

**Fakulta elektrotechniky a informatiky**  
**Technická univerzita v Košiciach**

# **FYZIKA PO ČASTIACH**

**Náuka o teple**

**Zuzana Gibová**

**Košice, 2022**



**Fakulta elektrotechniky a informatiky**  
**Technická univerzita v Košiciach**

**FYZIKA PO ČASTIACH**

**Náuka o teple**

**Zuzana Gibová**

**Košice, 2022**

RNDr. Zuzana Gibová, PhD.

## **FYZIKA PO ČASTIACH - Náuka o teple**

Prvé vydanie 2022

*Copyright* © Zuzana Gibová

Rukopis neprešiel recenziou ani redakčnou a jazykovou úpravou.

**ISBN 978-80-553-4128-6**



# 6. Náuka o teple



[Zdroj obr.](#)

Aký princíp sa využíva pri lete teplovzdušným balónom?

<a href="#"><u>6.1 Termodynamika a kinetická teória plynov</u></a>	7
<a href="#"><u>6.2 Štruktúra látok a tepelný pohyb</u></a>	8
<a href="#"><u>6.3 Stavová rovnica</u></a>	15
<a href="#"><u>6.4 Jednoduché deje v ideálnom plyne</u></a>	24
<a href="#"><u>6.5 Stredná kvadratická rýchlosť</u></a>	32
<a href="#"><u>6.6 Kinetická interpretácia tlaku plynu</u></a>	40
<a href="#"><u>6.7 Stredná kinetická energia a jej súvis s teplotou a tlakom</u></a>	48
<a href="#"><u>6.8 Vnútoraná energia ideálneho plynu</u></a>	54

V tejto kapitole popíšeme štruktúru a vlastnosti pevných, kvapalných a plynných látok. Viac sa sústreďíme na skúmanie plynov, ktoré budeme hodnotiť z dvoch hľadísk. Makroskopické hľadisko skúma termodynamika a kinetická teória plynov skúma plyny z mikroskopického hľadiska.

## Použité symboly a označenia v texte:

Podfarbením je uvedená slovná definícia veličiny, vzorec pod podfarbeným textom je matematickým vyjadrením definovanej veličiny.

---

V zdôraznenom rámečku sa nachádza odvodený vzťah (matematický zápis a slovná formulácia).

---

**Aplet** *Odkaz na aplet.*



*Odkaz na video.*



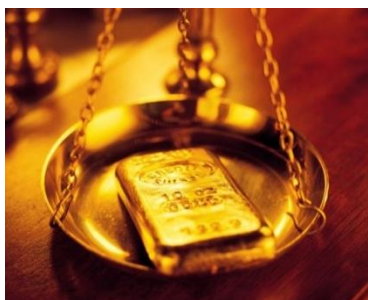
*Upozornenie na úpravy v texte a iné dôležité informácie.*

## 6.1 Termodynamika a kinetická teória plynov

**Kľúčové slová:** termodynamika, kinetická teória plynov, mikroskopické veličiny, makroskopické veličiny

Doteraz sme sa venovali mechanike častice, telesa a sústavy hmotných bodov. V kapitole náuka o teple sa budeme zaoberať tepelnými javmi a vlastnosťami látok, ktoré vysvetlíme na základe nových zákonov pomocou vedných odborov termodynamika a kinetická teória plynov.

**Termodynamika** skúma vlastnosti objektov z makroskopického hľadiska, čo znamená, že vychádza z vonkajších javov, ktoré možno na telesách priamo pozorovať. Nezaujíma sa o vnútornú štruktúru látky. Na opis javov sa pri tejto metóde používajú *makroskopické veličiny* tlak, objem, teplota a hmotnosť, teda veličiny, ktoré je možné zmerať pri experimente. Napríklad je možné určiť hmotnosť zlata pomocou váh.



Ak by sme skúmali ako vnútorná štruktúra zlata alebo iných látok vplyva na ich vlastnosti, použili by sme iné, tzv. mikroskopické hľadisko. Mikroskopický spôsob skúmania látok využíva **kinetická teória plynov**, pri ktorom sa vychádza z vnútornej štruktúry látok, z charakteru pohybu a vzájomného silového pôsobenia častíc, z ktorých sa látka skladá. Na opis javov sa používajú *mikroskopické veličiny* kinetická energia molekúl, počet molekúl, hmotnosť molekuly a rýchlosť molekúl.

Termodynamická metóda využíva predovšetkým *zákon zachovania energie* pre mechanické a tepelné deje, naopak kinetická teória plynov sa riadi *teóriou pravedepodobnosti a matematickej štatistiky*. Obidve tieto metódy sa pri štúdiu fyzikálnych javov a vlastností navzájom dopĺňajú, čo umožňuje získavať ďalšie poznatky o štruktúra a vlastnostiach látok.

V nasledujúcich kapitolách použijeme obidve metódy na popis vlastností látok a zdefinujeme vyššie spomenuté makroskopické a mikroskopické veličiny.



## 6.2 Štruktúra látok a tepelný pohyb

**Kľúčové slová:** pevné látky, kvapaliny, plyny, mechanický pohyb, tepelný pohyb, stavebné častice, medzimolekulové sily

### Zopakujte si:

*Ako sa pohybujú telesá pri posuvnom pohybu?*

*Ako znie tretí Newtonov pohybový zákon?*

*Čo je to rovnovážna poloha?*

*Ako je definovaný kmitavý pohyb?*

*Od čoho závisí kinetická energia telesa?*

Poznáme tri základné skupenstvá látok - pevné, plynné a kvapalné. Príkladom pevnej látky je kameň v tvare srdca, džús v pohári predstavuje kvapalinu a hélium v balóniku je príkladom plynnej látky. Existuje aj ďalšie skupenstvo nazvané plazma, ktorým sa v našich úvahách nebudeme zaoberať.



Jednotlivé látky pozostávajú z veľkého počtu **stavebných častíc** (molekúl a atómov), ktoré vytvárajú ich charakteristickú štruktúru (usporiadanie). Rozmery týchto častíc sú veľmi malé, rádovo 0,1 nm. Napríklad priemer molekúl argónu a molekúl kyslíka je rovnaký a rovný 0,29 nm, priemer molekúl vody je 0,28 nm. Priestor, ktorý teleso z danej látky zaberá, nie je úplne vyplnený molekulami, existujú medzi molekulami medzery, čo ukazuje na *nespojité štruktúru látok*. Veľkosť molekúl a veľkosť medzier medzi molekulami je rôzna pre rôzne skupenstvá látok.



Obr. 6.1

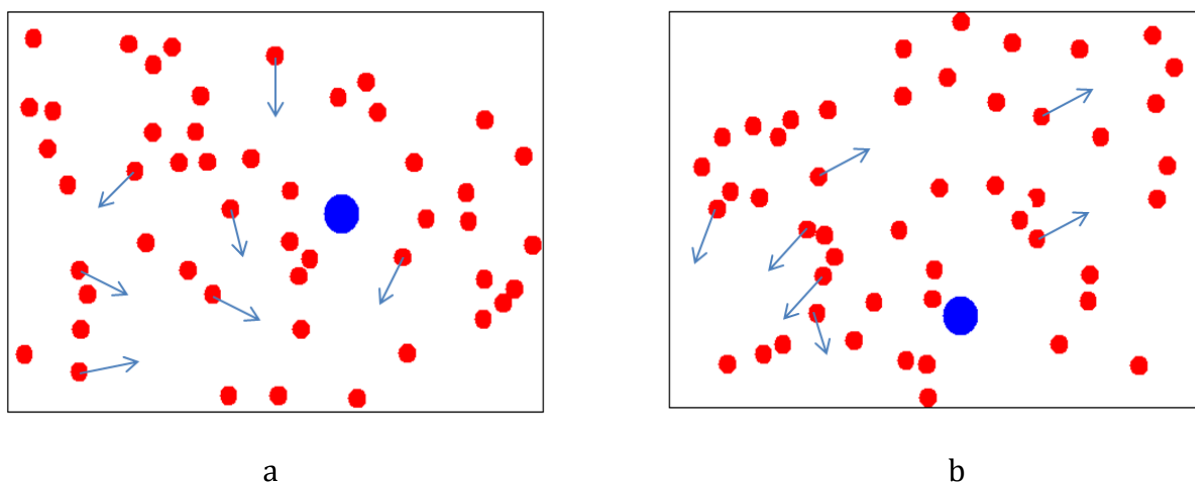
V kinematike hmotného bodu sme sa zaoberali mechanickým pohybom, pri ktorom sa stavebné častice všetkých látok pohybujú *rovnakým spôsobom a usporiadane*. Napríklad stavebné častice auta pri jeho priamočiaram pohybe sa pohybujú rovnakým spôsobom ako auto, po priamke (obr. 6.1).

Naopak stavebné častice látok sa pohybujú rôznymi smermi a s rôzne veľkými rýchlosťami, čo naznačuje, že ich pohyb je *neusporiadaný a chaotický*. Navyše, so zvyšujúcou sa teplotou je tento pohyb intenzívnejší, preto ho nazývame aj *tepelný pohyb*. Tepelný pohyb molekúl nezastaví ani pri nižších teplotách, je *neprerušiteľný*.

**Molekulový (tepelný) pohyb** je pohyb stavebných častíc látky, ktoré sa pohybujú neusporiadane a neprerušiteľne.

Tepelný pohyb nevieme priamo pozorovať, vieme sa o ňom presvedčiť na základe nepriamych dôkazov ako sú Brownov pohyb, difúzia a tlak plynu.

V roku 1827 *Robert Brown* pozoroval pohyb peľového zrnka v dôsledku molekulového pohybu stavebných častíc vody. Na (obr. 6.2 a) veľký modrý krúžok predstavuje jedno peľové zrnko, ktoré je v pokoji. To sa začne pohybovať vplyvom tepelného pohybu molekúl vody (malé červené krúžky) a zmení svoju polohu (obr. 6.2 b).



Obr. 6.2

Pohyb molekúl jednej látky vyvolaný pohybom druhej látky nazývame **Brownov pohyb**.



Prečo, keď prilejeme do vody v pohári ovocný sirup, sa časom celý objem vody zafarbí jednotnou farbou bez miešania?

Pri **difúzii** častice jednej látky samovoľne prenikajú medzi častice inej látky. Na konci difúzie sú molekuly oboch látok rovnomerne rozmiestnené v celom objeme nádoby.

Pomocou tohto javu vieme odpovedať na otázku so sirupom a vodou. Na začiatku difúzie sú molekuly sirupu sústredené v malom objeme vody v pohári. V dôsledku molekulového pohybu častíc sirupu začnú tieto častice prenikať medzi molekuly vody, ktoré sa tiež pohybujú. Dochádza k ich vzájomnému a samovoľnému premiešavaniu. Prostredníctvom difúzie sa molekuly sirupu a vody rozmiestnia do celej nádoby, preto po určitom čase pozorujeme, že celý objem vody v pohári má rovnakú farbu.

