malých výškach nad zemou je

$$E_p = mgh. \quad (7)$$

V konzervatívnom silovom poli (v poli kde nepôsobia disipatívne sily, napr. odporové) platí **zákon zachovania mechanickej energie**, ktorí hovorí, že v v každom bode konzervatívneho silového poľa sa mechanická energia (súčet potenciálnej a kinetickej energie) zachováva

$$E = E_k + E_p = \text{konš.} \quad (8)$$

Pri pohybe telesa v konzervatívnom silovom poli sa kinetická energia premieňa na potenciálnu energiu a naopak, ale celková mechanická energia sa zachováva.

Úloha 1:


Pomocou apletu skúmajte kinetickú, potenciálnu a celkovú energiu telesa pri šikmom vrhu.

Nastavte nasledujúce počiatočné podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 45° a zvolte zobrazovanie energie: **Energia**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

a) Pozorujte hodnoty kinetickej energie počas pohybu telesa. Aká je kinetická energia telesa na začiatku pohybu, v najvyššom bode trajektórie, vo výške 10 metrov nad zemou a na konci pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.


b) Mení sa kinetická energia počas pohybu? Vyjadrite vzťah pre kinetickú energiu šikmého vrhu a pomocou neho vypočítajte kinetickú energiu pri zvolených počiatočných podmienkach v čase $t = 1,8$ s a porovnajte ju s hodnotou, ktorú zobrazuje aplet (Ak sa vám nedarí zastaviť aplet v čase 1,8 s, zastavte ho v ľubovoľnom čase, v ktorom vypočítajte hodnotu kinetickej energie a porovnajte ju s hodnotou na aplete).

 **Pomôcka:** Pri vyjadrení vzťahu pre kinetickú energiu si uvedomte, ako je daná celková rýchlosť telesa pri šikmom vrhu.

c) Prečo je kinetická energia na začiatku pohybu najväčšia?

d) Pozorujte hodnoty potenciálnej energie počas pohybu telesa. Aká je potenciálna energia telesa na začiatku pohybu, v najvyššom bode trajektórie, vo výške 15 metrov nad zemou a na konci pohybu?

e) Mení sa potenciálna energia počas pohybu? Vyjadrite vzťah pre potenciálnu energiu šikmého vrhu a pomocou neho vypočítajte potenciálnu energiu pri zvolených počiatočných podmienkach v čase $t = 1,8$ s a porovnajte ju s hodnotou, ktorú zobrazuje aplet. (Ak sa vám nedarí zastaviť aplet v čase 1,8 s, zastavte ho v ľubovoľnom čase, v ktorom vypočítajte hodnotu potenciálnej energie a porovnajte ju s hodnotou na aplete).

 **Pomôcka:** Pri vyjadrení vzťahu pre potenciálnu energiu šikmého vrhu si uvedomte, čo je veličina h v tomto vzťahu.

f)) Prečo je potenciálna energia na začiatku pohybu nulová?

[Odpovede](#)

Úloha 2:

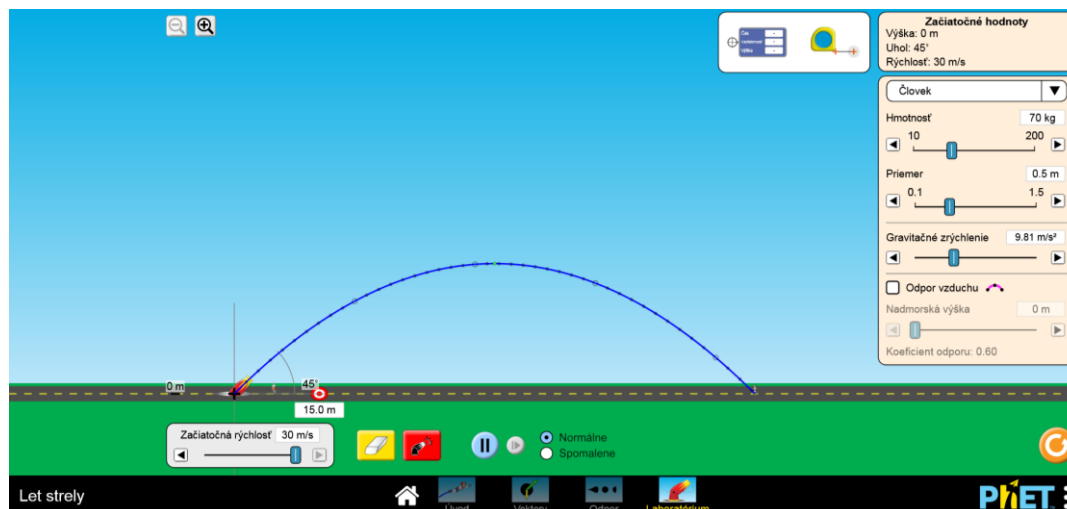
Overte pomocou apletu zákon zachovania mechanickej energie.

Nastavte nasledujúce počiatkové podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 45° a zvolte zobrazovanie energie: **Energia**. Aplet spustite tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Pozorujte hodnoty celkovej mechanickej energie počas pohybu telesa. Aká je celková mechanická energia telesa na začiatku pohybu, v najvyššom bode trajektórie, vo výške 5 metrov nad zemou a na konci pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- Platí zákon zachovania mechanickej energie pri šikmom vrhu telesa, ak je zanedbaný odpor?
- Aká je kinetická energia vzhľadom na mechanickú energiu na začiatku pohybu telesa?
- Aká je kinetická a potenciálna energia vzhľadom na mechanickú energiu v najvyššom bode trajektórie?
- Akej energii sa rovná mechanická energia na konci pohybu telesa a vo výške 10 m?
- Vypočítajte mechanickú energiu telesa čase $t = 1,8$ s a porovnajte ju s hodnotou, ktorú zobrazuje aplet. (Ak sa vám nedarí zastaviť aplet v čase 1,8 s, zastavte ho v ľubovoľnom čase, v ktorom vypočítajte hodnotu celkovej energie a porovnajte ju s hodnotou na aplete).

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Let strely** do nového okna zo zdroja:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_sk.html

Tento aplet demonštruje let strely (telesa) v tiažovom poli Zeme. Na aplete je možné zmenou počiatkových parametrov pozorovať pohyb rôznych telies (delová guľa, človek, auto, tekvica a iné) bez odporu vzduchu, ale aj skúmať ako na pohyb vplýva odpor. V prípade pohybu telesa v odporovom prostredí, na teleso pôsobí okrem **tiažovej sily** aj **odporová sila**, ktorej veľkosť je

$$F_o = \frac{1}{2}CS\rho v^2, \quad (1)$$

kde C je koeficient odporu (závisí od tvaru telesa), S je priečny rez telesa (kolmý na smer prúdenia), ρ je hustota vzduchu a v je rýchlosť telesa. Tento vzťah uvažujeme v prípade, že sa teleso pohybuje dostatočne veľkou rýchlosťou v prostredí, v ktorom sa okolo neho tvoria víry (turbulentné prúdenie vzduchu). Odporová sila pôsobí na teleso proti jeho pohybu, preto jeho pohyb spomaľuje.

Ak by sa teleso pohybovalo s malou rýchlosťou, v prostredí laminárneho prúdenia, bola by odporová sila daná

$$F_o = 6\pi r\eta v, \quad (2)$$

kde η je dynamická viskozita vzduchu, r je polomer telesa a v je rýchlosť telesa. V aplete je pôsobiaca odporová sila daná vzťahom (1) a je označená F_d .

Úloha 1:

Pomocou apletu skúmajte odporovú silu prostredia, ktorá pôsobí na teleso pri šikmom vrhu.

Na obrazovke apletu si otvorte záložku **Vektory**. V ľavej dolnej časti obrazovky apletu nastavte nasledujúce počiatočné podmienky:

Výška: 0 m (pomocou myši uchopíte + na dele a pri stlačení ľavom tlačidle myši presuniete delo ťahaním nadol na zem, pokým ukazovateľ výšky naľavo nazobrazuje 0 m), **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s (pod delom nastavte pomocou posúvnik na požadovanú hodnotu), **Elevačný uhol:** 45° (otáčaním dela pomocou myši nastavte požadovanú hodnotu).

V hornej pravej časti obrazovky apletu nechaňte nastavené hodnoty (priemer 0,8 m; hmotnosť 5 kg). Možnosť **Odpor vzduchu** nepotvrdíte, zvolíte **Výsledný** a zobrazenie **Vektory sily**.

Aplet spustíte tlačidlom **Pál** (**červená ikona s delom** ). Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** alebo krokovať, či spomaliť (možnosť **Spomalene**).

Pre lepšie pozorovanie celej trajektórie pohybu, zmešíte pomocou lupy (vľavo hore) obraz dvakrát.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aká sila pôsobí na teleso počas jeho pohybu a aký je jej smer a veľkosť, ak odpor vzduchu zanedbáme?
- Aké sú zložky pôsobiacej sily, ak odpor vzduchu zanedbáme? Je niektorá súradnica pôsobiacej sily nulová? (Overte si to pomocou apletu, zvolíte možnosť **Zložky** a spustíte aplet ešte raz).
- Pri rovnakých počiatočných podmienkach spustíte aplet, navyše zaškrtníte možnosť **Odpor vzduchu**. Aké sily pôsobia na teleso počas jeho pohybu? Mení sa veľkosť odporovej sily počas pohybu telesa? Aký má smer odporová sila?
- Aké sú zložky odporovej sily? Aký majú smer a veľkosť? Je niektorá súradnica odporovej sily nulová? (Overte si to pomocou apletu, zvolíte možnosť **Zložky** a spustíte aplet ešte raz).
- Vyjadrite súradnice odporovej sily.



Pomôcka: Pri vyjadrení súradníc odporovej sily si uvedomte ako sú dané súradnice rýchlosti šikmého vrhu.

Odpovede

Úloha 2:

Pomocou apletu skúmajte vplyv odporu prostredia na pohyb telesa pri šikmom vrhu.

Na obrazovke apletu v dolnej časti otvorte poslednú záložku **Laboratórium**. V ľavej dolnej časti obrazovky apletu nastavte nasledujúce počiatočné podmienky:

Výška: 0 m (pomocou myši uchopíte + na dele a pri stlačení ľavom tlačidle myši presuniete delo ťahaním nadol na zem, pokým ukazovateľ výšky naľavo nazobrazuje 0 m), **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s (pod delom nastavte pomocou posúvnik na požadovanú hodnotu), **Elevačný uhol:** 45° (otáčaním dela pomocou myši nastavte požadovanú hodnotu).

V hornej pravej časti obrazovky apletu vyberte zo zobrazovaných možností telesa: **Golfová loptička**. Na aplete sa automaticky nastaví hmotnosť a priemer loptičky (ich hodnoty nemeňte). Nastavte **Gravitačné zrýchlenie:** 9,81 m/s². Možnosť **Odpor vzduchu** nepotvrdíte.

Aplet spustíte tlačidlom **Pál** (**červená ikona s delom** ). Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** alebo krokovať, či spomaliť (možnosť **Spomalene**).

Pre lepšie pozorovanie celej trajektórie pohybu, zmešíte pomocou lupy (vľavo hore) obraz dvakrát.

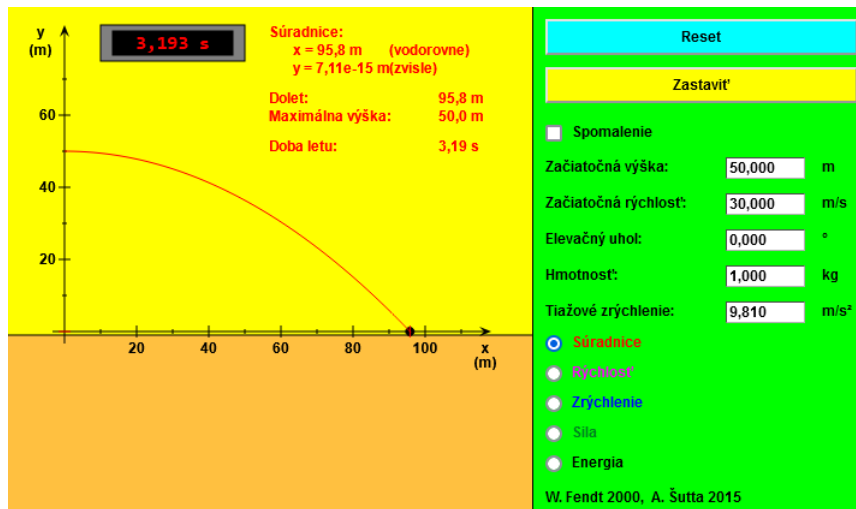
Odpovedzte na nasledujúce otázky:



a) Aká je maximálna výška, dolet a doba doletu? (Hodnoty odčítate pomocou lupy v hornej pravej časti obrazovky apletu, ktorú uchopíte pomocou myši a umiestníte na požadovaný bod trajektórie (zelený bod na trajektórii označuje bod, v ktorom je maximálna výška).

b) Urobte predpoveď ako odporová sila ovplyvní tvar trajektórie? Overte si to pomocou apletu. Pri rovnakých počiatočných podmienkach zaškrtnite možnosť **Odpor vzduchu** a spustíte aplet ešte raz. Aká je maximálna výška, dolet a doba doletu? (Hodnoty odčítate opäť pomocou lupy).

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb telesa v homogénom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je začiatková rýchlosť, x_0 a y_0 sú začiatkové súradnice bodu, z ktorého je teleso vystrelené, α je elevačný uhol, pod ktorým je teleso vystrelené vzhľadom na os x (uhol medzi počiatkovou rýchlosťou a vodorovným smerom). Pri **vodorovnom vrhu** je teleso vrhnuté z určitej výšky vodorovným smerom, pričom elevačný uhol $\alpha = 0^\circ$.

Bod, v ktorom teleso dopadne na zem vo vodorovnom smere nazývame **dostrel** alebo dolet, pre ktorý platia podmienky

$$x = d \quad (5)$$

$$y = 0. \quad (6)$$

Doba, za ktorú dopadne teleso na zem pri dostrele sa nazýva **doba letu**.

Z druhého Newtonovho pohybového zákona vyplýva, že teleso sa pohybuje v poli zemskej tiaže v dôsledku pôsobenia **sily** (výslednice všetkých síl) na teleso, ktorému udeľuje **zrýchlenie**

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}. \quad (7)$$

Úloha 1:

Pozorujte pohyb telesa v poli zemskej tiaže pri vodorovnom vrhu.

Nastavte nasledujúce počiatočné podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 50 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 0 ° a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

a) Menia sa hodnoty súradníc x a y počas pohybu telesa?

b) Aké sú hodnoty súradníc x a y v počiatočnom bode a v koncovom bode trajektórie?

Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Čo predstavujú tieto súradnice?

c) Aký je tvar trajektórie pri pohybe telesa v poli zemskej tiaže pri daných nastavených podmienkach? Potvrďte svoje tvrdenie výpočtom.



Pomôcka: Použite rovnice (3) a (4) a upravte ich na tvar $y = f(x)$.

Odpovede

Úloha 2:

Pozorujte ako na pohyb telesa pri vodorovnom vrhu vplýva zmena polohy bodu, z ktorého je vystrelené.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška:** 50 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 0° a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Stlačte **Reset**, potom zmeňte **Začiatočná výška:** 10 m. Všimnite si ako sa zmenil tvar trajektórie.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

a) Porovnajme maximálnu výšku, dolet a dobu letu pre obe situácie (ich hodnoty sú zobrazené v hornej časti apletu). Ako ich ovplyvnila zmena začiatočnej výšky telesa, z ktorej bolo vystrelené?

b) Ktoré veličiny v rovniciach (3) - (4) predstavuje začiatočná výška?

[Odpovede](#)

Úloha 3:

Pozorujte pohyb telesa v poli zemskej tiaže pri vodorovnom vrhu z hľadiska pôsobiacich síl.

Nastavte nasledujúce počiatkové podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 50 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 0 ° a zvolte zobrazovanie sily: **Sila**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aký má smer pôsobiaca sila na teleso počas jeho pohybu, mení sa jej smer? Ako sa volá táto sila?
- Aká je veľkosť sily? Mení sa veľkosť sily počas pohybu telesa?
- Pôsobia na teleso aj iné sily?
- Na základe poznatkov o veľkosti a smere sily, aké bude zrýchlenie pri tomto pohybe (z hľadiska smeru a veľkosti)?
Overte svoje tvrdenie, pri nastavených počiatkových podmienkach zvolte možnosť: **Zrýchlenie**.

[Odpovede](#)

Úloha 4:

Sledujte pomocou apletu, ako vplýva zrýchlenie na pohyb hmotného bodu pri daných počiatkových podmienkach.