### Kontrolka 1:

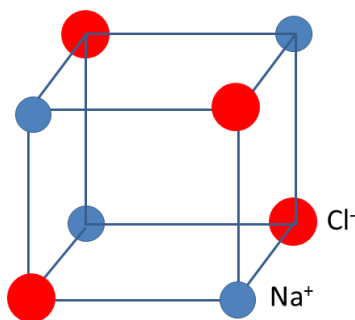
Vyberte správnu odpoveď. Pri tepelnom pohybe sa molekuly látok

- a) pohybujú usporiadane a ich pohyb zanikne pri nižších teplotách,
- b) pohybujú neusporiadane a nepretržite,
- c) pohybujú neusporiadane a ich pohyb zanikne pri vyšších teplotách.

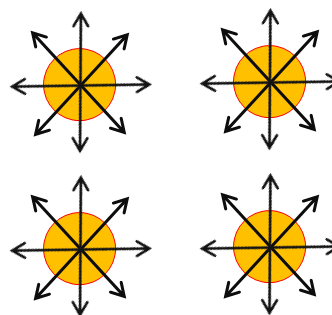
[Odpoveď](#)

Pomocou molekulového pohybu stavebných častíc látok môžeme charakterizovať ich štruktúru.

Prevažná väčšina **pevných látok** má *kryštalickú štruktúru*, v ktorej sú stavebné častice pravidelne usporiadané v kryštálovej mriežke (napr. na obr. 6.3 model mriežky NaCl).



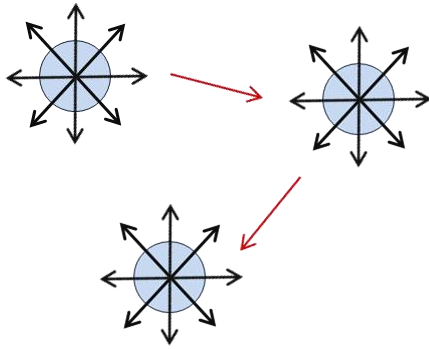
Obr. 6.3



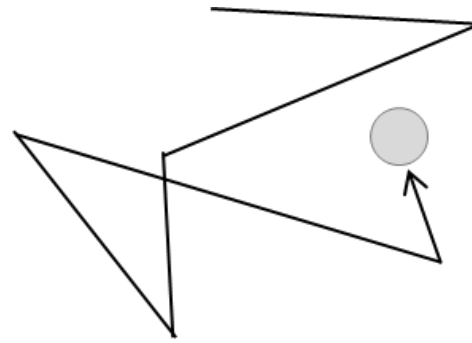
Obr. 6.4

Stavebné častice pevných látok kmitajú okolo svojich stálych rovnovážnych polôh všetkými smermi (obr. 6.4).

**Kvapaliny** sa podobne ako pevné látky vyznačujú istou usporiadanosťou molekúl v priestore, ale len na krátku vzdialenosť, rádovo do 0,1 nm. Stavebné častice kvapalín kmitajú všetkými smermi okolo svojich rovnovážnych polôh, ktoré často menia (obr. 6.5).



Obr. 6.5



Obr. 6.6

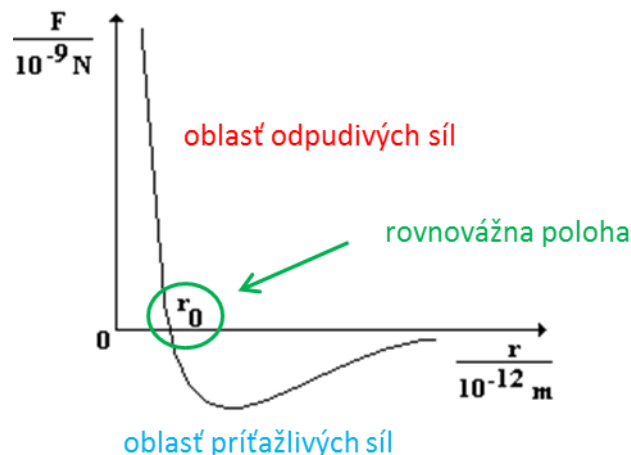
Stavebné častice **plynov** sa pohybujú všetkými možnými smermi a s rôzne veľkými rýchlosťami. Na rozdiel od kvapalín a pevných látok, nekmitajú okolo svojich rovnovážnych polôh. Ich pohyb možno pokladať za priamočiary a približne rovnomerný, pokiaľ nenarazia na inú molekulu alebo prekážku. Potom zmenia smer a veľkosť rýchlosti a opäť sa pohybujú priamočiario a rovnomerne (obr. 6.6).

V dôsledku *tepelného pohybu* stavebných častíc, majú látky kinetickú energiu.

**Aplet** Pomocou [apletu T1](#) (1.úloha) skúmajte molekulový pohyb rôznych skupenstiev látok.

Okrem toho častice látok pôsobia na seba tzv. **medzimolekulovými silami**, ktoré sú príťažlivé a súčasne aj odpudivé. V rovnovážnej vzdialenosti molekúl  $r_0$  sú veľkosti oboch síl rovnaké a výslednica týchto síl je nulová, molekuly sú v *rovnovážnej polohe*. Napríklad rovnovážna vzdialenosť medzi atómami kyslíka  $O_2$  ( $O - O$ ) je 0,12 nm.

Pri vzdialenosti menšej ako je rovnovážna vzdialenosť medzi molekulami  $r_0$ , prevládajú *odpudivé sily*, pri vzdialenosti väčšej, prevládajú *príťažlivé sily* (obr. 6.7) (pozri aj grafickú závislosť medzimolekulových síl  $F_o$ ,  $F_p$  a ich výslednice  $F$  od vzdialenosti molekúl  $r$ , [zdroj](#)).



obr. 6.7 ([zdroj](#))

Medzimolekulové silové pôsobenie sa prejavuje do vzdialenosti 1 nm. V dôsledku tohto pôsobenia majú látky aj potenciálnu energiu.

**Medzimolekulové sily** sú sily, ktorými pôsobia na seba stavebné častice látok.



*Prečo, keď nalejeme vodu do vázy tvaru valca a nádoby tvaru hranola zaujme tvar obidvoch nádob?*

Pre stavebné častice **pevných látok** je typická stredná vzdialenosť 0,2 - 0,3 nm, preto silové pôsobenie medzi nimi (prítlačivé sily) je dostatočné veľké, aby prevládlo nad tepelným pohybom častíc. V dôsledku tohto silového pôsobenia majú pevné látky svoj *vlastný tvar* a *objem*. Ak na teleso nepôsobí vonkajšia sila a nemení sa teplota telesa, tvar a objem telesa sa nemenia. Celková potenciálna energia častíc pevnej látky je väčšia ako kinetická energia ich kmitania.

---

Medzimolekulové silové pôsobenie častíc *pevných látok* prevláda nad ich tepelným pohybom.

---

Stredná vzdialenosť medzi časticami **kvapalných látok** je približne 0,3 nm. Molekuly sa navzájom priťahujú, ale s menšími silami ako v prípade pevných látok. Toto silové pôsobenie udržuje kvapaliny v určitej štruktúre, ale súčasne im umožňuje vykonávať tepelný pohyb (meniť rovnovážne polohy). Preto kvapaliny zachovávajú *svoj vlastný objem*, ale súčasne sú *tekuté* v dôsledku častej zmeny rovnovážnej polohy. Ak ich nalejeme do nádoby rôzneho tvaru, zaujmú tvar nádoby, ak sú v gravitačnom poli. Celková potenciálna energia častíc kvapalín je rovnaká ako kinetická energia ich kmitania.

---

Medzimolekulové silové pôsobenie častíc *kvapalných látok* je v rovnakej miere zastúpené ako ich tepelný pohyb.

---

Pre plyny je charakteristické, že ich tepelný pohyb prevláda nad silovým pôsobením. V bežných podmienkach stredná vzdialenosť medzi časticami **plynných látok** je 10 - 100 nm. Medzimolekulové pôsobenie medzi časticami je zanedbateľné malé a takmer neovplyvňuje tepelný pohyb molekúl. Preto ich potenciálna energia je veľmi mála v porovnaní s kinetickou energiou ich tepelného pohybu. V dôsledku toho sa plyny dokážu *rozpínať* a zaujať objem celej nádoby. Navyše *nemajú vlastný tvar* a ani *vlastný objem*.

---

Medzimolekulové silové pôsobenie častíc *plynných látok* je výrazne menšie ako ich tepelný pohyb.

---

**Kontrolka 2:**

Vyberte správnu odpoveď. Tepelný pohyb častíc plynov prevláda nad silovým pôsobením v dôsledku

- a) častej zmeny rovnovážnych polôh častíc,
- b) veľkej strednej vzdialenosti medzi časticami,
- c) prevládajúceho príťažlivého pôsobenia medzi časticami.

[Odpoveď](#)

## Otázky na zopakovanie:

1. Do odmerného valca s výškou 50 cm nalejeme do výšky 25 cm valca vodu a doplníme etylalkoholom do výšky 50 cm. Valec uzavrieme a dobre premiešame. Po premiešaní zistíme, že výsledný objem výslednej zmesi je menší, výška hladiny je pod 50 cm. Vysvetlite, v dôsledku čoho došlo k zmenšeniu objemu zmesi.
2. Vysvetlite, prečo keď do miestnosti striekneme parfum, po určitom čase ho cítiť v celej miestnosti? Aký dej v tomto prípade prebehol a čoho je dôsledkom?
3. Vysvetlite ako budú pohybovať stavebné častice vody, ktorú schladzujeme, až kým nezmení svoje skupenstvo na ľad.
4. Ako sa budú pohybovať stavebné častice vody, ktorú ohrievame? [Odpovede](#)
5. Zo zoznamu nasledujúcich látok: ľad, meď, lieh, vodík, kyslík, olej
  - a) vyberte tie, ktoré majú kryštalickú štruktúru,
  - b) vyberte tie, ktorých častice nekmitajú okolo rovnovážnych polôh,
  - c) vyberte tie, ktorých častice kmitajú okolo stálych rovnovážnych polôh,
  - d) vyberte tie, ktoré sa dajú prelievať,
  - e) vyberte tie, ktoré zaujmú objem a tvar nádoby.
6. Vyberte správnu odpoveď: Základné charakteristiky tepelného pohybu sú
  - a) je usporiadaný, nepretržitý, nezávisí od teploty,
  - b) je chaotický a pri nižšej tepote zaniká,
  - c) je neusporiadaný, nepretržitý, pri vyššej tepote je intenzívnejší.
7. Vyberte správnu odpoveď: Pri Brownovom pohybe
  - a) častice jednej látky prenikajú medzi častice druhej látky,
  - b) pohyb molekúl jednej látky vyvoláva pohyb druhej látky,
  - c) pohyb molekúl jednej látky nespôsobí pohyb druhej látky.
8. Vyberte správnu odpoveď: Stavebné častice pevných látok
  - a) sa pohybujú všetkými smermi priamočiarym pohybom s rôznymi rýchlosťami,
  - b) kmitajú okolo rovnovážnych polôh, ktoré menia polohu,

c) kmitajú okolo nemenných rovnovážnych polôh.

9. Vyberte, ktorá možnosť z úlohy 8 je pravdivá pre kvapaliny a plyny.

10. Vyberte správnu odpoveď: V dôsledku tepelného pohybu častíc majú látky

a) potenciálnu energiu,

b) kinetickú energiu,

c) mechanickú energiu.

11. Rozhodnite, či ide o Brownov pohyb v nasledujúcich prípadoch

a) nečistoty plávajúce na povrchu vody v sude s vodou,

b) čiary na oblohe za lietadlami na obrázku ([Zdroj obr.](#)).



12. Vyberte správnu odpoveď: Medzimolekulové sily sú

a) sily medzi stavebnými časticami,

b) sily, ktorých dôsledkom majú látky kinetickú energiu,

c) sily, ktorých dôsledkom majú látky potenciálnu energiu,

d) sily, medzi telesami.

13. Vysvetlite, prečo tuhé látky nazývame pevné látky.

14. Vysvetlite, prečo keď napumpujete vzduch do duše bicykla, rozmiestni sa do jej celého objemu.

15. Vysvetlite, prečo sa kvapaliny môžu prelievať z jednej nádoby do druhej.

16. Doplníte tvrdenia: Pre pevné látky platí

[Odpovede](#)

a) medzimolekulové silové pôsobenie častíc ..... nad ich tepelným pohybom,



- b) majú stály ..... a ....., ak sa na ne nepôsobí vonkajšia sila a nemení sa teplota,
- c) ich častice kmitajú okolo rovnovážnych polôh, ktoré sú .....,
- d) ich kinetická energia je ..... vzhľadom na potenciálnu energiu,
- e) stredná vzdialenosť ich molekúl je .....

17. Doplňte tvrdenia: Pre kvapalné látky platí

- a) majú vlastný .....,
- b) dajú sa prelievať, sú .....,
- c) pri tepelnom pohybe častice menia .....,
- d) ich potenciálna energia je ..... ako kinetická energia,
- e) stredná vzdialenosť ich molekúl je .....

18. Doplňte tvrdenia: Pre plynné látky platí

- a) stavebné častice nekmitajú, ale sa pohybujú ..... smermi s ..... rýchlosťami,
- b) zaujmú objem nádoby, sú .....,
- c) medzimolekulové silové pôsobenie častíc je ..... ako tepelný pohyb,
- d) ich potenciálna energia je ..... ako kinetická energia,
- e) stredná vzdialenosť ich molekúl je .....

[Odpovede](#)

## 6.3 Stavová rovnica ideálneho plynu

**KLúčové slová:** ideálny plyn, stavové veličiny, objem, termodynamická teplota, tlak, látkové množstvo, molárna hmotnosť, Boltzmanova konštanta, molárna plynová konštanta, Avogadrova konštanta, stavová rovnica, van der Waalsova stavová rovnica, reálny plyn

### Zopakujte si:

Ako sa pohybujú stavebné častice plynu?

Aké je medzimolekulové silové pôsobenie medzi molekulami plynu?

Aká je stredná vzdialenosť medzi časticami plynných látok?

Čo je charakteristické pre dokonale pružnú zrážku?

Plyn pozostáva z veľkého počtu molekúl, ktoré sa pohybujú neusporiadane s rôznymi rýchlosťami, pričom pri ich pohybe dochádza k vzájomným zrážkam a k zrážkam so stenami nádoby, v ktorej sa nachádzajú. Navyše sa pri ich pohybe zložito mení medzimolekulové pôsobenie. Opísať vlastnosti tohto súboru veľkého počtu častíc nie je jednoduché, preto pre zjednodušenie zavedieme model ideálneho plynu, pomocou ktorého formulujeme zákony, ktoré platia pre plyny.



Aké sú vlastnosti molekúl ideálneho plynu?

**Ideálny plyn** je plyn, ktorého molekuly sú zanedbateľné malé v porovnaní s ich strednou voľnou vzdialenosťou. Vzájomné zrážky molekúl a zrážky so stenou sú dokonalé pružné. Molekuly pôsobia na seba vzájomnými silami iba počas zrážok.

Na popis rovnovážneho stavu ideálneho plynu používame **stavové veličiny**, medzi ktoré patrí objem -  $V$ , termodynamická teplota -  $T$ , tlak -  $p$  a látkové množstvo  $n$ .

**Objem plynu** je daný objemom nádoby, v ktorej sa plyn nachádza (napr. objem lopty). Jednotkou objemu je  $m^3$ .

**Termodynamická teplota** charakterizuje tepelné vlastnosti látok. Vyznačuje sa tým, že nemá záporné hodnoty. Jej jednotkou je kelvin. Medzi teplotou v stupňoch Celzia a teplotou v kelvinoch existuje vzťah

$$T = (t(^{\circ}C) + 273,15) K. \quad (1)$$

Podľa vzťahu (1) je  $0 \text{ K} = -273,15^\circ\text{C}$ , čo predstavuje *hodnotu absolútnej nuly*, ktorú nemôže dosiahnuť žiadne teleso, môže sa k nej len blížiť. Napríklad súčasná priemerná teplota Vesmíru je  $3 \text{ K}$ , na začiatku jeho vzniku bola teplota Vesmíru okolo  $10^{39} \text{ K}$ .

**Tlak** závisí od tepelného pohybu molekúl a vzniká v dôsledku ich zrážok so stenami nádoby. Podrobnejšie sa ním budeme zaoberať v nasledujúcej kapitole. Jednotkou tlaku je pascal (Pa).

**Látkové množstvo** vyjadruje počet mólov plynu, jednotkou je mol. Počet mólov plynu je možné vyjadriť pomocou *hmotnosti* plynu  $m$  a jeho *molárnej hmotnosti*  $M$  v tvare

$$n = \frac{m}{M} \quad (2)$$

alebo pomocou *počtu molekúl* plynu  $N$

$$n = \frac{N}{N_A}, \quad (3)$$

kde  $N_A$  je Avogadrova konštanta. *Molárna hmotnosť* plynu závisí od jeho chemického zloženia a pre každý plyn nadobúda rôznu hodnotu (tab. 1).

Plyn	M (kg / mol)
vodík	$2 \cdot 10^{-3}$
hélium	$4 \cdot 10^{-3}$
oxid uhoľnatý	$28 \cdot 10^{-3}$
kyslík	$32 \cdot 10^{-3}$

Tab. 1



*Koľko molekúl alebo atómov sa nachádza v jednom móle plynu?*

Odpoveď bola zistená experimentálne, v jednom móle plynu sa nachádza  $6,02 \cdot 10^{23}$  molekúl alebo atómov plynu, čo vyjadruje *Avogadrova konštanta*;  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . Vysoká hodnota Avogadrovej konštanty poukazuje na to, aké malé a početné sú atómy. Jeden mol vzduchu sa napríklad vojde bez problémov do kufra. Alebo jeden mól tenisových loptičiek by vyplnil rovnaký objem ako sedem Mesiacov.

### Kontrolka 3:

Vyberte správnu odpoveď. ktorá z uvedených veličín nepatrí medzi stavové veličiny

a) tlak,

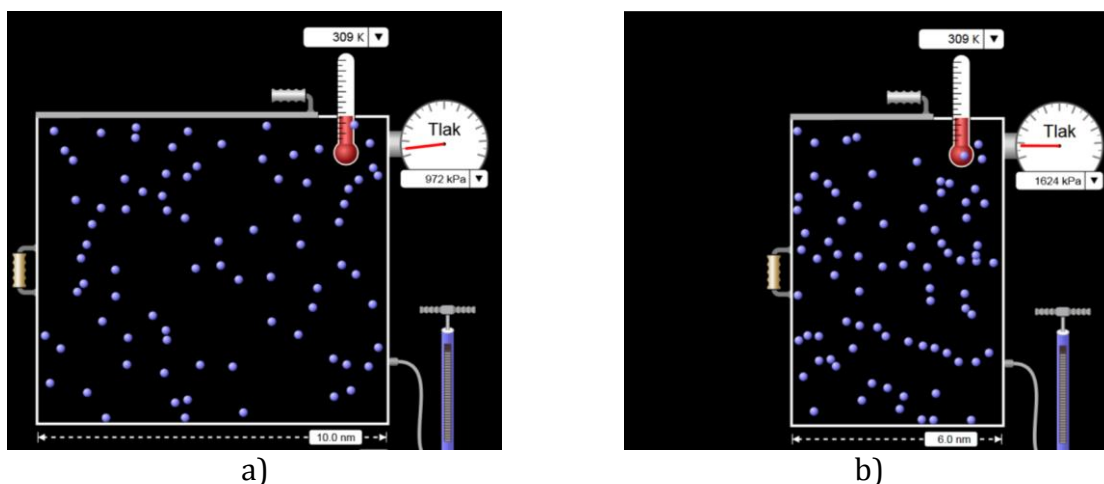
b) počet molekúl,

c) rýchlosť.

[Odpoveď](#)

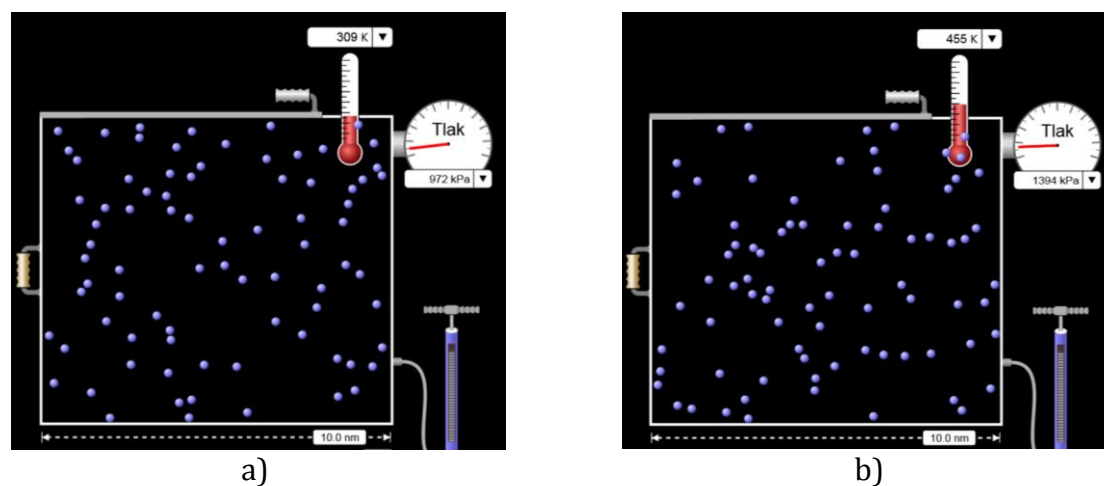
Vzťah medzi stavovými veličinami vyjadruje stavová rovnica. Ako závisí tlak od meniaceho sa objemu, meniacej sa teploty alebo meniaceho sa počtu molekúl plynu?