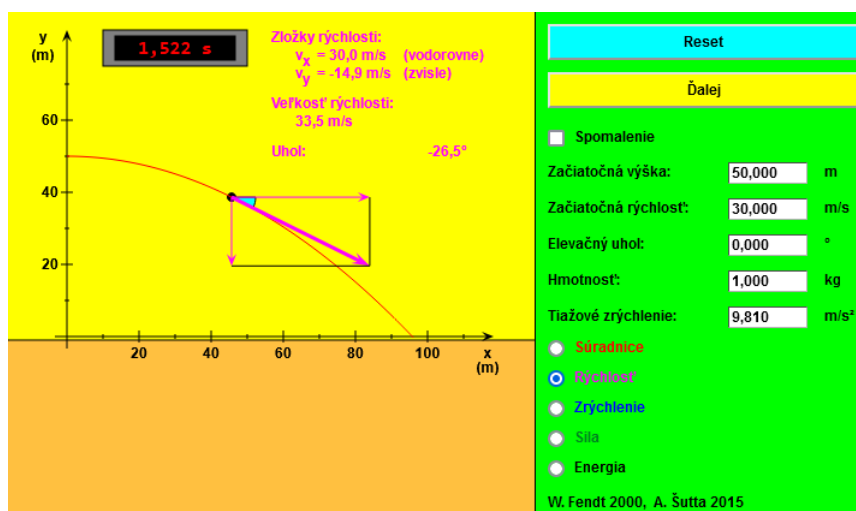
Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška:** 50 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 0 °, **Zrýchlenie:** 9.81 m/s² a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Všimnite si, ako ďaleko dopadne teleso (vodorovná vzdialenosť) pre prípad pohybu v tiažovom poli Zeme.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Skúste predpovedať, aká bude vodorovná vzdialenosť telesa pohybujúceho sa v tiažovom poli Marsu a Jupitera.
Overte svoj predpoklad pomocou apletu. Zmeňte hodnotu **zrýchlenia** na 3,72 m/s² (pre Mars) a na 22,9 m/s² (pre Jupiter). V ktorom prípade dopadlo teleso najďalej?
- V ktorom tiažovom poli teleso pri vodorovnom vrhu padalo najdlhšie?
- Porovnajte maximálnu výšku, dolet a dobu doletu, ktoré teleso dosiahlo v jednotlivých tiažových poliach (ich hodnoty sú zobrazené v hornej časti apletu). Na základe týchto údajov vyslovte záver, ako ich hodnotu ovplyvni veľkosť tiažového zrýchlenia.

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénnom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je počiatková rýchlosť, x_0 a y_0 sú počiatkové súradnice bodu, z ktorého je teleso vystrelené, α je uhol, pod ktorým je teleso vystrelené vzhľadom na os x . Pri **vodorovnom vrhu** je teleso vrhnuté z určitej výšky vodorovným smerom, pričom elevačný uhol $\alpha = 0^\circ$.

Celková rýchlosť \vec{v} telesa pri pohybe je daná pomocou zložiek \vec{v}_x , \vec{v}_y , ktorých súradnice sú dané rovnicami (1) a (2)

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y. \quad (5)$$

Úloha 1:

Pomocou apletu pozorujte smer a veľkosť jednotlivých zložiek rýchlosti (x-ovú a y-ovú) počas pohybu.

Najprv stlačte **Reset**. **Začiatočná výška:** 50 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 0 ° a zvolte zobrazovanie rýchlosti: **Rýchlosť**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**. Pred každou zmenou hodnôt stlačte **Reset**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Mení sa veľkosť a smer jednotlivých zložiek rýchlosti počas pohybu telesa? Ktorá zložka rýchlosti nemení svoj smer? Ktorá zložka rýchlosti mení svoju veľkosť?
- V ktorom bode trajektórie je $v_y = 0$ m/s? Ako je daná celková rýchlosť v tomto bode z hľadiska smeru a veľkosti?
- Aká je rýchlosť na začiatku a na konci pohybu? Aké sú jej súradnice? Ako určíte jej veľkosť?



Pomôcka: Rýchlosť je vektorová veličina, pripomeňte si ako je určená jej veľkosť, ak poznáme jej súradnice. Pomôžte si obrázkom apletu z úvodu textu.

- Overte výpočtom, že v čase $t = 2,084$ s je celková rýchlosť 36,3 m/s.
- Vodorovný vrh je zložený pohyb z rovnomerného pohybu a z pohybu so zrýchlením. Na základe poznatkov o rýchlosti pri vodorovnom vrhu vysvetlite, v ktorom smere sa teleso pohybuje rovnomerným pohybom a v ktorom so zrýchlením.

Odpovede

Úloha 2:

Pozorujte ako na pohyb telesa pri vodorovnom vrhu vplýva zmena počiatkovej rýchlosti.

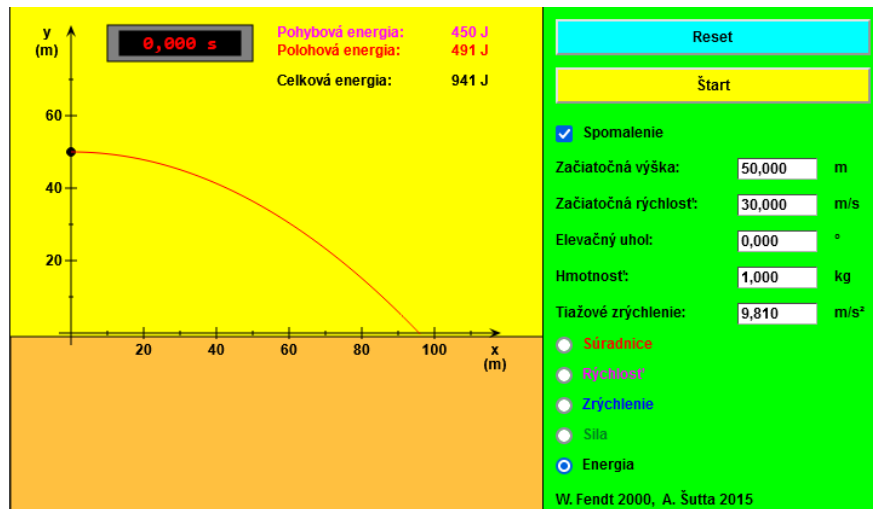
Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška:** 50 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 0° a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Postupne meňte hodnotu začiatočnej rýchlosti hodnoty 50 m/s, 90 m/s a pozorujte pohyb. Pred každou zmenou hodnôt stlačte **Reset**. Pre každú hodnotu rýchlosti určte z apletu dĺžku dostrelu.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Pri ktorej rýchlosti teleso dopadne najďalej od počiatku?
- Ovplyvní zmena rýchlosti dĺžku doletu? Zdvôvodnite vaše tvrdenie.

Odpovede



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je počiatková rýchlosť, x_0 a y_0 sú počiatkové súradnice bodu, z ktorého je teleso vystrelené, α je uhol, pod ktorým je teleso vystrelené vzhľadom na os x . Pri **vodorovnom vrhu** je teleso vrhnuté z určitej výšky vodorovným smerom, pričom elevačný uhol $\alpha = 0^\circ$.

Celková **mechanická energia** je daná ako súčet potenciálnej a kinetickej energie

$$E = E_k + E_p, \quad (5)$$

kde **kinetická (pohybová) energia**

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (6)$$

a **potenciálna (polohová) energia** v tiažovom poli Zeme v malých výškach nad zemou je

$$E_p = mgh. \quad (7)$$

V konzervatívnom silovom poli (v poli kde nepôsobia disipatívne sily, napr. odporové) platí **zákon zachovania mechanickej energie**, ktorí hovorí, že v v každom bode konzervatívneho silového poľa sa mechanická energia (súčet potenciálnej a kinetickej energie) zachováva

$$E = E_k + E_p = \text{konš.} \quad (8)$$

Pri pohybe telesa v konzervatívnom silovom poli sa kinetická energia premieňa na potenciálnu energiu a naopak, ale celková mechanická energia sa zachováva.

Úloha 1:


Pomocou apletu skúmajte kinetickú a potenciálnu energiu telesa pri vodorovnom vrhu.

Nastavte nasledujúce počiatkové podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatková výška:** 50 m, **Začiatková rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 0° a zvolte zobrazovanie energie: **Energia**. Aplet spustite tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

a) Pozorujte hodnoty kinetickej energie počas pohybu telesa. Aká je kinetická energia telesa na začiatku pohybu, vo výške 40 m, 20 m nad zemou a na konci pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.


b) Mení sa kinetická energia počas pohybu? Vyjadrite vzťah pre kinetickú energiu vodorovného vrhu a pomocou neho vypočítajte kinetickú energiu pri zvolených počiatkových podmienkach v čase $t = 1,536$ s a porovnajte ju s hodnotou, ktorú zobrazuje aplet.

 **Pomôcka:** Pri vyjadrení vzťahu pre kinetickú energiu si uvedomte, ako je daná celková rýchlosť telesa pri vodorovnom vrhu.

c) Prečo je kinetická energia na začiatku pohybu najmenšia?

d) Pozorujte hodnoty potenciálnej energie počas pohybu telesa. Aká je potenciálna energia telesa na začiatku pohybu, výške 40 m, 20 m nad zemou a na konci pohybu?

e) Mení sa potenciálna energia počas pohybu? Vyjadrite vzťah pre potenciálnu energiu vodorovného vrhu a pomocou neho vypočítajte potenciálnu energiu pri zvolených počiatkových podmienkach v čase $t = 1,536$ s a porovnajte ju s hodnotou, ktorú zobrazuje aplet.

 **Pomôcka:** Pri vyjadrení vzťahu pre potenciálnu energiu vodorovného vrhu si uvedomte, čo je veličina h v tomto vzťahu.

f)) Prečo je potenciálna energia na konci pohybu nulová?

[Odpovede](#)

Úloha 2:

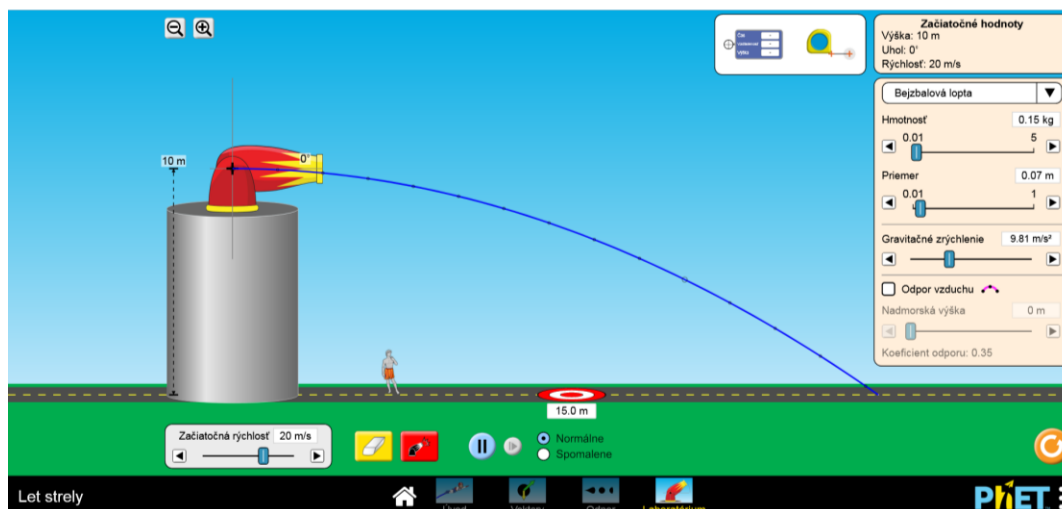
Overte pomocou apletu zákon zachovania mechanickej energie.

Nastavte nasledujúce počiatkové podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatková výška:** 50 m, **Začiatková rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 0° a zvolte zobrazovanie energie: **Energia**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Pozorujte hodnoty celkovej mechanickej energie počas pohybu telesa. Aká je mechanická energia telesa na začiatku pohybu, vo výške 30 m, 10 m nad zemou a na konci pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- Platí zákon zachovania mechanickej energie pri vodorovnom vrhu telesa, ak je zanedbaný odpor?
- Akej energii sa rovná mechanická energia na začiatku pohybu a vo výške 30 m, 10 m?
- Aká je kinetická energia vzhľadom na mechanickú energiu na konci pohybu telesa?
- Vypočítajte mechanickú energiu telesa čase $t = 1,536$ s a porovnajte ju s hodnotou, ktorú zobrazuje aplet.

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Let strely** do nového okna zo zdroja:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_sk.html

Tento aplet demonštruje let strely (telesa) v tiažovom poli Zeme. Na aplete je možné zmenou počiatkových parametrov pozorovať pohyb rôznych telies (delová guľa, človek, auto, tekvica a iné) bez odporu vzduchu, ale aj skúmať ako na pohyb vplyva odpor. V prípade pohybu telesa v odporovom prostredí, na teleso pôsobí okrem **tiažovej sily** aj **odporová sila**, ktorej veľkosť je

$$F_o = \frac{1}{2}CS\rho v^2, \quad (1)$$

kde C je koeficient odporu (závisí od tvaru telesa), S je priečny rez telesa (kolmý na smer prúdenia), ρ je hustota vzduchu a v je rýchlosť telesa. Tento vzťah uvažujeme v prípade, že sa teleso pohybuje dostatočne veľkou rýchlosťou v prostredí, v ktorom sa okolo neho tvoria víry (turbulentné prúdenie vzduchu). Odporová sila pôsobí na teleso proti jeho pohybu, preto jeho pohyb spomaľuje.

Ak by sa teleso pohybovalo s malou rýchlosťou, v prostredí laminárneho prúdenia, bola by odporová sila daná

$$F_o = 6\pi r\eta v, \quad (2)$$

kde η je dynamická viskozita vzduchu, r je polomer telesa a v je rýchlosť telesa.

Poznámka: V aplete je pôsobiaca odporová sila daná vzťahom (1) a je označená F_d .

Úloha 1:

Pomocou apletu skúmajte odporovú silu prostredia, ktorá pôsobí na teleso pri vodorovnom vrhu.

Na obrazovke apletu otvorte záložku **Vektory**. V ľavej dolnej časti obrazovky apletu nastavte nasledujúce počiatkové podmienky:

Výška: 10 m (pomocou myši uchopíte + na dele a pri stlačení ľavom tlačidle myši presuniete delo ťahaním nadol na zem, pokým ukazovateľ výšky naľavo nazobrazuje 10 m), **Začiatková rýchlosť:** 20 m/s (pod delom nastavte pomocou posúvnik na požadovanú hodnotu), **Elevačný uhol:** 0° (otáčaním dela pomocou myši nastavte požadovanú hodnotu).

V hornej pravej časti obrazovky apletu nemeňte nastavené hodnoty (priemer a hmotnosť). Možnosť **Odpor vzduchu** nepotvrdíte, zvolíte **Výsledný** a zobrazenie **Vektory sily**.

Aplet spustíte tlačidlom **Pál** (červená ikona s delom ). Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** alebo krokovať, či spomaliť (možnosť **Spomalene**).

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aká sila pôsobí na teleso počas jeho pohybu a aký je jej smer a veľkosť, ak odpor vzduchu zanedbáme?
- Ako sú dané zložky pôsobiacej sily, ak odpor vzduchu zanedbáme? Je niektorá súradnica pôsobiacej sily nulová? (Overte si to pomocou apletu, zvolíte možnosť **Zložky** a spustíte aplet ešte raz).
- Pri rovnakých počiatkových podmienkach spustíte aplet, navyše zaškrtnete možnosť **Odpor vzduchu** (zvolíte možnosť **Výsledný** a zobrazenie **Vektory sily**). Aké sily pôsobia na teleso počas jeho pohybu? Mení sa veľkosť odporovej sily počas pohybu telesa? Aký má smer odporová sila?
- Ako sú dané zložky odporovej sily? Je niektorá súradnica odporovej sily nulová? (Overte si to pomocou apletu, zvolíte možnosť **Zložky** a spustíte aplet ešte raz).
- Vyjadrite veľkosť súradníc odporovej sily.



Pomôcka: Pri vyjadrení súradníc odporovej sily si uvedomte ako sú dané súradnice rýchlosti vodorovného vrhu.

Odpovede

Úloha 2:

Pomocou apletu skúmajte vplyv odporu prostredia na pohyb telesa pri vodorovnom vrhu.

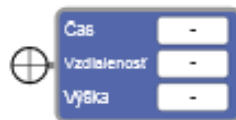
Na obrazovke apletu v dolnej časti otvorte poslednú záložku **Laboratórium**. V ľavej dolnej časti obrazovky apletu nastavte nasledujúce počiatkové podmienky:


Výška: 10 m (pomocou myši uchopíte + na dele a pri stlačení ľavom tlačidle myši presuniete delo ťahaním nadol na zem, pokým ukazovateľ výšky naľavo nazobrazuje 10 m), **Začiatková rýchlosť:** 20 m/s (pod delom nastavte pomocou posúvnik na požadovanú hodnotu), **Elevačný uhol:** 0° (otáčaním dela pomocou myši nastavte požadovanú hodnotu).

V hornej pravej časti obrazovky apletu vyberte zo zobrazovaných možností telesa: **Bejzbalová lopta**. Na aplete sa automaticky nastaví hmotnosť a priemer loptičky (ich hodnoty nemeňte). Nastavte **Gravitačné zrýchlenie:** 9,81 m/s². Možnosť **Odpor vzduchu** nepotvrdíte.

Aplet spustíte tlačidlom **Pál** (**červená ikona s delom** ). Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** alebo krokovať, či spomaliť (možnosť **Spomalene**).

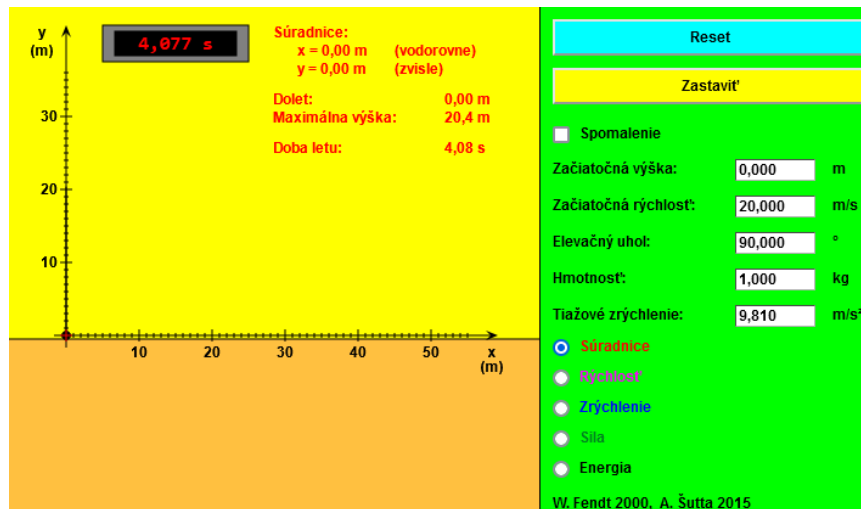
Odpovedzte na nasledujúce otázky:



a) Aký je dolet a doba doletu? (Hodnoty odčítate pomocou lupy  v hornej pravej časti obrazovky apletu, ktorú uchopíte pomocou myši a umiestníte na požadovaný bod trajektórie (zelený bod na trajektórii označuje bod, v ktorom je maximálna výška).

b) Urobte predpoveď ako odporová sila ovplyvní tvar trajektórie? Overté si to pomocou apletu. Pri rovnakých počiatočných podmienkach zaškrtnite možnosť **Odpor vzduchu** a spustíte aplet ešte raz. Aký je dolet a doba doletu? (Hodnoty odčítate opäť pomocou lupy). Prečo lopta letela dlhšie pri dolete ako v prípade bez odporu?

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je začiatočná rýchlosť, x_0 a y_0 sú začiatočné súradnice bodu, z ktorého je teleso vrhnuté, α je uhol, pod ktorým je teleso vrhnuté vzhľadom na os x (uhol medzi počiatočnou rýchlosťou a vodorovným smerom). Tento uhol pre **zvislý vrh nahor** nadobúda hodnotu 90° . Po dosadení tejto hodnoty do rovníc (1) – (4) nadobudnú jednoduchší tvar.

Úloha 1:

Pozorujte pohyb telesa v poli zemskej tiaže pri zvislom vrhu nahor.

Nastavte nasledujúce počiatkové podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 20 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 90° a zvolte zobrazovanie

trajektórie: **Súradnice**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**. Pohyb zastavte v najvyššom bode trajektórie.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Menia sa hodnoty súradníc x a y počas pohybu telesa? Ktorá súradnica je počas vrhu telesa stále nulová?
- Aké sú hodnoty súradníc x a y v počiatočnom bode a v maximálnom bode trajektórie?

Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Čo predstavujú tieto súradnice?

- Aký je tvar trajektórie pri pohybe telesa v poli zemskej tiaže pri daných nastavených podmienkach?
- Ako sú dané súradnice pri zvislom vrhu nahor? Napíšte ich matematické vyjadrenie.



Pomôcka: Pomôžte si s rovnicami (3) a (4) a podmienkou pre elevačný uhol.

[Odpovede](#)

Úloha 2:

Pozorujte ako sa mení rýchlosť pri zvislom vrhu nahor.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 20 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 90° a zvolte zobrazovanie rýchlosti: **Rýchlosť**. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**. Pohyb zastavte v najvyššom bode trajektórie.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aký majú smer zložky rýchlosti? Aký má smer celková rýchlosť na začiatku pohybu a vo výške 15 m? Mení sa smer rýchlosti pri zvislom vrhu nahor?
- Ako sú dané súradnice rýchlosti? Napíšte ich matematické vyjadrenie.



Pomôcka: Pomôžte si s rovnicami (1) a (2) a podmienkou pre elevačný uhol.

- Je niektorá súradnica rýchlosti počas pohybu telesa nulová?
- Aká je celková rýchlosť v maximálnej výške? Ako je daná rýchlosť vo výške 15 m a aká je jej veľkosť (určete ju výpočtom aj pomocou apletu)?
- Zväčšuje sa veľkosť rýchlosti počas zvislého vrhu nahor?

[Odpovede](#)

Úloha 3:

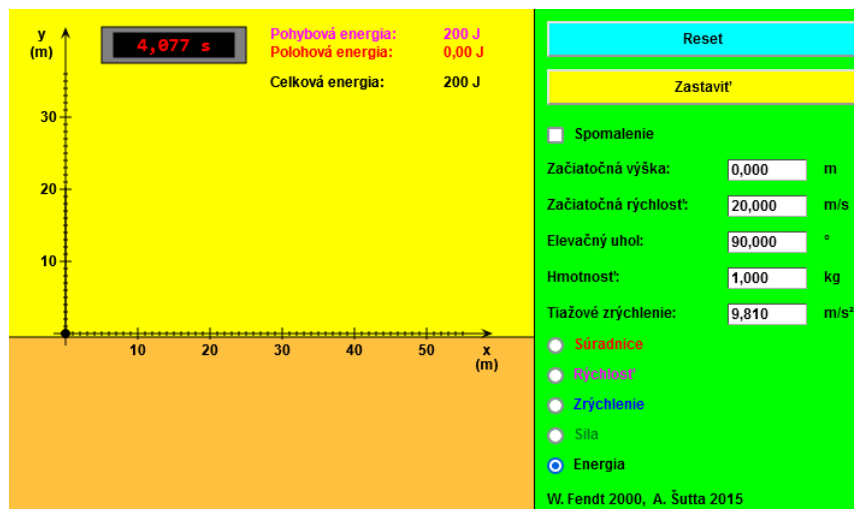
Pozorujte silové pôsobenie na teleso pri zvislom vrhu nahor.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška**: 0 m, **Začiatočná rýchlosť**: 30 m/s, **Hmotnosť**: 1 kg a zvolte zobrazovanie sily: **Sila**. Nastavte **Elevačný uhol**: 90°. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- a) Aký má smer pôsobiaca sila na teleso počas vrhu nahor? Mení sa smer sily?
- b) Aká je veľkosť pôsobiacej sily? Mení sa? Od čoho závisí?
- c) Aký má smer a veľkosť zrýchlenie telesa pri zvislom vrhu nahor? (Overte si odpoveď pomocou apletu, pri rovnakých počiatočných podmienkach zvolte zobrazovanie zrýchlenia: **Zrýchlenie**).
- d) Vplyv hmotnosť na pohyb telesa? (Overte si odpoveď pomocou apletu, pri rovnakých počiatočných podmienkach zmeňte hmotnosť na 3 kg a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**). Zmenila sa výška, do ktorej teleso vystúpilo?

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénom tiažovom poli Zeme. Pri vhodnej voľbe počiatkových podmienok, je možné pozorovať pohyb telesa pri **zvislom vrhu nahor**. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Aplet umožňuje skúmať aj ako sa mení energia pri pohybe a overiť platnosť zákona zachovania mechanickej energie.

Celková **mechanická energia** je daná ako súčet potenciálnej a kinetickej energie

$$E = E_k + E_p, \quad (1)$$

kde **kinetická (pohybová) energia**

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

a **potenciálna (polohová) energia** v malých výškach nad zemou je

$$E_p = mgh. \quad (3)$$

V konzervatívnom silovom poli (v poli kde nepôsobia disipatívne sily, napr. odporové) platí **zákon zachovania mechanickej energie**, ktorí hovorí, že v v každom bode konzervatívneho silového poľa sa mechanická energia (súčet potenciálnej a kinetickej energie) zachováva

$$E = E_k + E_p = \text{konš.} \quad (4)$$

Pri pohybe telesa v konzervatívnom silovom poli sa kinetická energia premieňa na potenciálnu energiu a naopak, ale celková mechanická energia sa zachováva.

Úloha 1:

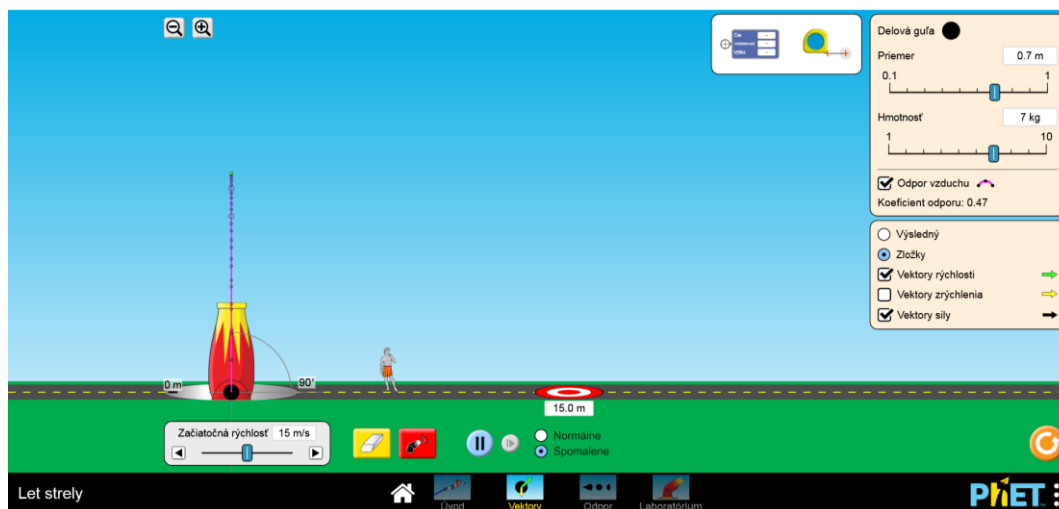
Pomocou apletu skúmajte kinetickú, potenciálnu a celkovú energiu telesa pri zvislom vrhu nahor.

Nastavte nasledujúce počiatočné podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 20 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** 90° a zvolte zobrazovanie energie: **Energia**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**. Aplet zastavte v najvyššom bode trajektórie.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- a) Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia na začiatku pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- b) Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia vo výške 10 m a 15 m? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- c) Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia v maximálnej výške? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- d) Aká je mechnická energia v jednotlivých výškách (0 m, 10 m, 15 m, maximálna výška)? Ktorý zákon pre mechanickú energiu platí v tomto prípade? (počas pohybu môžete sledovať výšku pri zobrazovaní: **Súradnice**)
- e) V ktorom bode trajektórie je celková energia rovná kinetickej energii? potenciálnej energii? (počas pohybu môžete sledovať výšku pri zobrazovaní: **Súradnice**)
- f) V ktorom bode trajektórie je kinetická energia rovná potenciálnej energii? (počas pohybu môžete sledovať výšku pri zobrazovaní: **Súradnice**)
- g) Ako sa menia jednotlivé energie počas vrhu nahor (rastú, klesajú, nemenia sa)? Od čoho závisí ich zmena?

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Let strely** do nového okna zo zdroja:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_sk.html

Tento aplet demonštruje let strely (telesa) v tiažovom poli Zeme. Na aplete je možné zmenou počiatkových parametrov pozorovať pohyb rôznych telies (delová guľa, človek, auto, tekvica a iné) bez odporu vzduchu, ale aj skúmať ako na pohyb vplyva odpor. V prípade pohybu telesa v odporovom prostredí, na teleso pôsobí okrem **tiažovej sily** aj **odporová sila**, ktorej veľkosť je

$$F_o = \frac{1}{2}CS\rho v^2, \quad (1)$$

kde C je koeficient odporu (závisí od tvaru telesa), S je priečny rez telesa (kolmý na smer prúdenia), ρ je hustota vzduchu a v je rýchlosť telesa. Tento vzťah uvažujeme v prípade, že sa teleso pohybuje dostatočne veľkou rýchlosťou v prostredí, v ktorom sa okolo neho tvoria víry (turbulentné prúdenie vzduchu). Odporová sila pôsobí na teleso proti jeho pohybu, preto jeho pohyb spomaľuje.

Ak by sa teleso pohybovalo s malou rýchlosťou, v prostredí laminárneho prúdenia, bola by odporová sila daná

$$F_o = 6\pi r\eta v, \quad (2)$$

kde η je dynamická viskozita vzduchu, r je polomer telesa a v je rýchlosť telesa.

Poznámka: V aplete je pôsobiaca odporová sila daná vzťahom (1) a je označená F_d .

Úloha 1:

Pomocou apletu skúmajte vplyv odporovej sily prostredia na teleso pri zvislom vrhu nahor.

Na obrazovke apletu otvorte záložku **Vektory**. V ľavej dolnej časti obrazovky apletu nastavte nasledujúce počiatkové podmienky:

Výška: 0 m (pomocou myši uchopíte + na dele a pri stlačení ľavom tlačidle myši presuňte delo ťahaním nadol na zem, pokým ukazovateľ výšky naľavo nazobrazuje 0 m), **Začiatková rýchlosť:** 15 m/s (pod delom nastavte pomocou posúvnik na požadovanú hodnotu), **Elevačný uhol:** 90 ° (otáčaním dela pomocou myši nastavte požadovanú hodnotu).

V hornej pravej časti obrazovky apletu nastavte **Priemer:** 0,7 m a **Hmotnosť:** 7 kg. Možnosť **Odpor vzduchu** nepotvrďte, zvolte **Výsledný** a zobrazenie **Vektory rýchlosti** a **Vektory sily**.

Aplet spustíte tlačidlom **Pál** (červená ikona s delom ). Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** alebo krokovať, či spomaliť (možnosť **Spomalene**). Aplet zastavte v najvyššom bode trajektórie.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aká sila pôsobí na teleso počas jeho pohybu a aký je jej smer a veľkosť, ak odpor vzduchu zanedbáme?
- Ako sú dané zložky pôsobiacej sily, ak odpor vzduchu zanedbáme? Je niektorá súradnica pôsobiacej sily nulová? (Overte si to pomocou apletu, zvolte možnosť **Zložky** a spustite aplet ešte raz). V aplete je odporová sila zobrazená čiernou farbou.
- Mení sa rýchlosť telesa pri pohybe? Mení sa jej smer? Vplýva rýchlosť na hodnotu pôsobiacej sily (mení sa sila vplyvom rýchlosti)? V aplete je rýchlosť zobrazená zelenou farbou.



d) Do akej výšky teleso vystúpilo a ako dlho mu to trvalo? (Hodnoty odčítate pomocou lupy v hornej pravej časti obrazovky apletu, ktorú uchopíte pomocou myši a umiestníte na požadovaný bod trajektórie (zelený bod na trajektórii označuje bod, v ktorom je maximálna výška).

e) Pri rovnakých počiatkových podmienkach spustíte aplet ešte raz, navyše zaškrtnete možnosť **Odpor vzduchu**. Aké sily pôsobia na teleso počas jeho pohybu? Aký má smer odporová sila?

f) Mení sa veľkosť odporovej sily počas pohybu telesa? Od čoho závisí?

d) Ako sú dané zložky odporovej sily? Je niektorá súradnica odporovej sily nulová? (Overte si to pomocou apletu, zvolte možnosť **Zložky** a spustite aplet ešte raz).

g) Vyjadrite veľkosť súradníc odporovej sily.