**Aplet** Pomocou [apletu T2](#) (úlohy 1-5) skúmajte vzťah medzi jednotlivými stavovými veličinami.



Obr. 6.8

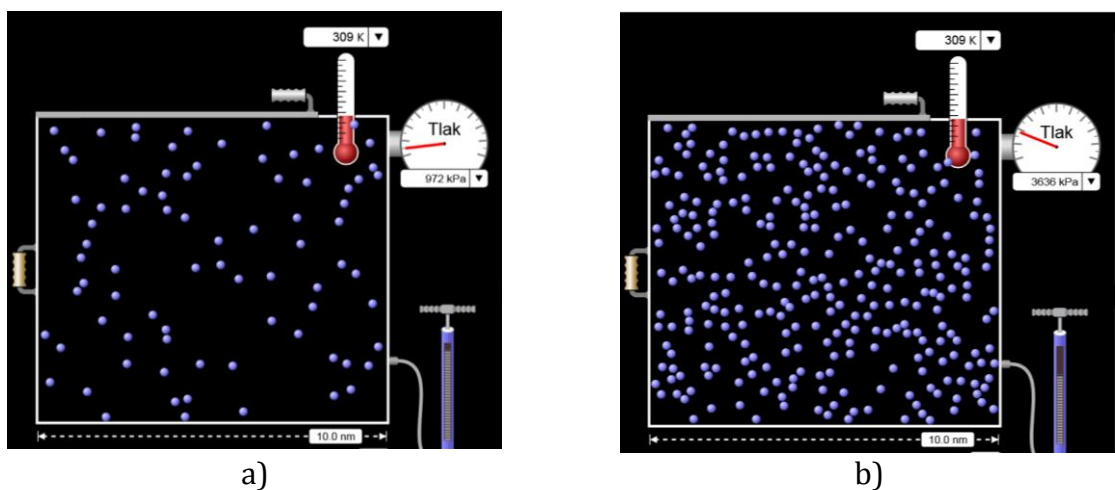
Z výsledkov získaných pomocou apletu vyplýva, že tlak sa mení s objemom nepriamoúmerne;  $p \sim \frac{1}{V}$ . Ak zmenšíme objem nádoby = objem plynu, tlak plynu narastie (obr. 6.8 b) pri konštantnom počte molekúl.



Obr. 6.9

Zvýšením teploty plynu, tlak narastie, pričom počet molekúl plynu v nádobe sa nezmenil. Tlak závisí od teploty priamoúmerne;  $p \sim T$  (Obr. 6.9 b).

So zmenou počtu molekúl, pri nezmenenom objeme a teplote plynu, sa mení tlak plynu priamoúmerne;  $p \sim N$ . Čím je väčší počet molekúl, tým je tlak plynu väčší (obr. 6.10 b). Zo vzťahu (3) vyplýva, že tlak plynu sa priamoúmerne mení aj s počtom mólov plynu  $p \sim n$ .



Obr. 6.10

---

Na základe predchádzajúcich poznatkov pre *stavovú rovnicu ideálneho plynu* platí

$$pV = nRT, \quad (4)$$

kde  $R = 8,314 \text{ J/K.mol}$  je **molárna plynová konštanta**.

---

Stavová rovnica môže nadobúdať rôzne tvary. Dosadením rovníc (2) a (3) do rovnice (4), potom

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (5)$$

alebo

$$pV = \frac{N}{N_A} RT. \quad (6)$$

Ak definujeme **Boltzmannovu konštantu**

$$k = \frac{R}{N_A}, \quad (7)$$

ktorej hodnota je  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ . Potom stavová rovnica (6) nadobúda tvar

$$pV = NkT. \quad (8)$$

Všetky tvary stavovej rovnice (4) – (6), (8) platia nielen pre ideálny plyn, ale aj pre reálne plyny za určitých podmienok. Všetky reálne plyny sa k ideálnemu plynu blížia pri nízkych hustotách, čo zodpovedá väčším vzdialenostiam medzi molekulami, platia pre ne uvedené tvary stavovej rovnice. Štúdium ideálneho plynu umožňuje takto skúmať správanie za skutočných plynov v tomto limitnom prípade.

---

**Príklad 1:** Koľko molekúl je v guľovej nádobe polomeru 3 cm naplnenej kyslíkom, keď jeho teplota je 27°C a tlak  $p = 1,33 \cdot 10^{-2}$  Pa?

$$r = 3 \text{ cm}$$

$$t = 27^\circ\text{C}$$

$$p = 1,33 \cdot 10^{-2} \text{ Pa}$$

$$N = ?$$

Sú dané stavové veličiny, ktoré popisujú ustálený stav kyslíka v guľovej nádobe: teplota 27°C a tlak  $1,33 \cdot 10^{-2}$  Pa. Polomer nádoby umožňuje určiť objem kyslíka = objem nádoby. Na výpočet počtu molekúl použijeme stavovú rovnicu popísanú vzťahom (8)

$$pV = NkT,$$

kde  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$  (1) je objem guľovej nádoby, v ktorej sa kyslík nachádza. Doplnením (1) do stavovej rovnice a úpravou pre počet častíc

$$N = \frac{p4\pi r^3}{3kT}.$$

Použitím číselných hodnôt

$$N = \frac{1,33 \cdot 10^{-2} \cdot 4\pi \cdot (0,03)^3}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot (27 + 273,15)}$$

$$N = 3,6 \cdot 10^{14}$$

V guľovej nádobe je  $3,6 \cdot 10^{14}$  častíc kyslíka.

---



*Prečo je možné zdeformovanú loptičku na stolný tenis narovnať jej ponorením do teplej vody?*

Pri zmene rovnovážneho stavu plynu sa môžu meniť všetky štyri stavové veličiny  $p$ ,  $T$ ,  $V$ ,  $n$ , ale najmenej dve. Stavová rovnica umožňuje porovnávať dva rôzne ustálené stavy toho istého plynu pri zmenených podmienkach a vypočítať niektorú stavovú veličinu plynu pri nových podmienkach.

Ak ponoríme zdeformovanú stolnotenisovú loptičku do teplej vody dôjde k ohriatiu vzduchu v jej vnútri, čo podľa stavovej rovnice (4) spôsobí nárast tlaku. Následne tlaková sila narovná zdeformované steny loptičky. Došlo k zmene tlaku, objemu a teploty vzduchu v loptičke.



Pozrite aj video na podobnú situáciu na:  
[web.tuke.sk/feikf/video/expanzia-plynu.html](http://web.tuke.sk/feikf/video/expanzia-plynu.html)

---

**Príklad 2:** Hustota vzduchu pri teplote 27°C a tlaku 0,2 MPa je 2,354 kg/m<sup>3</sup>. Aká je hustota vzduchu za normálnych podmienok (tlak 0,1 MPa, teplota 0°C)?

$$\begin{aligned}p_1 &= 0,2 \text{ MPa} \\t_1 &= 27^\circ\text{C} \\ \rho_1 &= 2,354 \text{ kg/m}^3 \\ p_0 &= 0,1 \text{ MPa} \\ t_0 &= 0^\circ\text{C} \\ \rho_0 &= ?\end{aligned}$$

Hustota plynu závisí od jeho hmotnosti a objemu podľa vzťahu  $\rho = \frac{m}{V}$  (1). Objem ani hmotnosť vzduchu nepoznáme, preto na vyjadrenie hustoty použijeme stavovú rovnicu.

Stav vzduchu za normálnych podmienok popisuje stavová rovnica v tvare (5)

$$p_0 V_0 = \frac{m_0}{M} R T_0, \quad (2)$$

a pri zmenených podmienkach

$$p_1 V_1 = \frac{m_1}{M} R T_1, \quad (3)$$

kde  $M$  je molárna hmotnosť vzduchu. Obidve rovnice (2) a (3) upravíme na tvar daný rovnicou (1)

$$\frac{p_0 M}{R T_0} = \frac{m_0}{V_0} = \rho_0 \quad (4)$$

$$\frac{p_1 M}{R T_1} = \frac{m_1}{V_1} = \rho_1. \quad (5)$$

Z rovnice (5) vyjadríme molárnu hmotnosť vzduchu

$$M = \frac{\rho_1 R T_1}{p_1}$$

a dosadíme do rovnice (4) pre hustotu vzduchu za normálnych podmienok

$$\rho_0 = \frac{p_0 \frac{\rho_1 T_1}{p_1}}{T_0}.$$

Použitím číselných hodnôt

$$\rho_0 = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 2,354 \cdot (27^\circ + 273,15)}{(0^\circ + 273,15)}$$

$$\rho_0 = 1,293 \text{ kg/m}^3$$

Hustota vzduchu za normálnych podmienok je 1,293 kg/m<sup>3</sup>.

---

#### Kontrolka 4:

Vyberte správnu odpoveď. V nádobe s objemom  $V_1$ , je  $n$  mólov plynu s teplotou  $T_1$  a tlakom  $p_1$ . Ako sa zmení jeho teplota, ak tlak klesne na polovicu pôvodnej hodnoty, pričom počet mólov plynu a ani jeho objem sa nezmenil?

- a) teplota klesne na polovicu pôvodnej hodnoty,
- b) teplota sa nezmení,
- c) teplota narastie na dvojnásobok pôvodnej hodnoty.

[Odpoveď](#)

Pomocou stavovej rovnice vieme odpovedať na otázku zo začiatku učebnice, aký princíp sa využíva pri lete balónom. Vnútro balóna je spojené s atmosférou, preto tlak vzduchu  $p$  v ňom ostáva konštantný. Vzduch v balóne s konštantným objemom  $V$  a teplotou  $T$  sa zohreje na teplotu  $T_1$ , ktorá je vyššia ako teplota okolitého vzduchu. Stavová rovnica pre vzduch v balóne je  $pV = nRT$  a po ohriati  $pV = n_1RT_1$ , kde tlak a objem sú konštantné. Zvýšením teploty vzduchu v balóne sa zníži látkové množstvo vzduchu v balóne:  $n_1T_1 = nT = \text{konš.} \rightarrow \frac{T_1}{T} = \frac{n}{n_1}$ . Tým sa balón stáva ľahším (hmotnosť je menšia), teda je menšia aj vztlaková sila, ktorá na neho pôsobí ( $F_g = mg$ ). Ak veľkosť tiažovej sily pôsobiaca na balón je menšia ako veľkosť vztlakovej sily balón vzlietne.

---

Existuje **stavová rovnica pre reálne plyny - van der Waalsova** v tvare

$$\left(p + n^2 \frac{a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT, \quad (9)$$

kde členy  $\frac{a}{V^2}$  a  $b$  sú *van der Waalsove korekcie*.

---

Člen  $\frac{a}{V^2}$  predstavuje *vnútorný (kohézny) tlak*, ktorý je dôsledkom medzimolekulového silového pôsobenia. Tento tlak sa pri ideálnom plyne zanedbáva.

Od objemu  $V$  v rovnici (9) je od skutočného objemu plynu odčítaný objem samotných molekúl, pre grammolekulu o  $b$ . Konštanty  $a$  a  $b$  v rovnici (9) sú pre jednotlivé plyny rôzne a určujú sa experimentálne (viac na [zdroj](#)).