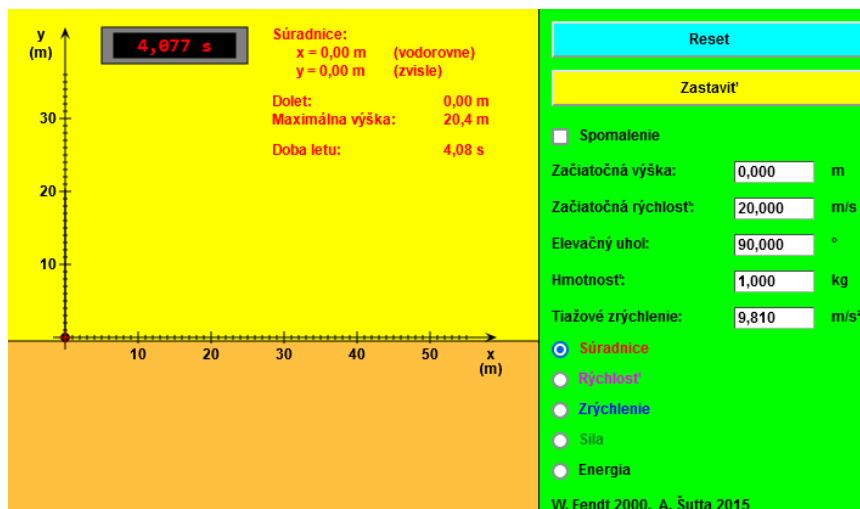
Pomôcka: Pri vyjadrení súradníc odporovej sily si uvedomte ako sú dané súradnice rýchlosti pri zvislom vrhu nahor.

h) Do akej výšky teleso vystúpi a ako dlho mu to bude trvať, ak na teleso pôsobí odporová sila? (Svoj predpoklad



potvrďte pomocou apletu. Hodnoty odčítate pomocou lupy v hornej pravej časti obrazovky apletu, ktorú uchopíte pomocou myši a umiestníte na požadovaný bod trajektórie (zelený bod na trajektórii označuje bod, v ktorom je maximálna výška).

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je začiatková rýchlosť, x_0 a y_0 sú začiatkové súradnice bodu, z ktorého je teleso vrhnuté, α je uhol, pod ktorým je teleso vrhnuté vzhľadom na os x (uhol medzi počiatkovou rýchlosťou a vodorovným smerom). Tento uhol pre **zvislý vrh nadol** nadobúda hodnotu -90° . Po dosadení tejto hodnoty do rovníc (1) – (4) nadobudnú jednoduchší tvar

$$v_x = 0 \quad (5)$$

$$v_y = -v_0 - gt \quad (6)$$

$$x = x_0 \quad (7)$$

$$y = -v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (8)$$

Úloha 1:

Pozorujte pohyb telesa v poli zemskej tiaže pri zvislom vrhu nadol.

Nastavte nasledujúce počiatočné podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 20 m, **Začiatočná rýchlosť:** 5 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** -90° a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Aplet spustite tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** a spomaliť pomocou voľby **Spomalene**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Menia sa hodnoty súradníc x a y počas pohybu telesa? Ktorá súradnica je počas vrhu telesa stále nulová?
- Aké sú hodnoty súradníc x a y v počiatočnom bode a v koncovom bode trajektórie?
Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Čo predstavujú tieto súradnice?
- Aký je tvar trajektórie pri pohybe telesa v poli zemskej tiaže pri daných nastavených podmienkach?

[Odpovede](#)

Úloha 2:

Pozorujte ako sa mení rýchlosť pri zvislom vrhu nadol.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška:** 20 m, **Začiatočná rýchlosť:** 5 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** -90° a zvolte zobrazovanie rýchlosti: **Rýchlosť**. Simuláciu spustite tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** a spomaliť pomocou voľby **Spomalene**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aký majú smer zložky rýchlosti? Aký má smer celková rýchlosť na začiatku pohybu a vo výške 10 m vzhľadom na os y ? Mení sa smer rýchlosti pri zvislom vrhu nadol?
- Je niektorá súradnica rýchlosti počas pohybu telesa nulová?
- Ako je daná rýchlosť vo výške 10 m a aká je jej veľkosť? Aká je celková rýchlosť na konci pohybu?
- Zmenšuje sa veľkosť rýchlosti počas zvislého vrhu nadol?

[Odpovede](#)

Úloha 3:

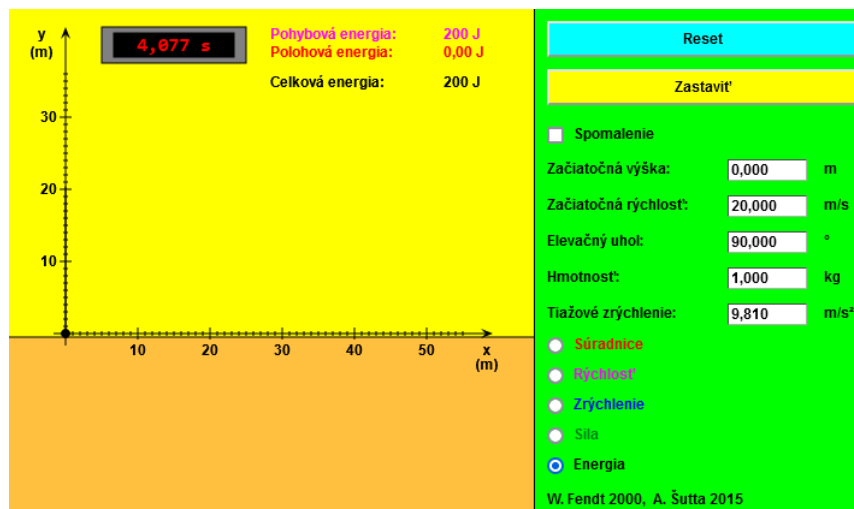
Pozorujte silové pôsobenie na teleso pri zvislom vrhu nadol.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatočná výška:** 20 m, **Začiatočná rýchlosť:** 5 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg a zvolte zobrazovanie sily: **Sila**. Nastavte **Elevačný uhol:** -90° . Simuláciu spustite tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- a) Aký má smer pôsobiaca sila na teleso počas vrhu nadol? Mení sa smer sily?
- b) Aká je veľkosť pôsobiacej sily? Mení sa? Od čoho závisí?
- c) Aký má smer a veľkosť zrýchlenie telesa pri zvislom vrhu nadol? (Overte si odpoveď pomocou apletu, pri rovnakých počiatočných podmienkach zvolte zobrazovanie zrýchlenia: **Zrýchlenie**).

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénnom tiažovom poli Zeme. Pri vhodnej voľbe počiatkových podmienok, je možné pozorovať pohyb telesa pri **zvislom vrhu nadol**. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Aplet umožňuje skúmať aj ako sa mení energia pri pohybe a overiť platnosť zákona zachovania mechanickej energie.

Celková **mechanická energia** je daná ako súčet potenciálnej a kinetickej energie

$$E = E_k + E_p, \quad (1)$$

kde **kinetická (pohybová) energia**

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

a **potenciálna (polohová) energia** v malých výškach nad zemou je

$$E_p = mgh. \quad (3)$$

V konzervatívnom silovom poli (v poli kde nepôsobia disipatívne sily, napr. odporové) platí **zákon zachovania mechanickej energie**, ktorí hovorí, že v v každom bode konzervatívneho silového poľa sa mechanická energia (súčet potenciálnej a kinetickej energie) zachováva

$$E = E_k + E_p = \text{konš.} \quad (4)$$

Pri pohybe telesa v konzervatívnom silovom poli sa kinetická energia premieňa na potenciálnu energiu a naopak, ale celková mechanická energia sa zachováva.

Úloha 1:

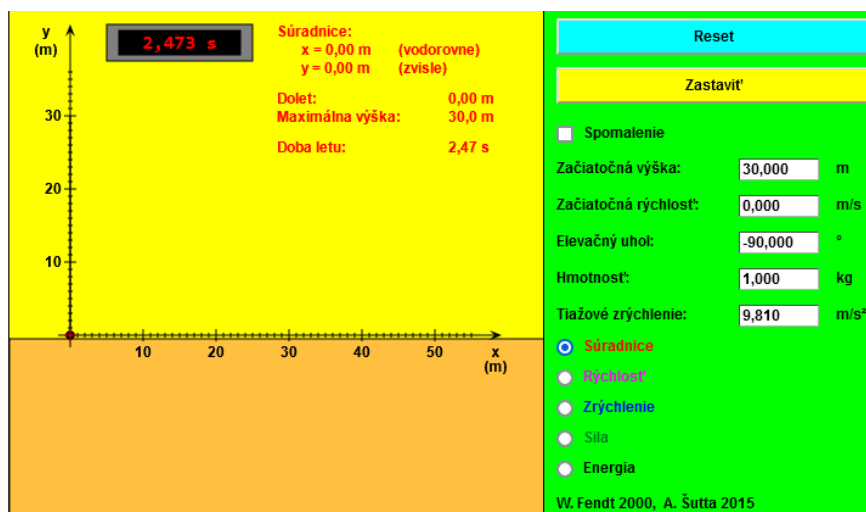
Pomocou apletu skúmajte kinetickú, potenciálnu a celkovú energiu telesa pri zvislom vrhu nadol.

Nastavte nasledujúce počiatkové podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatková výška:** 20 m, **Začiatková rýchlosť:** 5 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** - 90° a zvolte zobrazovanie energie: **Energia**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia na začiatku pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia vo výške 15 m a 10 m? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia na konci pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- Aká je mechnická energia v jednotlivých výškách (0 m, 10 m, 15 m, maximálna výška)? Ktorý zákon pre mechanickú energiu platí v tomto prípade?
- V ktorom bode trajektórie je celková energia rovná kinetickej energii?
- Ako sa menia jednotlivé energie počas vrhu nadol (rastú, klesajú, nemenia sa)? Od čoho závisí ich zmena?

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénnom tiažovom poli Zeme. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú

$$v_x = v_0 \cos \alpha \quad (1)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt \quad (2)$$

$$x = v_0 t \cos \alpha + x_0 \quad (3)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2 + y_0 \quad (4)$$

kde v_0 je začiatková rýchlosť, x_0 a y_0 sú začiatkové súradnice bodu, z ktorého je teleso vrhnuté, α je uhol, pod ktorým je teleso vrhnuté vzhľadom na os x (uhol medzi počiatkovou rýchlosťou a vodorovným smerom). Tento uhol pre **voľný pád** nadobúda hodnotu -90° . Pri voľnom páde teleso padá z určitej výšky, pričom mu nie je udelená začiatková rýchlosť, preto $v_0 = 0$ m/s. Po dosadení do rovníc (1) – (4) nadobudnú jednoduchší tvar

$$v_x = 0 \text{ m/s} \quad (5)$$

$$v_y = -gt \quad (6)$$

$$x = 0 \text{ m} \quad (7)$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0. \quad (8)$$

Úloha 1:

Pozorujte pohyb telesa v poli zemskej tiaže pri voľnom páde.

Nastavte nasledujúce počiatkové podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatková výška:** 30 m, **Začiatková rýchlosť:** 0 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** -90° a zvolte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. Aplet spustite tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** a spomaliť pomocou voľby **Spomalene**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Menia sa hodnoty súradníc x a y počas pohybu telesa? Ktorá súradnica je počas voľného pádu telesa stále nulová?
- Aké sú hodnoty súradníc x a y v počiatkovom bode a v koncovom bode trajektórie?
Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Čo predstavujú tieto súradnice?
- Aký je tvar trajektórie pri pohybe telesa v poli zemskej tiaže pri daných nastavených podmienkach?

Odpovede

Úloha 2:

Pozorujte ako sa mení rýchlosť pri voľnom páde.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatková výška:** 30 m, **Začiatková rýchlosť:** 0 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** -90° a zvolte zobrazovanie rýchlosti: **Rýchlosť**. Simuláciu spustite tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza** a spomaliť pomocou voľby **Spomalene**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aký majú smer zložky rýchlosti? Aký má smer celková rýchlosť vo výške 25 m a 10 m? Mení sa smer rýchlosti pri voľnom páde?
- Prečo je hodnota y – novej zložky rýchlosti na aplete zobrazovaná so znamienkom mínus? Vysvetlite.



Pomôcka: Uvedomte si, vzhľadom na ktorú os je popisovaný pohyb telesa.

- Je niektorá súradnica rýchlosti počas pohybu telesa nulová?
- Ako je daná rýchlosť vo výške 10 m a aká je jej veľkosť? Aká je celková rýchlosť na konci pohybu?
- Zmenšuje sa veľkosť rýchlosti počas voľného pádu?

Odpovede

Úloha 3:

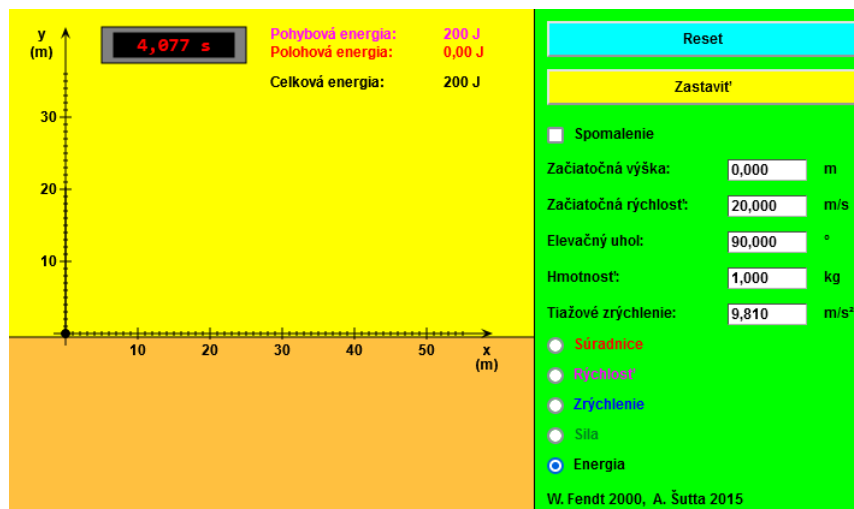
Pozorujte silové pôsobenie na teleso pri zvislom vrhu nadol.

Najprv stlačte **Reset**. Nastavte **Začiatková výška**: 30 m, **Začiatková rýchlosť**: 0 m/s, **Hmotnosť**: 1 kg a zvolte zobrazovanie sily: **Sila**. Nastavte **Elevačný uhol**: - 90°. Simuláciu spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- a) Aký má smer pôsobiaca sila na teleso počas voľného pádu? Mení sa smer sily?
- b) Aká je veľkosť pôsobiacej sily? Mení sa? Od čoho závisí?
- c) Aký má smer a veľkosť zrýchlenie telesa pri voľnom páde? (Overte si odpoveď pomocou apletu, pri rovnakých počiatkových podmienkach zvolte zobrazovanie zrýchlenia: **Zrýchlenie**).

[Odpovede](#)



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Tento aplet demonštruje pohyb v homogénom tiažovom poli Zeme. Pri vhodnej voľbe počiatkových podmienok, je možné pozorovať pohyb telesa pri **voľnom páde**. Vplyv odporu vzduchu je zanedbaný. Aplet umožňuje skúmať aj ako sa mení energia pri pohybe a overiť platnosť zákona zachovania mechanickej energie.

Celková **mechanická energia** je daná ako súčet potenciálnej a kinetickej energie

$$E = E_k + E_p, \quad (1)$$

kde **kinetická (pohybová) energia**

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2)$$

a **potenciálna (polohová) energia** v malých výškach nad zemou je

$$E_p = mgh. \quad (3)$$

V konzervatívnom silovom poli (v poli kde nepôsobia disipatívne sily, napr. odporové) platí **zákon zachovania mechanickej energie**, ktorí hovorí, že v v každom bode konzervatívneho silového poľa sa mechanická energia (súčet potenciálnej a kinetickej energie) zachováva

$$E = E_k + E_p = \text{konš.} \quad (4)$$

Pri pohybe telesa v konzervatívnom silovom poli sa kinetická energia premieňa na potenciálnu energiu a naopak, ale celková mechanická energia sa zachováva.

Úloha 1:

Pomocou apletu skúmajte kinetickú, potenciálnu a celkovú energiu telesa pri voľnom páde.

Nastavte nasledujúce počiatočné podmienky: Najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy). **Začiatočná výška:** 40 m, **Začiatočná rýchlosť:** 0 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg, **Elevačný uhol:** - 90° a zvolte zobrazovanie energie: **Energia**. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia na začiatku pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia vo výške 20 m a 10 m? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- Aká je kinetická, potenciálna a celková mechanická energia na konci pohybu? Pre lepšie odčítanie hodnôt zvolte možnosť: **Spomalene**. Hodnoty energie sú zobrazované v hornej časti apletu.
- Vysvetlite, prečo je kinetická energia na začiatku pohybu nulová.

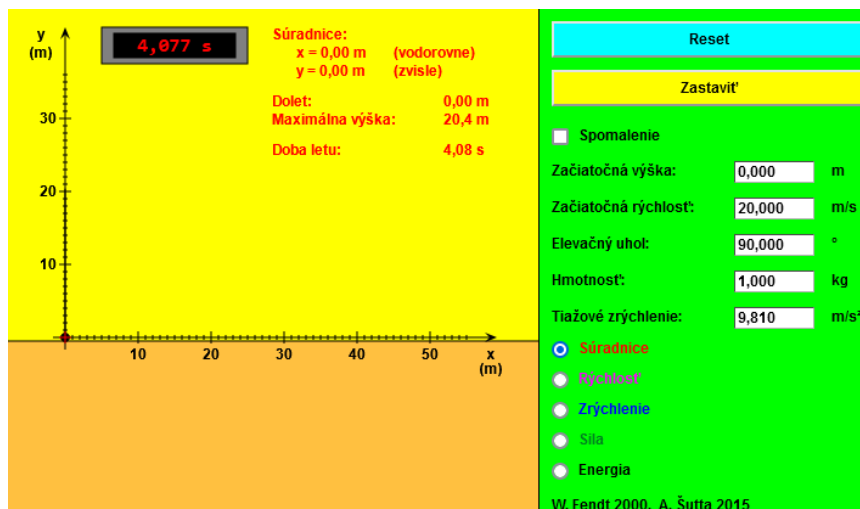


Pomôcka: Uvedomte si, od čoho závisí kinetická energia, pozrite rovnicu (2).

- Na aplete je potenciálna energia na konci pohybu $E_p = 6,97 \cdot 10^{-14} \text{ J} \sim 0 \text{ J}$. Vysvetlite prečo.
- Aká je mechnická energia v jednotlivých výškách (0 m, 10 m, 20 m, maximálna výška)? Ktorý zákon pre mechanickú energiu platí v tomto prípade?
- V ktorom bode trajektórie je celková energia rovná kinetickej energii? V ktorom bode trajektórie je celková energia rovná potenciálnej energii?
- Ako sa menia jednotlivé energie počas vrhu nadol (rastú, klesajú, nemenia sa)? Od čoho závisí ich zmena?

[Odpovede](#)

Cvičenia s apletmi



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Overte pomocou apletu a výpočtom platnosť výroku, ktorý sa nachádza v Galileiovom diele **Rozpravy o 2 nových vedách** „... pre dva rôzne elevačné uhly, ktoré sa líšia od uhla 45° o rovnakú hodnotu, je dĺžka letu(dostrel) rovnaká ...“

Riešenie pomocou apletu.

Pri nastavovaní počiatkových podmienok najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy) a potom zvolíte **Začiatočná výška:** 0 m, **Začiatočná rýchlosť:** 30 m/s, **Hmotnosť:** 1 kg a zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. **Elevačný uhol** nastavte pre dve ľubovoľné hodnoty tak, aby ste overili platnosť výroku. Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

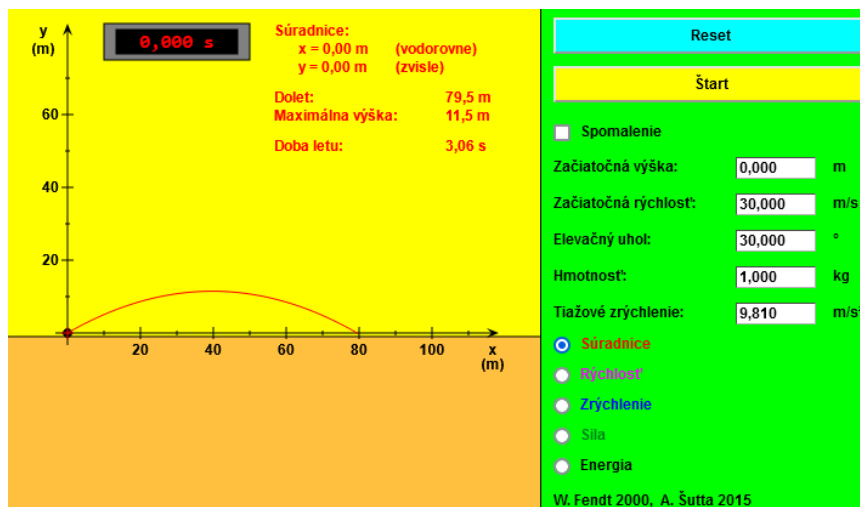
Odpovedzte na nasledujúce otázky:

- Akú vodorovnú vzdialenosť teleso dosiahne pre obe hodnoty elevačného uhla?
- Je dĺžka doletu v oboch prípadoch rovnaká?

Riešenie výpočtom.



Pomôcka: Použitím rovníc, ktoré popisujú polohu telesa pri šikmom vrhu ([teória T1](#)) odvodte vzorec pre dostrel. Uvedomte si, aké sú súradnice polohy v tomto bode.



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj pomocou výpočtu.

Zo striekačky vystrekuje voda pod uhlom 60° rýchlosťou 50 m/s . Určte maximálnu výšku trajektórie a vzdialenosť dopadu vody. Odpor vzduchu zanedbajte.

Riešenie pomocou apletu.

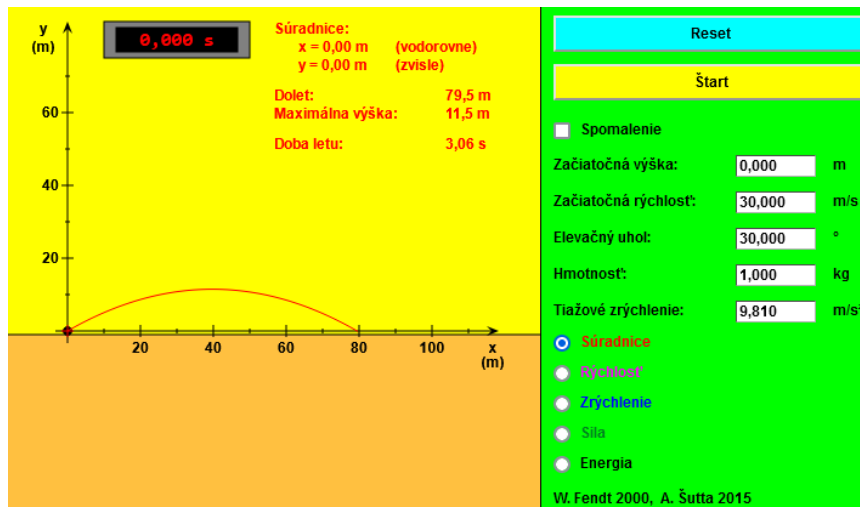
Pri nastavovaní počiatočných podmienok najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy) a potom zvolíte **Začiatková výška**: 0 m , **Začiatková rýchlosť**: 50 m/s , **Hmotnosť**: 1 kg a zvolíte zobrazovanie trajektórie: **Súradnice**. **Elevačný uhol**: 60° . Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**.

Riešenie výpočtom.



Pomôcka: Použite súradnice popisujúce polohu telesa pri šikmom vrhu a ich upravte. Ak máte problém odvodiť vzorec pre dostrel a maximálnu výšku vráťte sa ešte raz k teórii [T1](#) a [T3](#). Uvedomte si aké sú súradnice polohy a rýchlosti v maximálnom bode trajektórie a v maximálnej vodorovnej vzdialenosti (dostrel).

$$[h_{\max} = 95,6 \text{ m}; d = 220,7 \text{ m}]$$



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj pomocou výpočtu.

Strela bola vystrelená rýchlosťou 60 m/s pod elevačným uhlom 30°. V akej výške zasiahne stenu horského masívu, ktorá je v horizontálnej vzdialenosti 256 m od dela? Odpor vzduchu zanedbajte.

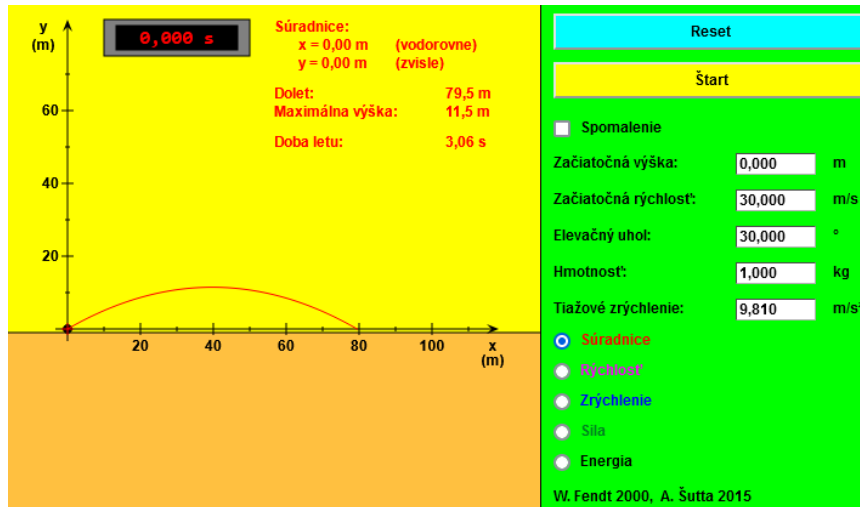
Riešenie pomocou apletu. Ak neviete nastaviť počiatočne podmienky pomôžte si [cvičením C2](#).

Riešenie výpočtom. Použite súradnice popisujúce trajektóriu pri šikmom vrhu.



Pomôcka: Uvedomte si, ktorú súradnicu trajektórie predstavuje výška, kde zasiahne strela masív.

[h = 28,74 m]



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj pomocou výpočtu.

Z dela pobrežného delostrelectva umiestneného vo výške 30 m nad hladinou mora je vypálená strela pod uhlom 45° vzhľadom na horizontálnu rovinu s počiatočnou rýchlosťou $100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Aká je vodorovná vzdialenosť miesta, v ktorom strela zasiahne cieľ ležiaci na hladine mora, od dela?

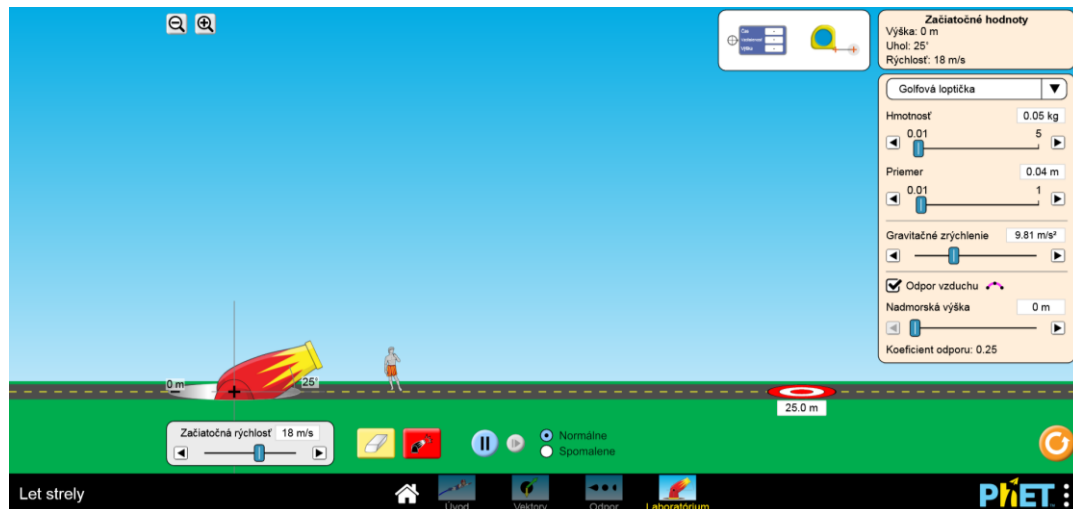
Riešenie pomocou apletu. Ak neviete nastaviť počiatočne podmienky pomôžte si [cvičením C2](#).

Riešenie výpočtom. Použite súradnice popisujúce trajektóriu pri šikmom vrhu.



Pomôcka: Uvedomte si, ktorú súradnicu trajektórie predstavuje výška nad hladinou mora.

[$d = 1,048 \text{ km}$]



Otvorte si aplet **Let strely** do nového okna zo zdroja:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_sk.html

Riešte úlohu pomocou výpočtu, potom overte výsledok pomocou apletu.

a) Pod akým uhlom a s akou počiatkovou rýchlosťou musí golfista odpáliť loptičku, aby trafil červený stred terča na tráve vo vzdialenosti 25 m, ak let loptičky trval 1,55 s? Odpor vzduchu zanedbajte.

Riešenie výpočtom. Použite súradnice popisujúce trajektóriu pri šikmom vrhu.

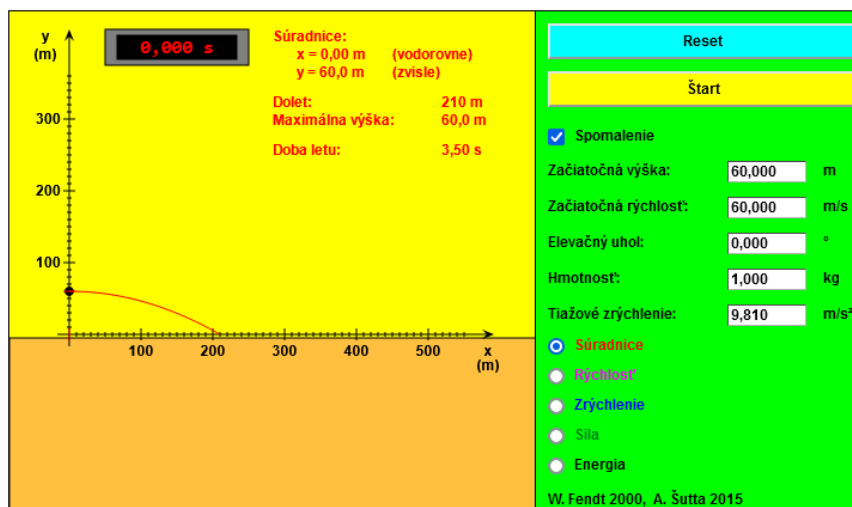
Riešenie pomocou apletu.



Pomôcka: Ak neviete nastaviť počiatkové podmienky pomôžte si s úlohou 2, [teória T5](#). Červený terč posuňte pomocou myši do vzdialenosti 25 m.

b) Overte pomocou apletu, či golfista trafí červený stred terča na tráve za tých istých počiatkových podmienok, ak by sa bral do úvahy odpor prostredia.

[a] $\alpha = 25,23^\circ$; $v_0 = 17,83 \text{ m/s}$



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj výpočtom.

Zo stožiaru vysokého 60 m bol hodený kameň vodorovným smerom rýchlosťou 60 m/s. Vypočítajte polohu kameňa na konci druhej sekundy, veľkosť rýchlosti kameňa v tomto čase a miesto dopadu na vodorovnú rovinu.

Riešenie výpočtom.



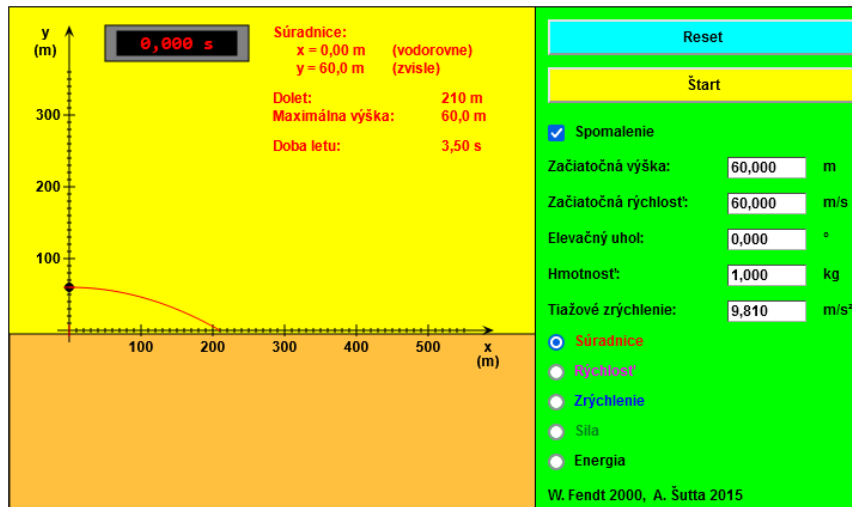
Pomôcka: Vyjadrite zo vzťahou (1) – (4) v časti [T6](#) súradnice rýchlosti a polohy telesa pri vodorovnom vrhu.

Riešenie pomocou apletu.



Pomôcka: Ak neviete nastaviť počiatočné podmienky, pomôžte si [cvičením C2](#).

[poloha kameňa: 120 m horizontálna vzdialenosť od stožiaru, výška 40,38 m, $v_2 = 63,13$ m/s, $d = 209,85$ m]



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj výpočtom.