## Otázky na zopakovanie:

1. Vymenujte veličiny popisujúce rovnovážny stav ideálneho plynu.
2. Doplňte tvrdenia: Ideálny plyn je plyn
  - a) ktorého molekuly sú ..... v porovnaní s ich strednou voľnou vzdialenosťou.
  - b) Vzájomné zrážky molekúl a zrážky so stenou sú.....
  - c) Molekuly pôsobia na seba vzájomnými silami .....
3. Vysvetlite, ktoré veličiny sa zmenia, ak zmenšíme počet mólov hélia?
4. Vyberte správnu odpoveď. Veličina, ktorá závisí od jej chemického zloženia a pre každý plyn nadobúda rôznu hodnotu sa nazýva
  - a) molárna hmotnosť plynu,
  - b) látkové množstvo,
  - c) tlak plynu.
5. Vyberte správnu odpoveď. Ak zväčšíme objem plynu v rovnovážnom stave, potom sa zväčší aj jeho
  - a) tlak,
  - b) teplota,
  - c) počet molekúl.
6. Vyberte správnu odpoveď. V dôsledku zrážok stavebných častíc plynu so stenami nádoby vzniká v plyne
  - a) termodynamická teplota,
  - b) objem,
  - c) tlak.
7. Pomenujte veličinu, ktorá vyjadruje počet molekúl v jednom móle plynu.
8. Napíšte vzťah, ktorý vyjadruje súvis medzi Boltzmanovou konštantou a molárnou plynovou konštantou.
9. Napíšte ako bude daná stavová rovnica pre jeden mol vzduchu. [Odpovede](#)

10. V nádobe objemu  $6000 \text{ cm}^3$  sa nachádza 14 g plynu pri teplote  $27^\circ\text{C}$  a tlaku  $0,207 \text{ MPa}$ . Určte, aký plyn sa nachádza v nádobe.
11. Aký objem majú 4 g hélia pri tlaku  $99\,991,5 \text{ Pa}$  a teplote  $20^\circ\text{C}$ , ak mólová hmotnosť hélia je  $0,004 \text{ kg/mol}$ ?
12. Žiarovka objemu  $150 \text{ cm}^3$  je naplnená argónom. Aká je jeho teplota, keď pri tlaku  $0,1 \text{ MPa}$  má argón tiaž  $1,42 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ ?
13. Vypočítajte, aká je hustota dusíka ( $M = 28,12 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ) pri teplote  $17^\circ\text{C}$  a tlaku  $0,2 \text{ MPa}$ .
14. Vypočítajte, pri akej teplote má plyn pri nezmenenom tlaku  $2/3$  objemu, aký mal pri teplote  $0^\circ\text{C}$ .
15. Plynová bomba obsahuje pri teplote  $27^\circ\text{C}$  a tlaku  $4 \text{ MPa}$  stlačený plyn. Aký bude jeho tlak, keď polovičné množstvo plynu vypustíme a jeho teplota klesne na  $15^\circ\text{C}$  pri konštantnom objeme? ( $M = 40 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ )
16. Pre ktoré plyny platí stavová rovnica daná vzťahom (4)? Môžeme ju použiť pre reálne plyny?
17. Pre ktoré plyny možno použiť stavovú rovnicu danú vzťahom (9)?
18. Rozhodnite, ktorý vzduch má menšiu hustotu
  - a) teplý alebo studený,
  - b) suchý alebo vlhký?
19. V dvoch rovnakých ocelových fľašiach je kyslík. Ako možno zistiť tlakomerom, v ktorej fľaši je ho viac? Vysvetlite pomocou stavovej rovnice.
20. Určte pomocou stavovej rovnice hmotnosť vzduchu miestnosti, v ktorej sa momentálne nachádzate.
21. Ak zohrejeme vzduch uzavretý v nádobe, zmení sa jeho stav z 1 na 2. napíšte vzťah, ktorý vyjadruje stavovú zmenu rovnovážneho stavu vzduchu.
22. V ocelovej fľaši je pod tlakom  $300 \text{ MPa}$  plyn s hmotnosťou  $0,5 \text{ kg}$ . Vypustením poklesol jeho tlak na  $200 \text{ MPa}$ . Vypočítate hmotnosť plynu, ktorý zostal vo fľaši, ak sa jeho teplota nezmenila.
23. Potápači dýchajú pod vodou z kyslíkových fliaš. Predpokladajme, že kyslík uniká z fľaše pri rovnakej teplote. Napíšte vzťah, ktorý vyjadruje stavovú zmenu kyslíka vo fľaši.

[Odpovede](#)

## 6.4 Jednoduché deje v ideálnom plyne

**Kľúčové slová:** izotermický dej, izoterma, izochorický dej, izochora, izobarický dej, izobara, p – V diagram, p – T diagram, V – T diagram

### Zopakujte si:

*Ktoré veličiny popisujú stav plynu?*

*Ako je daná stavová rovnica pre n mólov plynu?*

*Ktoré veličiny sa môžu meniť v stavovej rovnici?*

Stavová rovnica je výsledkom experimentov s plynmi. Pred jej odvodením boli známe jednoduchšie prípady, keď sa niektorá stavová veličina pri experimente nemenila. V takom prípade stavová rovnica nadobúda zjednodušený tvar.

Uvažujme, že máme v nádobe uzavretý plyn, ktorého počet mólov sa nemení ( $n = \text{konš.}$ ). Nech jeho počiatočný rovnovážny stav popisujú stavové veličiny  $p_1$ ,  $V_1$ ,  $T_1$ . Počas experimentu sa budú meniť niektoré stavové veličiny. Zaujímá nás, aký bude tvar stavovej rovnice popisujúcej zmenu plynu, ak sa tlak alebo teplota alebo objem nebudú počas experimentu meniť.



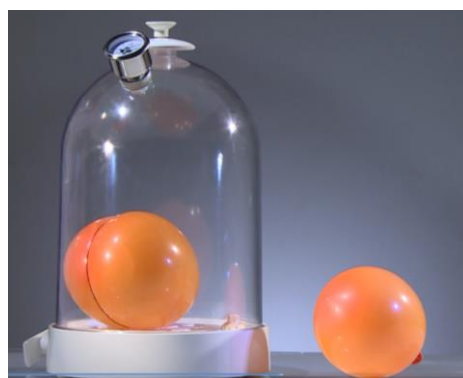
Pozrite video zo zdroja:

[web.tuke.sk/feikf/video/stavova-rovnica.html](http://web.tuke.sk/feikf/video/stavova-rovnica.html)

Na videu sa zmenou tlaku (jeho zmenšením) zväčšil objem balónika v nádobe s pumpou, pri konštantnej teplote (obr. 6.11). Prečo je to tak?



a)



b)

Obr. 6.11

Dej, pri ktorom sa teplota plynu nemení, nazývame **izotermický dej** ( $T = \text{konš.}$ ).

Počiatočný rovnovážny stav plynu pri izotermickom deji (aj v balóniku v uzavretej nádobe na videu) popisuje stavová rovnica (4)

$$p_1 V_1 = nRT \quad (10)$$

a po zmene

$$p_2 V_2 = nRT. \quad (11)$$

Porovnaním rovníc (10) a (11)

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = nRT.$$

---

Potom zovšeobecnením pre *stavovú rovnicu izotermického deja*

$$pV = \text{konš.}, \quad (12)$$

ktorý hovorí, že súčin tlaku a objemu plynu je pri *izotermickej stavovej zmene* konštantný. Tento vzťah nazývame **Boylv - Mariotov zákon**, ktorý bol objavený v roku 1662.

---

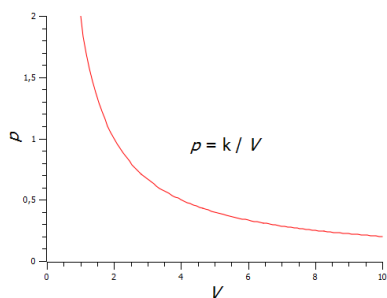


*Pravá strana rovnice (12) – výraz  $nRT$ , je nahradená konštantou, pretože veličiny  $n$ ,  $R$ ,  $T$  sú konštantné.*

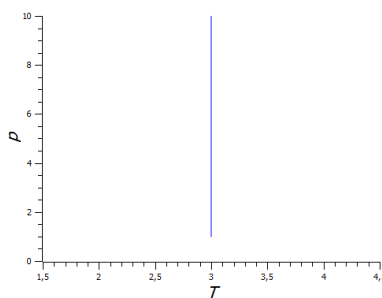
Zo vzťahu (12) vyplýva, že tlak plynu sa mení nepriamoúmerne z objemom plynu pri konštantnej teplote

$$p = \frac{k}{V}. \quad (13)$$

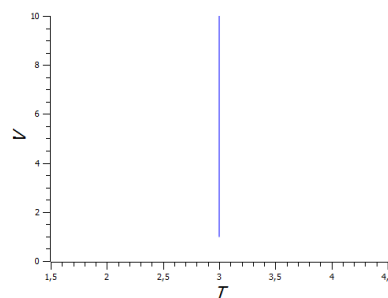
Preto zmenšením tlaku vzduchu v balóniku v nádobe na videu došlo k zväčšeniu objemu balónika. Grafickým zobrazením závislosti tlaku od objemu je krivka, ktorá sa nazýva *izoterma*. V  $p - V$  diagrame izotermu predstavuje hyperbola (obr. 6.12 a).



a)



b)



c)

Obr. 6.12

V  $p - T$  diagrame je izotermou úsečka rovnobežná s osou  $p$  (obr. 6.12 b) a v  $V - T$  diagrame je izoterma rovnobežná s osou  $V$  (obr. 6.12 c).

### Kontrolka 5:

Vyberte správnu odpoveď. V nádobe s objemom  $V_1$ , je  $n$  mólov plynu s teplotou  $T_1$  a tlakom  $p_1$ . Aký bude tlak plynu, ak jeho objem klesne na tretinu pôvodnej hodnoty pri izotermickej zmene? Počet mólov plynu sa nezmenil.

- a) tlak klesne na tretinu pôvodnej hodnoty,
- b) tlak sa nezmení,
- c) tlak narastie na trojnásobok pôvodnej hodnoty.

[Odpoveď](#)



*Urobte pokus. Na hrdlo prázdnej sklenenej fľaše položte navlhčenú mincu. Fľašu zoberte do rúk. Po chvíli začne minca poskakovať. Ako to vysvetliť?*

Dej, pri ktorom sa nemení objem plynu, nazývame **izochorický dej ( $V = \text{konš.}$ )**. Stavovú rovnicu pre tento dej odvodíme podobne ako to bolo pri izotermickom deji.

Počiatočný rovnovážny stav plynu pri tomto deji popisuje stavová rovnica (4)

$$p_1 V = nRT_1 \quad (14)$$

a po zmene

$$p_2 V = nRT_2. \quad (15)$$

Úpravou rovníc (14) a (15) a ich porovnaním

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{nR}{V}.$$

---

Potom zovšeobecnením pre stavovú rovnicu izochorického deja

$$\frac{p}{T} = \text{konš.}, \quad (16)$$

podľa ktorého podiel tlaku a teploty plynu pri izochorickej zmene ostáva konštantný. Tento vzťah nazývame **Charlesov zákon**, ktorý bol popísaný v roku 1787.