Z vrcholu veže vysokej 100 m je vystrelená guľa vodorovným smerom začiatkovou rýchlosťou 100 m/s. V akej vzdialenosti od päty veže a za akú dobu dopadne na vodorovný povrch Zeme? Odpor vzduchu zanedbajte.

Riešenie výpočtom.



Pomôcka: Vyjadrite si zo vzťahou (1) – (4) v časti [T6](#) súradnice rýchlosti a polohy telesa pri vodorovnom vrhu.

Riešenie pomocou apletu.



Pomôcka: Ak neviete nastaviť počiatkové podmienky, pomôžte si [cvičením C2](#).

[$d = 452 \text{ m}$; $t = 4,52 \text{ s}$]



Otvorte si aplet **Let strely** do nového okna zo zdroja:

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_sk.html

Riešte úlohu pomocou výpočtu potom si overte výsledok pomocou apletu.

a) Pri filmovej naháňačke má kaskadér preskočiť na strechu susednej budovy. Ešte predtým ho prezieravo napadne, či vôbec môže túto úlohu zvládnuť, ak beží po streche prvej budovy nanajvýš rýchlosťou 5 m/s. Strecha susednej budovy je o 5 m nižšie ako strecha budovy, po ktorej beží kaskadér a jej vzdialenosť od tejto budovy je 6,6 m. Má kaskadér skočiť alebo radšej nie?

Riešenie výpočtom. Použite súradnice popisujúce trajektóriu pri vodorovnom vrhu.

Riešenie pomocou apletu.



Pomôcka: Ak neviete nastaviť počiatkové podmienky pomôžte si s úlohou 2, [T9](#). Červený terč posuňte pomocou myši do vzdialenosti 6,6 m.

b) Overte pomocou apletu, či by sa to kaskadérovi podarilo, ak by sa bral do úvahy odpor prostredia za tých istých počiatkových podmienok.

[a) $d = 5,05$ m kaskadér nemá skákať, b) ani v tomto prípade nemá skákať]



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj pomocou výpočtu.

Loptička hmotnosti 0,1 kg bola vrhnutá zvislo nahor z povrchu zeme rýchlosťou 20 m/s. Odpor vzduchu zanedbajte.

- Určte maximálnu výšku, ktorú pri vrhu dosiahne a dobu, za ktorú doletí loptička do tejto výšky.
- Rýchlosť, ktorú dosahuje loptička vo výške 10 m.
- Výšku, v ktorej sa nachádza v čase 1 s.
- Kinetickú energiu loptičky na začiatku pohybu.
- Kinetickú a potenciálnu energiu vo výške 10 m.

Riešenie pomocou apletu.

Pri nastavovaní počiatočných podmienok najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy) a potom zvolíte **Začiatočná výška: 0 m**, **Začiatočná rýchlosť: 20 m/s**, **Hmotnosť: 0,1 kg** a **Elevačný uhol: 90°**. Postupne meňte zobrazovanie: **Súradnice**, **Rýchlosť**, **Energia** (podľa zadania v úlohe). Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**. Meniaci sa čas je zobrazovaný na displeji v hornej časti apletu.

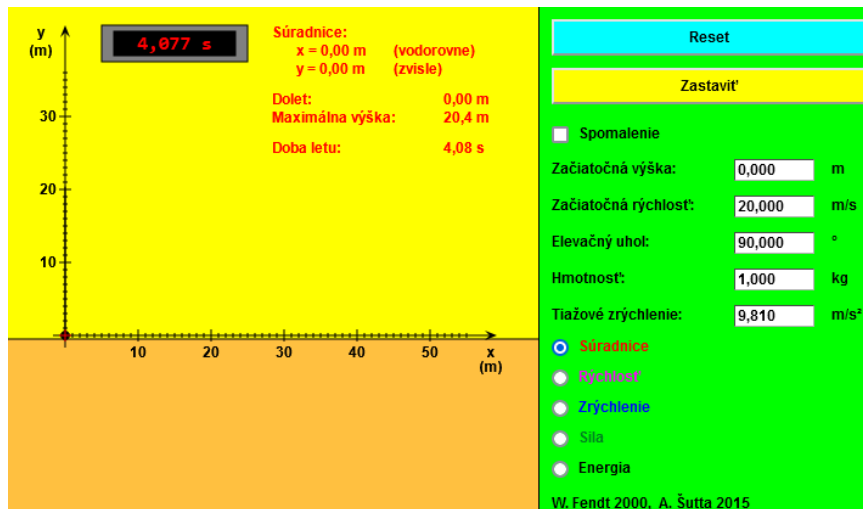
Riešenie výpočtom.



Pomôcka: Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú $v_y = v_0 - gt$ (1), $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ (2).

Uvedomte si, čo platí pre rýchlosť v maximálnom bode trajektórie. Ak neviete vzťahy popisujúce energie vráťte sa k [Teórii T2](#).

[$t_{max} = 2,038$ s m; $h_{max} = 20,38$ m, $v_{10} = 14,29$ m/s, $h_1 = 15,095$ m, $E_{k0} = 20$ J, $E_p = 9,81$ J, $E_k = 10,19$ J]



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj pomocou výpočtu.

Loptička hmotnosti 0,1 kg bola vrhnutá zvislo nahor z výšky 10 m nad zemou rýchlosťou 20 m/s. Odpor vzduchu zanedbajte.

- Určte maximálnu výšku, ktorú pri vrhu dosiahne a dobu, za ktorú doletí loptička do tejto výšky.
- Rýchlosť, ktorú dosahuje loptička vo výške 20 m.
- Výšku, v ktorej sa nachádza v čase 1 s.
- Kinetickú, potenciálnu a celkovú energiu loptičky na začiatku pohybu.
- Kinetickú energiu vo výške 20 m.
- Potenciálnu a celkovú energiu v maximálnej výške.

Riešenie pomocou apletu.



Pomôcka: Pri nastavovaní počiatočných podmienok použite C1 a uvedomte si, ktorú veličinu predstavuje výška 10 m.

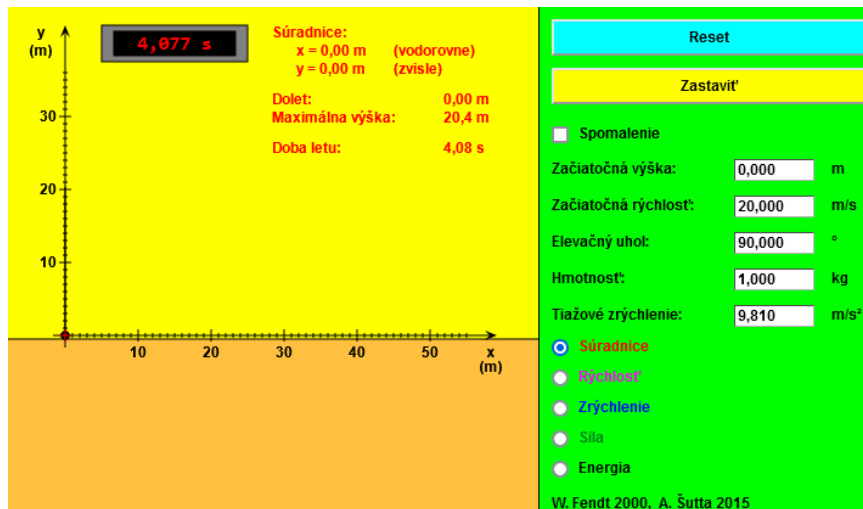
Riešenie výpočtom.



Pomôcka: Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú $v_y = v_0 - gt$ (1), $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ (2).

Uvedomte si, ako rovnice ovplyvní výška 10 m, z ktorej je teleso vrhnuté.

[$t_d = 2,86$ s m; $v_d = 28$ m/s, $v_{20} = 19,8$ m/s, $h_{1,055} = 34,5$ m, $E_k = 39,2$ J, $E_{k20} = 19,6$ J $E_{p20} = 19,6$ J, $E_{20} = 39,2$ J]



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj výpočtom.

Loptička hmotnosti 0,1 kg je vrhnutá zvislo nadol z výšky 40 m rýchlosťou 10 m/s. Odpor vzduchu zanedbajte.

- Určte dobu, za ktorú loptička dopadne na zem a rýchlosť, ktorú dosahuje pri dopade.
- Rýchlosť, ktorú má loptička vo výške 20 m.
- Výšku, v ktorej sa nachádza v čase 1,588 s.
- Kinetickú energiu loptičky pri dopade na zem.
- Kinetickú, potenciálnu a celkovú mechanickú energiu vo výške 20 m.

Riešenie pomocou apletu.

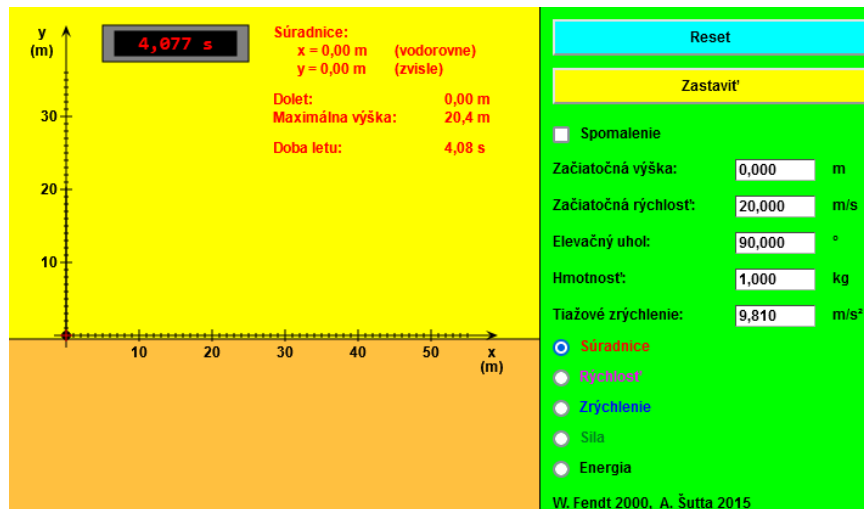
Pri nastavovaní počiatočných podmienok najprv stlačte **Reset** (nastaví strelu do pôvodnej polohy) a potom zvolte **Začiatková výška: 40 m**, **Začiatková rýchlosť: 10 m/s**, **Hmotnosť: 0,1 kg** a **Elevačný uhol: - 90°**. Postupne meňte zobrazovanie: **Súradnice**, **Rýchlosť**, **Energia** (podľa zadania v úlohe). Aplet spustíte tlačidlom **Štart**. Pred každým spustením apletu stlačte **Reset**. Pohyb môžete zastaviť v ktoromkoľvek bode pomocou tlačidla **Pauza**. Meniaci sa čas je zobrazovaný na displeji v hornej časti apletu.

Riešenie výpočtom.



Pomôcka: Ak neviete rovnice, ktoré popisujú tento pohyb vráťte sa k teórii [T9](#).

[$t_d = 2,013$ s m; $v_d = 28$ m/s, $v_{20} = 29,7$ m/s, $h_{1,588} = 11,8$ m, $E_k = 44,2$ J, $E_{k20} = 24,6$ J $E_{p20} = 19,62$ J, $E_{20} = 44,2$ J]



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénnom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj výpočtom.

Loptička hmotnosti 0,1 kg padá z výšky 40 m voľným pádom. Odpor vzduchu zanedbajte.

- Určte dobu, za ktorú loptička dopadne na zem a rýchlosť, ktorú dosahuje pri dopade.
- Rýchlosť, ktorú má loptička vo výške 20 m.
- Výšku, v ktorej sa nachádza v čase 1,055 s.
- Kinetickú energiu loptičky pri dopade na zem.
- Kinetickú, potenciálnu a celkovú mechanickú energiu vo výške 20 m.

Riešenie pomocou apletu.



Pomôcka: Ak neviete nastaviť počiatočné podmienky, pomôžte si [cvičením C9](#). Uvedomte si, aká je rýchlosť na začiatku pohybu a ktorú veličinu v počiatočných podmienkach predstavuje výška, z ktorej teleso padá voľným pádom.

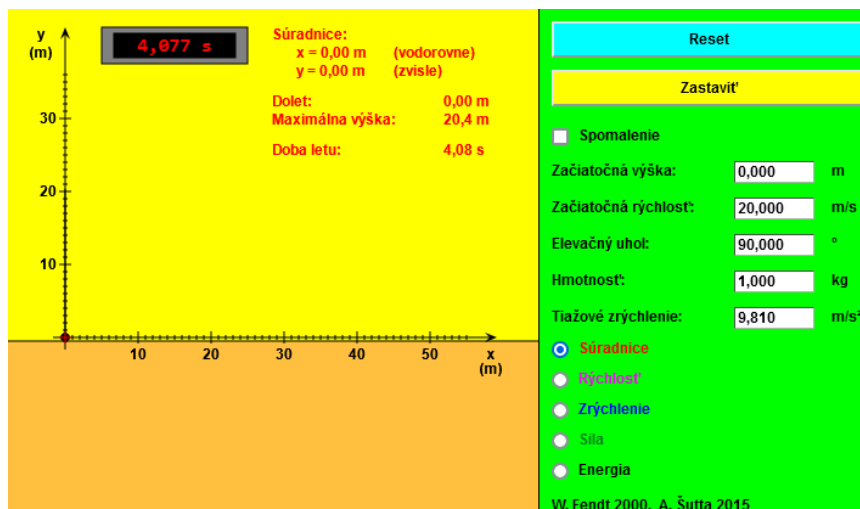
Riešenie výpočtom.



Pomôcka: Rovnice, ktoré popisujú tento pohyb sú $v_y = -gt$ (1), $y = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$ (2).

Uvedomte si, čo platí pre rýchlosť v maximálnom bode trajektórie. Ak nevíete vzťahy popisujúce jednotlivé energie vráťte sa k [Teórii T7](#).

[$t_d = 2,86$ s m; $v_d = 28$ m/s, $v_{20} = 19,8$ m/s, $h_{1,055} = 34,5$ m, $E_k = 39,2$ J, $E_{k20} = 19,6$ J $E_{p20} = 19,6$ J, $E_{20} = 39,2$ J]



Otvorte si aplet **Pohyb v homogénom tiažovom poli (vrhy)** do nového okna zo zdroja:

https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/projectile_sk.htm

Riešte úlohu pomocou apletu aj výpočtom.

Kameň hmotnosti 2 kg bol vrhnutý zo zeme nahor rýchlosťou 20 m/s. Odpor vzduchu zanedbajte.

- Pomocou apletu určte dobu, za ktorú kameň dopadne opäť na zem.
- Vypočítajte ako dlho kameň padal.
- Vypočítajte, do akej maximálnej výšky kameň vystúpil. Výsledok overte pomocou apletu.

Riešenie výpočtom.



Pomôcka: Uvedomte si, aké pohyby vykonáva kameň počas pohybu, čo platí pre jednotlivé úseky dráhy a doby, za ktoré prejde dané úseky.

Riešenie pomocou apletu.



Pomôcka: Ak neviete nastaviť počítačové podmienky, pomôžte si [cvičením C6](#).

[a) $t_d = 4,08$ s, b) $t = 2,041$ s, c) $h_{\max} = 20,4$ m]

Výsledky

Teória T1 - Šikmý vrh – trajektória, súradnice polohy

Úloha 1:

a) Hodnoty súradníc x a y sa počas pohybu telesa menia.

b) Začiatok pohybu $x = y = 0$ m (sú to súradnice začiatočného bodu $x_0 = y_0$). Maximálna výška $x = 39,5$ m, $y = 11,5$ m (sú to súradnice maximálneho bodu trajektórie, podmienka pre maximálnu výšku $y = h_{\max}$), koncový bod trajektórie $x = 79,5$ m, $y = 0$ m (sú to súradnice dostrelu, podmienka pre dostrel $x = d$, $y = 0$ m).

c) Trajektória má tvar paraboly. Výpočtom z rovnice (3) vyjadríme čas $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$ a dosadíme do rovnice (4)

$$y = \frac{v_0 x \sin \alpha}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{(v_0 \cos \alpha)^2} = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{2} g \frac{1}{(v_0 \cos \alpha)^2} x^2 .$$

Úpravou dostaneme všeobecnú rovnicu paraboly $y = bx + ax^2$, kde $b = \operatorname{tg} \alpha$ a $a = -\frac{1}{2} g \frac{1}{(v_0 \cos \alpha)^2}$.

[Späť](#)

Úloha 2:

- a) **Začiatočná výška: 0 m**, dostrel: 79,5 m, doba letu: 3,06 s, max. výška: 11,5 m
Začiatočná výška: 10 m, dostrel: 94,1 m, doba letu: 3,62 s, max. výška: 21,5 m

Výška začiatočného bodu ovplyvnila dĺžku letu, dobu letu aj maximálnu výšku, ktorú teleso pri pohybe dosiahlo. Ich hodnoty sú väčšie ako v prípade, keď je teleso vrhnuté z povrchu zeme.

- b) Začiatočná výška predstavuje v rovniciach (3) a (4) súradnice x_0, y_0 .

[Späť](#)

Úloha 3:

a)

α	d (m)
10°	31,4
30°	79,5
45°	91,5
65°	70,3
80°	31,4

b) Dĺžka dostrelu narastá s rastúcim uhlom do 45°, potom klesá s rastúcim uhlom.

c) Dĺžka dostrelu je najväčšia pri uhle 45° a platí to pre rôzne hodnoty rýchlosti.

Dôkaz výpočtom: použijeme vzťah pre dostrel, podľa ktorého dostrel závisí od uhla $d = \frac{v_0^2 (\sin \alpha)^2}{2g} = f(\alpha)$.

Chceme vedieť pri ktorej hodnote uhla je dostrel najväčší, preto použijeme poznatok o extrémoch funkcie

$$\frac{dd}{d\alpha} = 0, \text{ kde } g, v_0 \text{ sú nenulové konštanty. Potom } \frac{v_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha}{2g} = 0, \text{ odtiaľ } 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha = 0.$$

Pre uhol $2\alpha = 90^\circ, \alpha = 45^\circ$.

[Spät](#)

Teória T2 - Šikmý vrh – sila, zrýchlenie

Úloha 1:

- Na teleso pôsobí sila (tiažová sila) \vec{F}_g , ktorej smer sa nemení. Jej smer je opačný ako je orientovaná os y , smeruje kolmo k zemi.
- Veľkosť tiažovej sily sa nemení, je rovná $F_g = mg = 9,81 \text{ N}$.
- Na teleso pôsobí len jedná sila, a to tiažová sila.
- Zrýchlenie bude mať rovnaký smer ako sila, vyplýva to zo vzťahu $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Smer zrýchlenia sa nemení. Veľkosť zrýchlenia bude rovnaká v každom bode trajektórie telesa a je daná $a = \frac{F_g}{m} = g$.

[Spät](#)

Úloha 2:

- Pre $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ je $d = 79,5 \text{ m}$, $h_{\max} = 11,5 \text{ m}$ a $t = 3,06 \text{ s}$. V tiažovom poli Marsu $g = 3,72 \text{ m/s}^2$ je $d = 280 \text{ m}$, $h_{\max} = 30,2 \text{ m}$ a $t = 8,06 \text{ s}$, v tiažovom poli Jupitera $g = 22,9 \text{ m/s}^2$ je $d = 34 \text{ m}$, $h_{\max} = 4,91 \text{ m}$ a $t = 1,31 \text{ s}$. Najďalej dopadne teleso v tiažovom poli Marsu.
- Najdlhšie bude teleso padať v tiažovom poli Marsu.
- So zväčšujúcim sa tiažovým zrýchlením klesá dĺžka doletu, maximálna a výška aj doba letu.

[Spät](#)

Teória T3 - Šikmý vrh – rýchlosť

Úloha 1:

- y – ová zložka rýchlosti mení svoj smer, x – ová zložka nemení svoju veľkosť.
- V maximálnej výške je $v_y = 0 \text{ m/s}$, v tomto bode je celková rýchlosť daná len x – ovou zložkou rýchlosti, má smer tejto zložky a aj jej veľkosť $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2 + 0} = v_x$.
- Celková rýchlosť je na začiatku pohybu a na konci rovnaká, jej veľkosť je 30 m/s . Na začiatku má súradnice $v_x = 26 \text{ m/s}$, $v_y = 15 \text{ m/s}$, na konci má súradnice $v_x = 26 \text{ m/s}$, $v_y = -15 \text{ m/s}$, znamienko mínus naznačuje, že y – ová zložka rýchlosti má opačný smer ako mala na začiatku pohybu.
- $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{25,98^2 + 9,10^2} = 27,5 \text{ m/s}$
- Z rovnice $v_x = v_0 \cos \alpha = \text{konš.}$, pretože sa hodnoty počiatocnej rýchlosti a uhla nemenia. Teda v smere osi x teleso vykonáva rovnomerný pohyb. Rovnicu $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$ môžeme prepísať na tvar $v_y = b - at$, kde a, b sú konštanty. Z tejto rovnice vypýva, že teleso sa v smere osi y pohybuje so zrýchlením (rovnomerne spomalený pohyb).

[Spät](#)

Úloha 2:

- Teleso dopadne najďalej (má najväčší dolet) pri rýchlosti 90 m/s , pri ktorej $d = 715 \text{ m}$.

- b) Maximálna výška priamoúmerné závisí od veľkosti rýchlosti, čím je väčšia, tým teleso vyletí najväčšej výšky (pri $v = 90 \text{ m/s}$ je $h_{\max} = 103 \text{ m}$, pri $v = 50 \text{ m/s}$ je $h_{\max} = 31,9 \text{ m}$, $v = 20 \text{ m/s}$ je $h_{\max} = 5,1 \text{ m}$).

[Spät](#)

Teória T4 - Šikmý vrh – mechanická energia

Úloha 1:

- a) kinetická (pohybová) energia na začiatku pohybu $E_k = 450 \text{ J}$,
kinetická energia v maximálnej výške 225 J ,
kinetická energia vo výške 10 m $351,9 \text{ J}$,
kinetická energia na konci pohybu $E_k = 450 \text{ J}$
- b) kinetická energia sa mení, vzťah pre kinetickú energiu
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2}m((v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2)$$
, kde dosadením $m = 1 \text{ kg}$,
 $v_0 = 30 \text{ m/s}$, $\alpha = 45^\circ$ a $t = 1,8 \text{ s}$ je hodnota kinetickej energie $E_k = 231,32 \text{ J}$. Aplet zobrazuje hodnotu kinetickej energie 231 J .
- c) Počas pohybu kinetická energia klesá a od najvyššieho bodu trajektórie opäť stúpa, pretože závisí od rýchlosti, ktorá sa rovnako mení ako kinetická energia. Najväčšiu hodnotu dosahuje kinetická energia na začiatku a na konci pohybu.
- d) potenciálna (polohová) energia na začiatku pohybu $E_p = 0 \text{ J}$,
potenciálna energia v maximálnej výške 225 J ,
potenciálna energia vo výške 15 m $147,15 \text{ J}$,
potenciálna energia na konci pohybu $E_p = 0 \text{ J}$
- e) potenciálna energia sa mení, vzťah pre potenciálnu energiu
$$E_k = mgh = mgy = mg(v_0 t \sin \alpha - \frac{1}{2}gt^2)$$
, kde dosadením $m = 1 \text{ kg}$, $v_0 = 30 \text{ m/s}$, $\alpha = 45^\circ$ a $t = 1,8 \text{ s}$ je hodnota potenciálnej energie $E_p = 218,68 \text{ J}$. Aplet zobrazuje hodnotu potenciálnej energie 219 J .
- f) Potenciálna energia závisí od výšky, keďže na začiatku pohybu je teleso vystrelené z povrchu zeme ($y = 0 \text{ m}$), potom potenciálna energia je na začiatku pohybu nulová.

[Spät](#)

Úloha 2:

- a) Mechanická energia je rovnaká vo všetkých bodoch trajektórie pohybu, t.z. celková energia na začiatku pohybu = celková energia v maximálnej výške = celková energia vo výške 5 m = celková energia na konci pohybu = 450 J .
- b) Ak neberieme do úvahy odpor prostredia pri šikmom vrhu, potom platí zákon zachovania mechanickej energie (potvrdzujú to aj výsledky v bode a).
- c) Kinetická energia sa na začiatku pohybu rovná celkovej mechanickej energii $E_k = E = 450 \text{ J}$.
- d) V najvyššom bode trajektórie je celková energia rovná súčtu kinetickej a potenciálnej energii $E = E_k + E_p$, pričom $E_k = E_p = 225 \text{ J}$.
- e) Vo výške 10 m je celková mechanická energia $E = E_k + E_p = 351,9 + 98,1 = 450 \text{ J}$, vo výške 0 m je mechanickej energia $E = E_k = 450 \text{ J}$.
- f) Celková mechanická energia je daná ako súčet kinetickej a potenciálnej energie, hodnoty týchto energií v čase $1,776 \text{ s}$ sú vypočítané v úlohe 1, kinetická energia v tomto čase je $E_k = 231,32 \text{ J}$ (bod b) a potenciálna energia $E_p = 218,68 \text{ J}$ (bod e). potom celková energia $E = E_k + E_p = 231,32 + 218,68 \sim 450 \text{ J}$. Z apletu $E = 450 \text{ J}$.

[Spät](#)

Teória T5 - Šikmý vrh – vplyv odporu prostredia

Úloha 1:

- Na teleso pôsobí len jedna sila, je to tiažová sila, ktorá má stále smer nadol a ktorej veľkosť sa nemení, ak zanedbáme odpor.
- Pôsobiacia sila má len jednu zložku, je to y – ová zložka: $\vec{F}_g = \vec{F}_y$, x – ová zložka sily na teleso nepôsobí, jej súradnica je nulová: $F_x = 0$ N.
- Na teleso pôsobia dve sily, tiažová sila \vec{F}_g a odporová sila \vec{F}_d . Počas pohybu sa mení smer aj veľkosť odporovej sily, odporová sila pôsobí vždy proti pohybu telesa.
- Odporová sila má dve zložky a je daná $\vec{F}_d = \vec{F}_{dx} + \vec{F}_{dy}$. Zložky odporovej sily počas pohybu telesa menia svoj smer aj veľkosť, v najvyššom bode trajektórie je súradnica $F_{dy} = 0$ N.
- x – ová súradnica odporovej sily je $F_{dx} = \frac{1}{2}CS\rho v_x^2 = \frac{1}{2}CS\rho(v_0 \cos \alpha)^2$
 y – ová súradnica odporovej sily je $F_{dy} = \frac{1}{2}CS\rho v_y^2 = \frac{1}{2}CS\rho(v_0 \sin \alpha - gt)^2$

[Spät](#)

Úloha 2:

- ak zanedbáme odpor $d = 91,74$ m, $h_{\max} = 22,94$ m a $t = 4,32$ s
- ak berieme do úvahy odpor $d = 72,49$ m, $h_{\max} = 20,08$ m a $t = 4,04$ s

[Spät](#)

Teória T6 - Vodorovný vrh – trajektória, súradnice polohy, sila, zrýchlenie

Úloha 1:

- Počas pohybu telesa sa menia hodnoty jeho súradníc x , y .
- na začiatku pohybu $x = x_0 = 50$ m, $y = y_0 = 0$ m (sú to začiatkové súradnice)
na konci pohybu $x = d = 95,8$ m, $y = 0$ m (sú to súradnice pre dolet)
- Trajektória má tvar časti paraboly. Výpočtom z rovnice (3) vyjadríme čas $t = \frac{x-x_0}{v_0 \cos \alpha}$ a dosadíme do rovnice (4)
- $y = 0 - \frac{1}{2}g \frac{(x-x_0)^2}{(v_0 \cos \alpha)^2} = -\frac{1}{2}g \frac{1}{(v_0 \cos \alpha)^2} (x-x_0)^2$.
Úpravou dostaneme všeobecnú rovnicu paraboly $y = a(x-b)^2$, kde $b = x_0$ a $a = -\frac{1}{2}g \frac{1}{(v_0 \cos \alpha)^2}$.

[Spät](#)

Úloha 2:

- pre $h_{\max} = 10$ m, $d = 42,8$ m, a $t = 1,43$ s, pre $h_{\max} = 50$ m, $d = 95,8$ m, a $t = 3,19$ s, zväčšila sa dĺžka doletu a aj doba letu
- začiatková výška je daná súradnicami x_0 , y_0

[Spät](#)

Úloha 3:

- Na teleso pôsobí sila (tiažová sila) \vec{F}_g , ktorej smer sa nemení. Jej smer je opačný ako je orientovaná os y , smeruje kolmo k zemi.
- Veľkosť tiažovej sily sa počas pohybu telesa nemení, je rovná $F_g = mg = 9,81$ N.
- Na teleso pôsobí len jediná sila, a to tiažová sila.

- d) Zrýchlenie bude mať rovnaký smer ako sila, vyplýva to zo vzťahu $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Smer zrýchlenia sa nemení. Veľkosť zrýchlenia bude rovnaká v každom bode trajektórie telesa a je daná $a = \frac{F_g}{m} = g$.

[Späť](#)

Úloha 4:

- a) Pre $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ je $d = 95,8 \text{ m}$, $h_{\max} = 50 \text{ m}$ a $t = 3,19 \text{ s}$. V tiažovom poli Marsu $g = 3,72 \text{ m/s}^2$ je $d = 156 \text{ m}$, $h_{\max} = 50 \text{ m}$ a $t = 5,18 \text{ s}$, v tiažovom poli Jupitera $g = 22,9 \text{ m/s}^2$ je $d = 62,7 \text{ m}$, $h_{\max} = 50 \text{ m}$ a $t = 2,09 \text{ s}$. Najďalej dopadne teleso v tiažovom poli Marsu.
- b) Najdlhšie bude teleso padať v tiažovom poli Marsu.
- c) So zväčšujúcim sa tiažovým zrýchlením klesá dĺžka doletu, maximálna a výška aj doba letu.

[Späť](#)

Teória T7 - Vodorovný vrh – rýchlosť

Úloha 1:

- a) Obe zložky rýchlosti nemenia svoj smer, x -ová zložka nemení svoju veľkosť.
- b) V maximálnej výške je $v_y = 0 \text{ m/s}$, v tomto bode je celková rýchlosť daná len x -ovou zložkou rýchlosti, má smer tejto zložky a aj jej veľkosť $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_x^2 + 0} = v_x$.
- c) Celková rýchlosť je na začiatku pohybu je 30 m/s a na konci je $43,4 \text{ m/s}$. Na začiatku má súradnice $v_x = 30 \text{ m/s}$, $v_y = 0 \text{ m/s}$, na konci má súradnice $v_x = 30 \text{ m/s}$, $v_y = -31,3 \text{ m/s}$, veľkosť rýchlosti je $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{30^2 + (-31,3)^2} = 43,3 \text{ m/s}$
- d) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{30^2 + 20,4^2} = 36,3 \text{ m/s}$
- e) Z rovnice $v_x = v_0 \cos \alpha = v_0 = \text{konš.}$, pretože sa hodnoty počiatočnej rýchlosti a uhla nemenia. Teda v smere osi x teleso vykonáva rovnomerný pohyb. Rovnicu $v_y = -gt$ môžeme prepísať na tvar $v_y = -at$, kde a je konštanta. Z tejto rovnice vypýva, že teleso sa v smere osi y pohybuje so zrýchlením (rovnomerne spomalený pohyb).

[Späť](#)

Úloha 2:

- a) Teleso dopadne najďalej (má najväčši dolet) pri rýchlosti 90 m/s , pri ktorej $d = 287 \text{ m}$.
- b) Dolet priamoúmerné závisí od druhej mocniny veľkosti rýchlosti, čím je väčšia, tým teleso doletí ďalej od počiatku.

[Späť](#)

Teória T8 - Vodorovný vrh – mechanická energia

Úloha 1:

- a) kinetická (pohybová) energia na začiatku pohybu $E_k = 450$ J,
kinetická energia vo výške 40 m je 548 J,
kinetická energia vo výške 20 m je 745 J,
kinetická energia na konci pohybu $E_k = 941$ J
- b) kinetická energia sa mení, vzťah pre kinetickú energiu
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2) = \frac{1}{2}m(v_0^2 + (-gt)^2)$$
, kde dosadením $m = 1$ kg, $v_0 = 30$ m/s, $\alpha = 0^\circ$ a $t = 1,536$ s je hodnota kinetickej energie $E_k = 563,5$ J. Aplet zobrazuje hodnotu kinetickej energie 564 J.
- c) Počas pohybu kinetická energia klesá, pretože závisí od rýchlosti (od jej y – ovej zložky), ktorá sa mení. Najmenšiu hodnotu dosahuje kinetická energia na začiatku pohybu, lebo rýchlosť je na začiatku pohybu najmenšia ($v_y = 0$ m/s).
- d) potenciálna (polohová) energia na začiatku pohybu $E_p = 491$ J,
potenciálna energia vo výške 40 m je 393 J,
potenciálna energia vo výške 20 m je 196 J,
potenciálna energia na konci pohybu $E_p = 0$ J
- e) potenciálna energia sa mení, vzťah pre potenciálnu energiu
$$E_k = mgh = mgy = mg\left(-\frac{1}{2}gt^2 + y_0\right)$$
, kde dosadením $m = 1$ kg, $v_0 = 30$ m/s, $\alpha = 0^\circ$, $y = 50$ m a $t = 1,536$ s je hodnota potenciálnej energie $E_p = 376,9$ J. Aplet zobrazuje hodnotu potenciálnej energie 377 J.
- f) Potenciálna energia závisí od výšky, keďže na konci pohybu je dopadne na povrch Zeme ($y = 0$ m), potom potenciálna energia je na konci pohybu nulová.