---

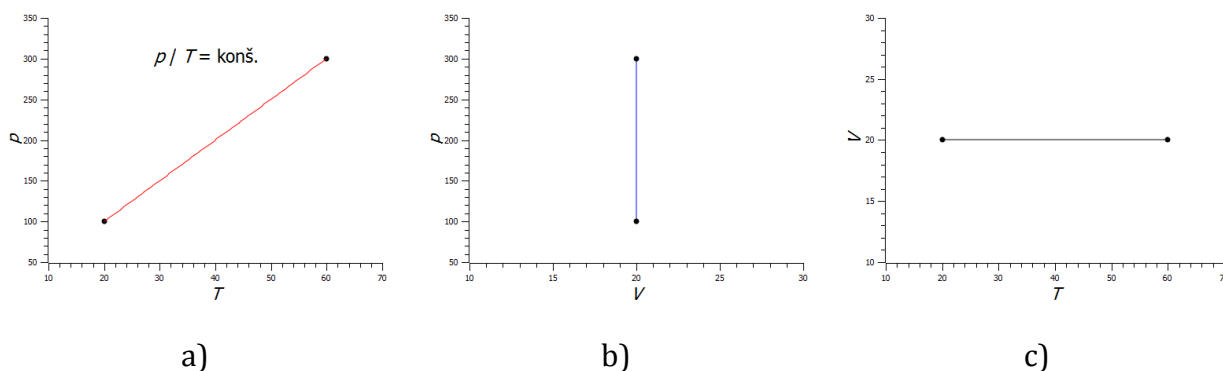


**Pravá strana rovnice (16) - výraz  $\frac{nR}{V}$ , je nahradená konštantou, pretože veličiny  $n$ ,  $R$ ,  $V$  sú konštantné.**

Zo vzťahu (16) vyplýva, že tlak plynu sa mení priamoúmerne z termodynamickou teplotou plynu pri konštantnom objeme

$$p = kT . \quad (17)$$

Grafickým zobrazením závislosti tlaku od teploty je krivka, ktorá sa nazýva *izochora*. V  $p - T$  diagrame je to úsečka smerujúca k 0 (obr. 6.13 a). V  $p - V$  diagrame je izochorou úsečka rovnobežná s osou  $p$  (obr. 6.13 b) a v  $V - T$  diagrame je izochora rovnobežná s osou  $T$  (obr. 6.13 c).



Obr. 6.13



Fľaša sa ohrieva z rúk, čo spôsobí ohriatie vzduchu vo fľaši. Objem vzduchu sa nemení. Ide o izochorický dej, pri ktorom vplyvom nárastu teploty vzduchu narastie aj jeho tlak, ktorý spôsobí poskakovanie mince.

Dej, pri ktorom sa nemení tlak plynu, nazývame **izobarický dej ( $p = \text{konš.}$ )**.

Počiatočný rovnovážny stav plynu pri izobarickom deji popisuje stavová rovnica (4)

$$pV_1 = nRT_1 \quad (18)$$

a po zmene

$$pV_2 = nRT_2. \quad (19)$$

Úpravou rovníc (18) a (19) a ich porovnaním

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{nR}{p}$$

Potom zovšeobecnením pre *stavovú rovnicu izobarického deja*

$$\frac{V}{T} = \text{konš.}, \quad (20)$$

podľa ktorého podiel objemu a teploty plynu pri *izobarickej zmene* ostáva konštantný. Tento vzťah nazývame **Gay - Lussacov zákon**.

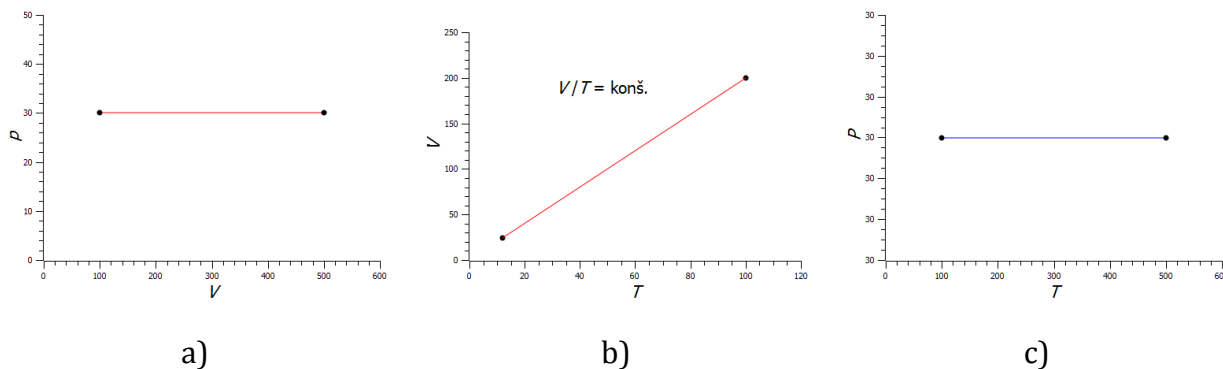


**Pravá strana rovnice (20) – výraz  $\frac{nR}{p}$ , je nahradená konštantou, pretože veličiny  $n$ ,  $R$ ,  $p$  sú konštantné.**

Zo vzťahu (20) vyplýva, že objem plynu sa mení priamoúmerne z termodynamickou teplotou plynu pri konštantnom tlaku

$$V = kT. \quad (21)$$

Grafickým zobrazením závislosti objemu od teploty je krivka, ktorá sa nazýva *izobara*. Vo  $V - T$  diagrame je to úsečka smerujúca k 0 (obr. 6.14 b). V  $p - V$  diagrame je izobarou úsečka rovnobežná s osou  $V$  (obr. 6.14 a) a v  $p - T$  diagrame je izobara rovnobežná s osou  $T$  (obr. 6.14 c).



Obr. 6.14

### Kontrolka 6:

Vyberte správnu odpoveď. Súčin  $nRT$  je konštantný pri

- a) izobarickom deji,
- b) izochorickom deji,
- c) izotermickom deji.

[Odpoveď](#)

---

**Príklad 3:** a) Vypočítajte, pri akej teplote má plyn pri nezmenenom tlaku  $2/3$  objemu, aký mal pri  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . b) Vypočítajte, pri akej teplote má plyn pri nezmenenom objeme  $n$  – krát väčší tlak ako pri  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

a)

$p_0, V_0, t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}, T_0 = 273,15\text{ K}$  (pri úprave bol použitý vzťah (1))

$$p_1 = p_0$$

$$V_1 = \frac{2}{3} V_0$$

$$t_1 = ?$$

Zo zadania vyplýva, že ide o izobarický dej. Na výpočet teploty  $T_1$  použijeme rovnicu

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$$

z ktorej pre teplotu  $T_1 = \frac{V_1 T_0}{V_0}$ . Dosadením za objem  $V_1$  a úpravou

$$T_1 = \frac{\frac{2}{3} V_0 T_0}{V_0} = \frac{2}{3} T_0$$

$$T_1 = \frac{2}{3} 273,15 = 182\text{ K}$$

$$t_1 = T_1 - 273,15 = 182 - 273,15 = -91,15\text{ }^{\circ}\text{C}$$

**Plyn má  $2/3$  pôvodného objemu pri teplote  $-91,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ .**

b)

$p_0, V_0, t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}, T_0 = 273,15\text{ K}$

$$p_1 = n p_0$$

$$V_1 = V_0$$

$$t_1 = ?$$

Zo zadania vyplýva, že ide o izochorický dej. Na výpočet teploty  $T_1$  použijeme rovnicu

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_1}{T_1}$$

z ktorej pre teplotu  $T_1 = \frac{p_1 T_0}{p_0}$ . Dosadením za tlak  $p_1$  a úpravou

$$T_1 = \frac{n p_0 T_0}{p_0} = n T_0$$

$$T_1 = n \cdot 273,15\text{ K}$$

$$t_1 = T_1 - 273,15 = n \cdot 273,15 - 273,15 = 273,15 (n - 1)\text{ }^{\circ}\text{C}$$

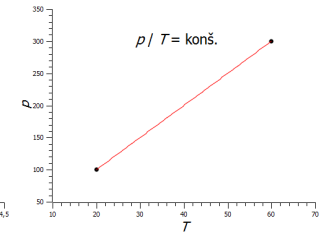
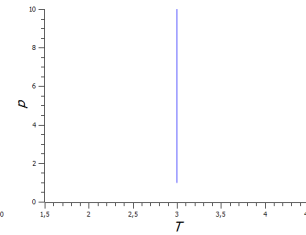
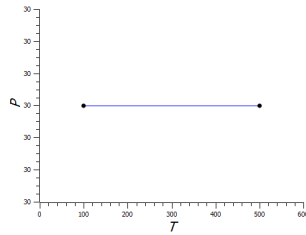
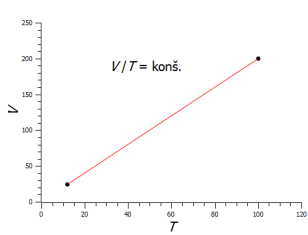
**Plyn má  $n$  – násobok pôvodného tlaku pri teplote  $273,15 (n - 1)\text{ }^{\circ}\text{C}$ .**

---

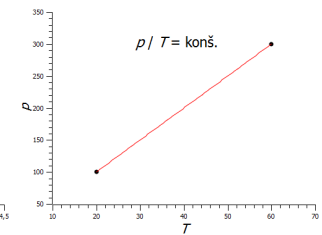
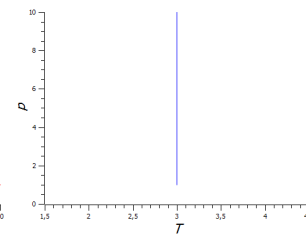
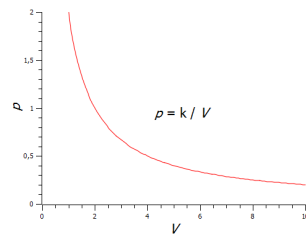
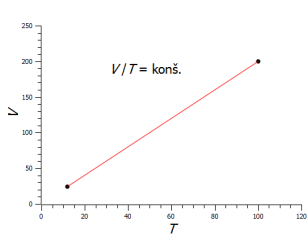


## Otázky na zopakovanie:

1. Rozhodnite, či sa pri izobarickej stavovej zmene plynu so stálym látkovým množstvom zvýši alebo zníži jeho teplota, ak sa objem plynu 4-krát zväčší.
2. Pri teplote 27°C je objem plynu 3 m<sup>3</sup>. Vypočítajte objem plynu pri teplote 37°C a neznemenom tlaku a hmotnosti.
3. Rozhodnite, na ktorom obrázku je znázornená izoterma.



4. Tlak plynu v uzavretej nádobe je 0,2 MPa pri teplote 10°C. Pri akej teplote by bol tlak dvojnásobný?
5. Ktorá stavová veličina sa zachováva pri izobarickom deji?
6. Ktorá stavová veličina sa zachováva pri izochorickom deji?
7. Ktorá stavová veličina sa zachováva pri izotermickom deji?
8. Vyberte správnu odpoveď. Pri izotermickom deji
  - a) podiel objemu a teploty plynu ostáva konštantný,
  - b) objem plynu sa mení priamoúmerne z termodynamickou teplotou plynu,
  - c) tlak plynu sa mení nepriamoúmerne z objemom plynu.
9. Zdôvodnite, prečo pri jazde autom tlak vzduchu v jeho pneumatikách stúpa. Napíšte vzťah pre príslušnú stavovú zmenu vzduchu v pneumatikách.
10. Rozhodnite, na ktorom obrázku je znázornená izochora.



[Odpovede](#)

11. V plynovej nádobe s pohyblivým piestom s objemom 0,5 l je uzavretý plyn pod tlakom 0,1 MPa. Plyn sa začne rozpínať pri konš. teplote, pričom jeho tlak klesne na 0,05 MPa. Aký je objem plynu po jeho rozpínaní?
12. Vysvetlite pomocou príslušného vzťahu, prečo od horiaceho polena odletujú iskry.

[Odpovede](#)

## 6.5 Stredná kvadratická rýchlosť

**Kľúčové slová:** stredná rýchlosť, stredná kvadratická rýchlosť, Maxwellovo rozdelenie rýchlosti, najpravdepodobnejšia rýchlosť

### Zopakujte si:

*Ako sa rozkladá vektora na zložky?*

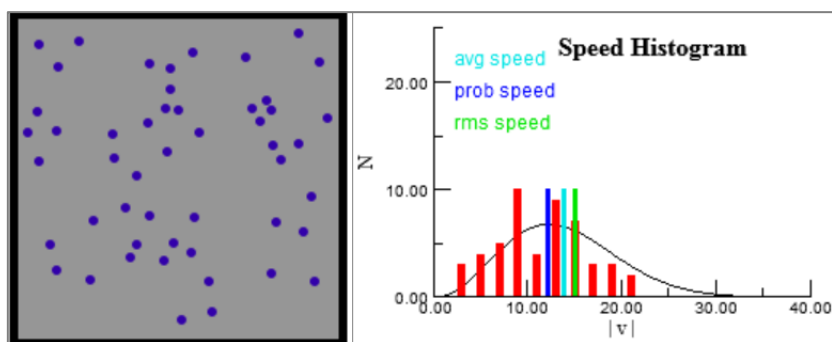
*Ako je daná veľkosť vektora pomocou jeho súradníc?*

*Čo vyjadruje okamžitá rýchlosť?*

*Ako sa vyjadrí stredná hodnota fyzikálnej veličiny?*

*Ako je charakterizovaný tepelný pohyb molekúl plynu?*

Plyny pozostávajú z veľkého počtu stavebných častíc, ktoré sa pohybujú rôznymi rýchlosťami z hľadiska veľkosti aj smeru, pričom žiaden smer neprevláda. V každom okamihu dosahujú molekuly plynu rôzne rýchlosti. Na obr. 6.13 je zobrazené rozdelenie rýchlosti molekúl plynu uzavretého v nádobe v ľavej časti obrázku. Obsahy stĺpcov v grafe zobrazujú počet molekúl  $N$ , pohybujúcich sa s rovnakou rýchlosťou v danom okamihu pri konštantnej teplote. V nádobe sa nachádza 50 molekúl plynu. Z grafu je zrejmé, že v danom okamihu má napríklad desať molekúl približne rýchlosť 9 m/s a dve molekuly dosahujú rýchlosť väčšiu ako 20 m/s.



Obr. 6.15

### Aplet

Pomocou [apletu T3](#) (1.úloha) skúmajte ako sa mení rozloženie rýchlosti molekúl v plyne.

S tepelným pohybom stavebných častíc súvisia ďalšie veličiny, ktoré charakterizujú vlastnosti plynu. Ako bolo spomenuté, rýchlosti molekúl plynu sa menia (okamžitá rýchlosť molekuly je náhodná veličina), čo komplikuje popis týchto veličín. Aby sme ich vedeli popísať, použijeme štatistické metódy, ktoré nám umožnia definovať strednú

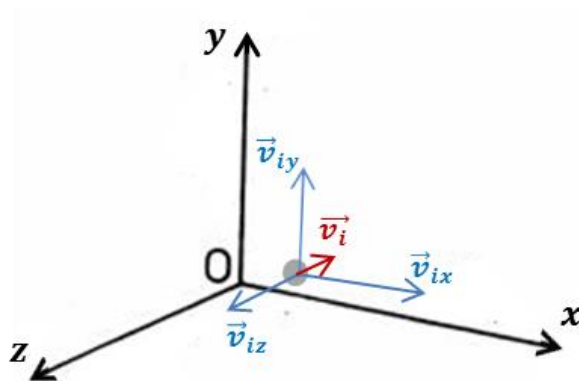
rýchlosť a strednú kvadratickú rýchlosť molekúl plynu, ktoré budú plyn charakterizovať ako celok.

Uvažujme ideálny plyn, ktorý pozostáva z  $N$  molekúl, ktoré sa pohybujú rýchlosťami  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_i, \dots, \vec{v}_N$ .

Potom **stredná (priemerná) rýchlosť** molekúl plynu je daná

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{N}, \quad (22)$$

kde  $v_i$  je veľkosť rýchlosti  $i$  - tej molekuly.



Obr. 6.16

Veľkosť rýchlosti  $i$  - tej molekuly vzhľadom na súradnicový systém XYZ (obr.6.15) je daná

$$v_i = \sqrt{v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2},$$

kde  $v_{ix}, v_{iy}, v_{iz}$  sú súradnice rýchlosti.

Odtiaľ pre **druhú mocninu rýchlosti  $i$  - tej molekuly**

$$v_i^2 = v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2. \quad (23)$$

Pravdepodobnosť pohybu  $i$  - tej molekuly v jednotlivých smeroch (v smere  $x, y, z$ ) je rovnaká, v danom okamihu sa môže molekula pohybovať v smere osi  $x$  alebo v smere osi  $y$  alebo v smere osi  $z$ .

Preto platí  $v_{ix}^2 = v_{iy}^2 = v_{iz}^2$ , dosadením do vzťahu (23) pre druhú mocninu rýchlosti  $i$  - tej molekuly  $v_i^2 = 3v_{ix}^2$  a odtiaľ pre jej  $x$  - ovú súradnicu

$$v_{ix}^2 = \frac{1}{3} v_i^2. \quad (24)$$

Podobne sa dá ukázať, že to platí aj pre zvyšné dve súradnice

$$v_{iy}^2 = \frac{1}{3} v_i^2,$$

$$v_{iz}^2 = \frac{1}{3} v_i^2.$$

**Stredná kvadratická rýchlosť molekúl plynu** je veličina, ktorá vyjadruje akou rýchlosťou sa pohybujú molekuly plynu ako celok pri určitej teplote a je daná

$$v_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N}}. \quad (25)$$

Stredná kvadratická rýchlosť nadobúda pre rôzne plyny rôzne hodnoty a je väčšia ako stredná hodnota rýchlosti. V nasledujúcej tabuľke sú uvedené hodnoty strednej kvadratickej rýchlosti pri teplote 300 K.

Plyn	$v_s$ (m/s)
Vodík	1920
Hélium	1370
Vodná para	645
Kyslík	483

Tab. 2

**Príklad 4:** Vypočítajte strednú a strednú kvadratickú rýchlosť molekúl plynu. Rýchlosti molekúl sú dané v tabuľke.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$v_i$ (m/s)	210	180	140	213	165	200	189	193	159	100

Stredná rýchlosť molekúl sa určí pomocou vzťahu (22) v tvare

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^{10} v_i}{10} = \frac{210+180+140+213+165+200+189+193+159+100}{10} = 174,9 \text{ m/s}$$

Na výpočet strednej kvadratickej rýchlosti použijeme vzťah (25)

$$v_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} v_i^2}{10}} = \sqrt{\frac{210^2+180^2+140^2+213^2+165^2+200^2+189^2+193^2+159^2+100^2}{10}} = 361,5 \text{ m/s}$$

**Stredná rýchlosť molekúl plynu je 174,9 m/s a stredná kvadratická rýchlosť je 361,5 m/s.**

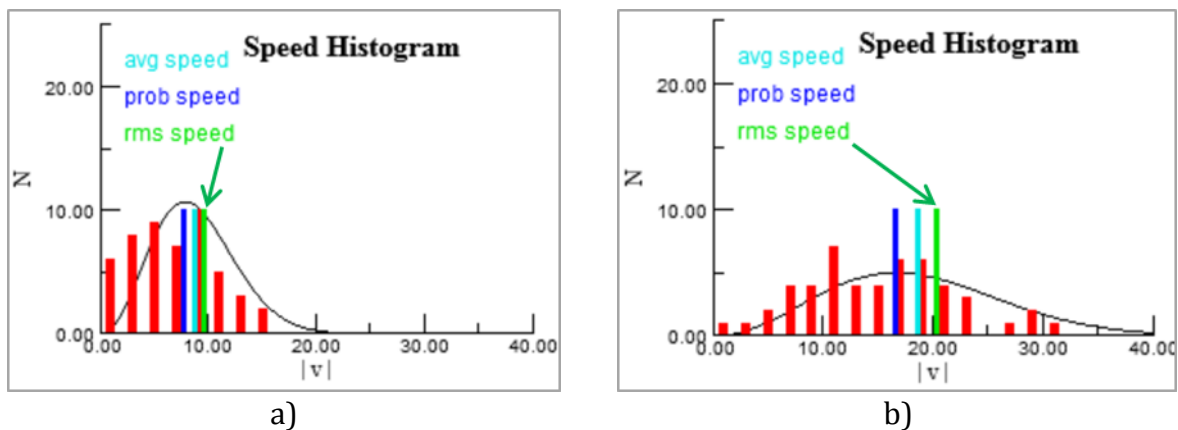


Prečo trvá určitú dobu, kým sa vôňa z otvoreného parfumu rozšíri do prostredia?



Z tab. 2 vyplýva, že molekuly plynov sa pohybujú veľkými rýchlosťami. Treba si však uvedomiť, že ide o strednú kvadratickú rýchlosť, ktorá vyjadruje strednú hodnotu rýchlosti molekúl plynu medzi jednotlivými zrážkami. Molekula parfumu počas svojho pohybu naráža do iných molekúl, čo spomaľuje jej pohyb.

Stredná kvadratická rýchlosť závisí od teploty, pri vyššej teplote má vyššiu hodnotu. Na obr. 6.15 zelený stĺpec naznačuje hodnotu strednej kvadratickej rýchlosti molekúl pri danej teplote. Na obr. 6.15 a) je stredná kvadratická rýchlosť molekúl približne 10 m/s pri nižšej teplote. Pri vyššej teplote (obr. 6.15 b) je jej hodnota okolo 20 m/s.



Obr. 6.17

**Aplet** Pomocou [apletu T3](#) (2.úloha) overte závislosť strednej kvadratickej rýchlosti od meniacej sa teploty.

Grafy na obr. 6.15 a 6.17 sa nazývajú **Maxwellove rozdelenie rýchlosti molekúl** a prezentuje ich čierna krivka. Toto rozdelenie popisuje rovnica

$$P(v) = 4\pi \sqrt{\left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^3} v^2 e^{-\frac{Mv^2}{2RT}}. \quad (26)$$

Veličinu  $P(v)$  nazývame *rozdeľovacia funkcia*. Pomocou tejto funkcie je možné určiť relatívnu početnosť molekúl s rýchlosťami v intervale  $(v, v + dv)$  ako súčin  $P(v)dv$ , čo je bezrozmerné číslo.