[Späť](#)

Úloha 2:

- a) Mechanická energia je rovnaká vo všetkých bodoch trajektórie pohybu, t.z. celková energia na začiatku pohybu = celková energia vo výške 30 m = celková energia vo výške 10 m = celková energia na konci pohybu = 941 J.
- b) Ak neberieme do úvahy odpor prostredia pri šikmom vrhu, potom platí zákon zachovania mechanickej energie (potvrdzujú to aj výsledky v bode a).
- c) Celková mechanická energia na začiatku pohybu a vo výškách 10 m, 30 m je daná súčtom kinetickej a potenciálnej energie v danej výške.
- d) Kinetická energia na konci pohybu je rovná celkovej mechanickej energii $E = E_k + E_p = E_k + 0 = 941$ J.
- e) Celková mechanická energia je daná ako súčet kinetickej a potenciálnej energie, hodnoty týchto energií v čase 1,536 s sú vypočítané v úlohe 1, kinetická energia v tomto čase je $E_k = 563,5$ J (bod b) a potenciálna energia $E_p = 376,9$ J (bod e). potom celková energia $E = E_k + E_p = 563,5 + 376,9 \sim 941$ J. Z apletu $E = 941$ J.

[Späť](#)

Teória T9 - Vodorovný vrh – vplyv odporu prostredia

Úloha 1:

- a) Na teleso pôsobí len jedna sila, je to tiažová sila, ktorá má stále smer nadol a ktorej veľkosť sa nemení, ak zanedbáme odpor.
- b) Pôsobiacia sila má len jednu zložku, je to y – ová zložka: $\vec{F}_g = \vec{F}_y$, x – ová zložka sily na teleso nepôsobí, jej súradnica je nulová: $F_x = 0$ N.
- c) Na teleso pôsobia dve sily, tiažová sila \vec{F}_g a odporová sila \vec{F}_d . Počas pohybu sa mení smer aj veľkosť odporovej sily, odporová sila pôsobí vždy proti pohybu telesa.

- d) Odporová sila má dve zložky a je daná $\vec{F}_d = \vec{F}_{dx} + \vec{F}_{dy}$. Zložky odporovej sily počas pohybu telesa menia svoj smer aj veľkosť, na začiatku pohybu je súradnica $F_{dy} = 0$ N.
- e) x – ová súradnica odporovej sily je $F_{dx} = \frac{1}{2}CS\rho v_x^2 = \frac{1}{2}CS\rho(v_0)^2$
 y – ová súradnica odporovej sily je $F_{dy} = \frac{1}{2}CS\rho v_y^2 = \frac{1}{2}CS\rho(-gt)^2$

[Späť](#)

Úloha 2:

- a) ak zanedbáme odpor $d = 28,56$ m, $t = 1,43$ s
b) ak berieme do úvahy odpor $d = 27,08$ m, $t = 1,47$ s, odporová sila spomaľuje pohyb, preto lopta dopadne na zem neskôršie ako to bolo v prípade je pohybu bez odporu

[Späť](#)

Teória T10 – Zvislý vrh nahor – trajektória, súradnice, rýchlosť, sila

Úloha 1:

- a) Mení sa hodnota y -ovej súradnice, x -ová súradnica je stále nulová.
b) Začiatok pohybu $x = y = 0$ m (sú to súradnice začiatočného bodu $x_0 = y_0$). Maximálna výška $x = 0$ m, $y = 20,4$ m (sú to súradnice maximálneho bodu trajektórie).
c) Trajektória má tvar priamky.
d) Súradnice popisujúce polohu telesa pri zvislom vrhu nahor získame z rovníc (3) a (4) (teória T10), kde za uhol dosadíme 90° .

$$\text{Potom } x = x_0 \text{ a } y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 + y_0.$$

[Späť](#)

Úloha 2:

- a) y – ová zložka smeruje nahor, x – ová zložka je nulová, nemá smer. Celková rýchlosť má rovnaký smer počas celeho pohybu telesa, teda aj na začiatku trajektórie aj vo výške 15 m.
b) Súradnice popisujúce rýchlosť telesa pri zvislom vrhu nahor získame z rovníc (1) a (2) (teória T10), kde za uhol dosadíme 90° . Potom $v_x = 0$ a $v_y = v_0 - gt$.
c) počas pohybu je nulová x – ová súradnica rýchlosti
d) v maximálnej výške je celková rýchlosť $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0$ m/s
vo výške 15 m je celková rýchlosť $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{0^2 + v_y^2} = v_y = v_0 - gt = 20 - 9,81 \cdot 0,995 = 10,23$ m/s,
s apletu je $v = 10,2$ m/s
e) počas zvislého vrhu nahor sa rýchlosť znižuje

[Späť](#)

Úloha 3:

- a) Na teleso pôsobí sila (tiažová sila) \vec{F}_g , ktorej smer sa nemení. Jej smer je opačný ako je orientovaná os y , smeruje kolmo k zemi.

- b) Veľkosť tiažovej sily sa počas pohybu telesa nemení, je rovná $F_g = mg = 9,81 \text{ N}$. Závisí od hmotnosti telesa a tiažového zrýchlenia.
- c) Zrýchlenie bude mať rovnaký smer ako sila, vyplýva to zo vzťahu $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Smer zrýchlenia sa nemení. Veľkosť zrýchlenia bude rovnaká v každom bode trajektórie telesa a je daná $a = \frac{F_g}{m} = g$.
- d) hmotnosť nevyplýva na pohyb telesa, teleso vystúpi do rovnakej výšky ako v prípade, že malo hmotnosť 1 kg

[Spät](#)

Teória T11 - Zvislý vrh nahor – mechanická energia

Úloha 1:

- a) kinetická (pohybová) energia na začiatku pohybu $E_k = 200 \text{ J}$, potenciálna (polohová) energia na začiatku pohybu $E_p = 0 \text{ J}$, celková mechanická energia je 200 J
- b) kinetická energia **vo výške 10 m** je 102 J, potenciálna (polohová) energia je 98,4 J, celková mechanická energia je 200 J
kinetická energia **vo výške 15 m** je 52,5 J, potenciálna (polohová) energia je 148 J, celková mechanická energia je 200 J
- c) kinetická energia **v maximálnej výške** je približne 0 J (na aplete 0,36 J), potenciálna (polohová) energia je 200 J, celková mechanická energia je 200 J
- d) mechanická energia je vo všetkých výškach rovnaká a rovná 200 J, platí zákon zachovania mechanickej energie
- e) celková energia je rovná kinetickej energii na začiatku pohybu vo výške 0 m, celková energia je rovná kinetickej energii v maximálnej výške 20,4 m
- f) kinetická energia je rovná potenciálnej energii v polovičke výšky 10,2 m
- g) kinetická energia počas zvidlého vrhu nahor klesá, potenciálna narastá a celková sa nemení, zmena kinetickej energie závisí od rýchlosti (podľa vzťahu (2) teória T11), zmena potenciálnej energie závisí od výšky (podľa vzťahu (3) teória T11),

[Spät](#)

Teória T12 - Zvislý vrh nahor – vplyv odporu prostredia

Úloha 1:

- a) Na teleso pôsobí len jedna sila, je to tiažová sila, ktorá má stále smer nadol a ktorej veľkosť sa nemení, ak zanedbáme odpor.
- b) Pôsobiacia sila má len jednu zložku, je to y – ová zložka: $\vec{F}_g = \vec{F}_y$, x – ová zložka sily na teleso nepôsobí, jej súradnica je nulová: $F_x = 0 \text{ N}$.
- c) Rýchlosť telesa sa pri zvislom vrhu nahor mení (mení sa veľkosť, nemení sa smer). Rýchlosť na pôsobiacu silu nevyplýva, je stále rovnako veľká.
- d) teleso vystúpi do výšky 11,47 m za dobu 1,53 s
- e) Na teleso pôsobia dve sily, tiažová sila \vec{F}_g a odporová sila \vec{F}_d . Odporová sila pôsobí vždy proti pohybu telesa.
- f) Počas pohybu sa mení veľkosť odporovej sily, závisí od rýchlosti (vyplýva to zo vzťahu (1) teória T12), ktorá sa počas pohybu mení.
- g) Odporová sila má len jednu zložku a je daná $\vec{F}_d = \vec{F}_{dy}$, súradnica $F_{dx} = 0 \text{ N}$.
- h) x – ová súradnica odporovej sily je $F_{dx} = \frac{1}{2}CS\rho v_x^2 = \frac{1}{2}CS\rho(0)^2 = 0$
 y – ová súradnica odporovej sily je $F_{dy} = \frac{1}{2}CS\rho v_y^2 = \frac{1}{2}CS\rho(v_0 \sin 90^\circ - gt)^2 = \frac{1}{2}CS\rho(v_0 - gt)^2$
- i) teleso vystúpi do výšky 9,74 m za dobu 1,37 s

[Spät](#)

Teória T13 – Zvislý vrh nadol – trajektória, súradnice, rýchlosť, sila

Úloha 1:

- Mení sa hodnota y - ovej súradnice, x - ová súradnica je stále nulová.
- Začiatok pohybu $x = 0$ m, $y = 20$ m (sú to súradnice začiatočného bodu $x_0 = y_0$). Na konci pohybu $x = y = 0$ m (sú to súradnice koncového bodu trajektórie).
- Trajektória má tvar priamky.

[Spät](#)

Úloha 2:

- y - ová zložka smeruje nadol, x - ová zložka je nulová, nemá smer. Celková rýchlosť má rovnaký smer počas celeho pohybu telesa, teda aj na začiatku trajektórie aj vo výške 10 m.
- počas pohybu je nulová x - ová súradnica rýchlosti
vo výške 10 m je celková rýchlosť $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{0^2 + v_y^2} = |v_y| = |-v_0 - gt| = |-5 - 9,81 \cdot 1,006| = 14,86$ m/s, s apletu je $v = 14,9$ m/s
- na konci pohybu vo výške 20,4 m je celková rýchlosť $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{0^2 + 20,4^2} = 20,4$ m/s
- počas zvislého vrhu nadol sa rýchlosť zväčšuje

[Spät](#)

Úloha 3:

- Na teleso pôsobí sila (tiažová sila) \vec{F}_g , ktorej smer sa nemení. Jej smer je opačný ako je orientovaná os y , smeruje kolmo k zemi.
- Veľkosť tiažovej sily sa počas pohybu telesa nemení, je rovná $F_g = mg = 9,81$ N. Závisí od hmotnosti telesa a tiažového zrýchlenia.
- Zrýchlenie bude mať rovnaký smer ako sila, vyplýva to zo vzťahu $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Smer zrýchlenia sa nemení. Veľkosť zrýchlenia bude rovnaká v každom bode trajektórie telesa a je daná $a = \frac{F_g}{m} = g$.

[Spät](#)

Teória T14 - Zvislý vrh nadol – mechanická energia

Úloha 1:

- kinetická (pohybová) energia na začiatku pohybu $E_k = 12,5$ J, potenciálna (polohová) energia na začiatku pohybu $E_p = 196$ J, celková mechanická energia je 209 J
- kinetická energia **vo výške 15 m** je 61,5 J, potenciálna (polohová) energia je 147 J, celková mechanická energia je 209 J
kinetická energia **vo výške 10 m** je 110 J, potenciálna (polohová) energia je 98,5 J, celková mechanická energia je 209 J
- kinetická energia **na konci pohybu vo výške 0 m** je približne 209 J, potenciálna (polohová) energia je 0 J, celková mechanická energia je 209 J
- mechanická energia je vo všetkých výškach rovnaká a rovná 209 J, platí zákon zachovania mechanickej energie

- e) celková energia je rovná kinetickej energii na konci pohybu vo výške 0 m
- f) kinetická energia počas zvislého vrhu nadol narastá, potenciálna klesá a celková sa nemení, zmena kinetickej energie závisí od rýchlosti (podľa vzťahu (2) teória T14), zmena potenciálnej energie závisí od výšky (podľa vzťahu (3) teória T14),

[Spät](#)

Teória T15 – Voľný pád – trajektória, súradnice, rýchlosť, sila

Úloha 1:

- a) Mení sa hodnota y -ovej súradnice, x -ová súradnica je stále nulová.
- b) Začiatok pohybu $x = 0$ m, $y = 30$ m (sú to súradnice začiatočného bodu $x_0 = y_0$). Na konci pohybu $x = y = 0$ m (sú to súradnice koncového bodu trajektórie).
- c) Trajektória má tvar priamky.

[Spät](#)

Úloha 2:

- a) y -ová zložka smeruje nadol, x -ová zložka je nulová, nemá smer. Celková rýchlosť má rovnaký smer počas celeho pohybu telesa, teda aj vo výške 25 m a 10 m.
- b) súvisí to so smerom rýchlosti, ktorá má opačný smer ako os y
- c) počas pohybu je nulová x -ová súradnica rýchlosti
- d) vo výške 10 m je celková rýchlosť $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{0^2 + v_y^2} = |v_y| = |-gt| = |-9,81 \cdot 2,017| = 19,78$ m/s ,
s apletu je $v = 19,8$ m/s
na konci pohybu vo výške 24,3 m je celková rýchlosť $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{0^2 + 24,3^2} = 24,3$ m/s
- e) počas voľného pádu sa rýchlosť zväčšuje

[Spät](#)

Úloha 3:

- a) Na teleso pôsobí sila (tiažová sila) \vec{F}_g , ktorej smer sa nemení. Jej smer je opačný ako je orientovaná os y , smeruje kolmo k zemi.
- b) Veľkosť tiažovej sily sa počas pohybu telesa nemení, je rovná $F_g = mg = 9,81$ N. Závisí od hmotnosti telesa a tiažového zrýchlenia.
- c) Zrýchlenie bude mať rovnaký smer ako sila, vyplýva to zo vzťahu $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$. Smer zrýchlenia sa nemení. Veľkosť zrýchlenia bude rovnaká v každom bode trajektórie telesa a je daná $a = \frac{F_g}{m} = g$.

[Spät](#)

Teória T16 - Zvislý vrh nadol – mechanická energia

Úloha 1:

- a) kinetická (pohybová) energia na začiatku pohybu $E_k = 0$ J, potenciálna (polohová) energia na začiatku pohybu $E_p = 392$ J, celková mechanická energia je 392 J
- b) kinetická energia **vo výške 20 m** je 196 J, potenciálna (polohová) energia je 196 J, celková mechanická energia je 392 J
kinetická energia **vo výške 10 m** je 294 J, potenciálna (polohová) energia je 98,5 J, celková mechanická energia je 392 J
- c) kinetická energia **na konci pohybu vo výške 0 m** je približne 392 J, potenciálna (polohová) energia je 0 J, celková mechanická energia je 392 J
- d) kinetická energia závisí od rýchlosti (podľa vzťahu (2) teória T16), keďže je na začiatku rýchlosť nulová bude aj kinetická energia nulová
- e) v aplete je výpočítané hodnota potenciálnej energie približne rovná 0 J, závisí to od bodu, vzhľadom na je výpočet urobený
- f) mechanická energia je vo všetkých výškách rovnaká a rovná 392 J, platí zákon zachovania mechanickej energie
- g) celková energia je rovná kinetickej energii na konci pohybu vo výške 0 m
- h) kinetická energia počas voľného pádu narastá, potenciálna klesá a celková sa nemení, zmena kinetickej energie závisí od rýchlosti (podľa vzťahu (2) teória T16), zmena potenciálnej energie závisí od výšky (podľa vzťahu (3) teória T16)

[Spät](#)

Použitá literatúra:

<https://www.walter-fendt.de/html5/phsk/>

<https://phet.colorado.edu/sk/simulations/filter?subjects=physics&type=html,prototype>

http://web.tuke.sk/feikf/sk/files/FI-Kinematika_2020_q63dye48.pdf

<https://zuzana.gibova.website.tuke.sk/dynamika-hmotneho-bodu.html>

Haliday D., Resnick R., Walker J. 2000. Fyzika, Vysokoškolská učebnice obecné fyziky. 1. vyd. Brno: Vutium, 2000. ISBN 80-214-1868-0

RNDr. Zuzana Gibová, PhD.

Fyzika s apletmi

Vydavateľ: **Technická univerzita v Košiciach**

Náklad: 50 kusov

Počet strán: 80

Vydanie: prvé

2022

ISBN 978-80-553-4130-9