*Súčin  $P(v)dv$  predstavuje plochu obdĺžnikov = počet molekúl, na obr.6.15 a 6.17.*

V grafoch sú zobrazené tri rýchlosti, *stredná rýchlosť* (svetlomodrá farba, avg speed), *stredná kvadratická rýchlosť* (svetlozelená farba, rms speed) a *najpravdepodobnejšia rýchlosť* (modrá farba, prob speed), v ktorej funkcia  $P(v)$  nadobúda maximum.

Pomocou rozdeľovacej funkcie sa dajú výpočtom určiť spomenuté rýchlosti ako funkcie teploty pre rôzne plyny.

---

**Stredná rýchlosť** je daná

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}. \quad (27)$$

---



*Stredná rýchlosť sa určí pomocou integrálu v tvare  $\bar{v} = \int_0^{\infty} vP(v)dv$ .*

---

**Stredná kvadratická rýchlosť** je daná

$$v_s = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (28)$$

---



*Hodnotu strednej kvadratickej rýchlosti je možné vypočítať pomocou integrálu v tvare*

$$v_s^2 = \int_0^{\infty} v^2 P(v)dv.$$

---

**Najpravdepodobnejšia rýchlosť** predstavuje extrém funkcie, preto jej hodnota sa vypočíta z podmienky

$$\frac{dP}{dv} = 0.$$

Úpravou pre najpravdepodobnejšiu rýchlosť

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}. \quad (29)$$

---

Najpravdepodobnejšia rýchlosť je rýchlosť, ktorú bude mať najväčší počet molekúl v plyne pri danej teplote.

Z rovníc (27) - (29) vyplýva, že pri konštantnej teplote sú jednotlivé rýchlosti konštantné. Pri vyšších teplotách dosahujú vyššie hodnoty, čo sa na grafe rozdelenia rýchlosti prejaví posunom smerom doprava.

### Kontrolka 7:

Vyberte správnu odpoveď. Stredná kvadratická rýchlosť molekúl plynu

- a) vyjadruje rýchlosť jednej molekuly,
- b) nezávisí od teploty,
- c) charakterizuje rýchlosť molekúl plynu ako celku,
- d) pri danej teplote nadobúda rôzne hodnoty.

[Odpoveď](#)

---

**Príklad 5:** Vypočítajte strednú, strednú kvadratickú rýchlosť a najpravdepodobnejšiu rýchlosť molekúl kyslíka, pri teplote 300K. Molárna hmotnosť kyslíka je  $32 \cdot 10^{-3}$  kg/mol.

$$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

$$T = 300 \text{ K}$$

$$\bar{v}, v_s, v_p - ?$$

Stredná rýchlosť molekúl kyslíka sa určí pomocou vzťahu (27)

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

dosadením

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,314 \cdot 300}{\pi \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} = 445 \text{ m/s}.$$

Na výpočet strednej kvadratickej rýchlosti použijeme vzťah (28)

$$v_s = \sqrt{\frac{3RT}{M}},$$

dosadením

$$v_s = \sqrt{\frac{3 \cdot 8,314 \cdot 300}{32 \cdot 10^{-3}}} = 483 \text{ m/s}.$$

Najpravdepodobnejšia rýchlosť je daná vzťahom (29)



$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,314 \cdot 300}{32 \cdot 10^{-3}}} = 395 \text{ m/s}.$$

**Stredná rýchlosť molekúl kyslíka je 445 m/s, stredná kvadratická rýchlosť je 483 m/s a najpravdepodobnejšia rýchlosť je 395 m/s.**

---

## Otázky na zopakovanie:

1. Pri akej teplote je stredná kvadratická rýchlosť molekúl kyslíka práve polovičná ako pri teplote  $20^{\circ}\text{C}$ ?
2. Aká je teplota molekúl dusíka z pohľadu kozmickej lode, ktorá vniká do atmosféry rýchlosťou  $7\text{ km/s}$ ?
3. Určitý objem dusíka teploty  $27^{\circ}\text{C}$  a tlaku  $101325\text{ Pa}$  sme izotermicky zväčšili na dvojnásobný. Vypočítajte ako sa pritom zmenila kvadratická stredná rýchlosť molekúl a počet molekúl v jednotkovom objeme.
4. Pomocou Maxwellovho rozdelenie rýchlosti molekúl vypočítajte pomer pravdepodobnosti  $p_1/p_2$ , s ktorými molekuly sa molekuly dusíka pohybujú v jednotkovom intervale rýchlosti okolo rýchlosti zvuky ( $v = 340\text{ m/s}$ ), pri teplotách  $t_1 = 0^{\circ}\text{C}$  a  $t_2 = 100^{\circ}\text{C}$ .
5. Pomocou Maxwellovho rozdelenie rýchlosti odvodte vzťah pre strednej rýchlosti, strednej kvadratickej rýchlosti a najpravdepodobnejšej rýchlosti.
6. Vyjadrite dvojakým spôsobom strednú kvadratickú rýchlosť a strednú rýchlosť.
7. Vyberte správne odpovede. Stredná kvadratická rýchlosť molekúl plynu
  - a) vyjadruje akou rýchlosťou sa pohybujú molekuly plynu ako celok pri určitej teplote,
  - b) je vyššia pri nižšej teplote,
  - c) nezávisí od teploty,
  - d) je väčšia ako stredná hodnota rýchlosti.
8. Vysvetlite, prečo je najpravdepodobnejšia rýchlosť molekúl kyslíka menšia ako molekúl vodíka pri rovnakej teplote.
9. Vyberte správne odpovede. Pri teplote  $45^{\circ}\text{C}$  budú mať molekuly kyslíka najväčšiu
  - a) strednú kvadratickú rýchlosť,
  - b) najpravdepodobnejšiu rýchlosť,
  - c) strednú rýchlosť.
10. Vyberte správne odpovede. Pri teplote  $45^{\circ}\text{C}$  budú mať atómy hélia strednú kvadratickú rýchlosť
  - a) väčšiu ako pri teplote  $60^{\circ}\text{C}$ ,

[Odpovede](#)

b) menšiu ako pri teplote  $60^{\circ}\text{C}$ ,

c) rovnakú ako pri teplote  $60^{\circ}\text{C}$ .

11. Napíšte veličiny, od ktorých závisí stredná kvadratická rýchlosť.

12. Ktoré z molekúl  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{CO}_2$  tvoriacich vzduch majú najväčšiu strednú kvadratickú rýchlosť?

[Odpovede](#)

## 6.6 Kinetická interpretácia tlaku plynu

**Kľúčové slová:** tlak plynu, stredná doba nárazu, počet častíc v jednotkovom objeme, základná rovnica kinetickej teórie plynov, stredná kinetická energia molekúl plynu

### Zopakujte si:

*Ktoré veličiny patria medzi makroskopické a ktoré medzi mikroskopické veličiny?*

*Ako sa pohybujú molekuly plynu, aký je ich tepelný pohyb?*

*Ako je definovaný ideálny plyn?*

*Ako je definovaná stredná kvadratická rýchlosť molekúl plynu?*

*Ako je daný impulz priemernej sily?*

*Ako súvisí impulz sily so zmenou hybnosti?*

*Čo je obsahom 3. Newtonovho pohybového zákona?*

*Ako je daná dráha rovnomerného priamočiareho pohybu? S akou rýchlosťou sa pohybuje teleso pri tomto pohybe?*

*Od čoho závisí kinetická energia hmotného bodu?*

V tejto časti budeme charakterizovať tlak plynu z hľadiska kinetickej teórie plynu, t. z. budeme skúmať ako vplýva vnútorná štruktúra plynu, pohyb častíc plynu a silové pôsobenie medzi časticami na tlak plynu.



*Pri jemnom stlačení stien lopty je možné cítiť určitý tlak. V dôsledku čoho vzniká? Ako je definovaný?*

Molekuly plynu sa pri svojom tepelnom pohybe navzájom zrážajú a narážajú aj na steny nádoby. Súčasné nárazy veľkého počtu molekúl na steny nádoby sa prejavuje ako tlak plynu. Na obr. 6.18 v dôsledku zrážok molekúl plynu so stenou vzniká tlak, ktorý odmeral tlakomer (obr. 6.18 a). Ak v nádobe nie sú molekuly plynu, tlak je nulový (obr.6.18 b).

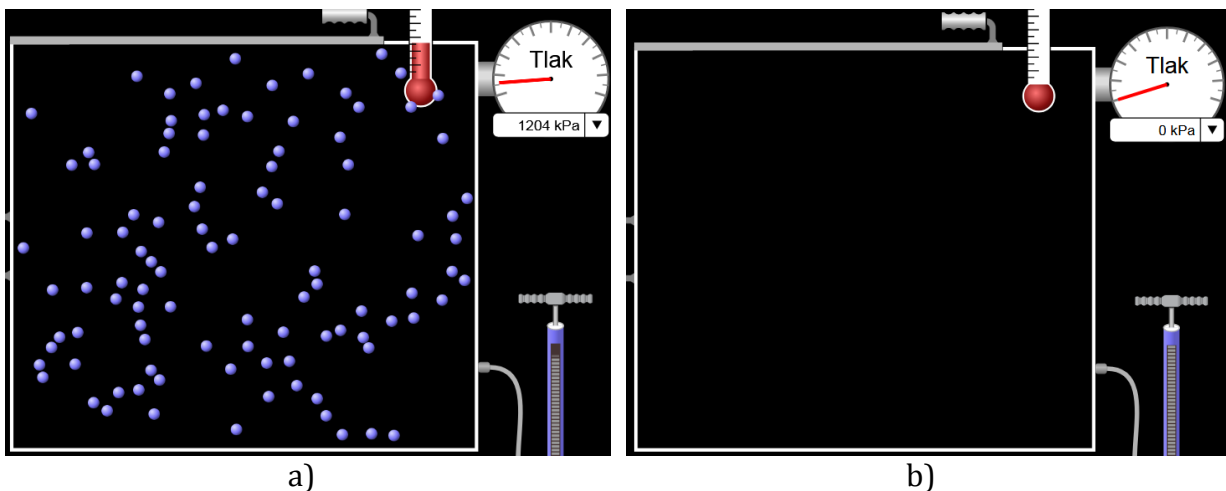
V prípade lopty platí ten istý princíp. Ak do lopty napumpujeme vzduch, vplyvom zrážok molekúl vzduchu so stenami lopty vzniká tlak, ktorý je možné cítiť, keď jemne zatlačíme na steny lopty.



Pozrite video zo zdroja:

<http://web.tuke.sk/feikf/video/vplyv-tlaku-na-tvar-telesa.html>

Na videu zmenou tlaku vzduchu v balóniku (jeho zmenšením) balón zväčšil svoj povrch. Naopak zväčšením tlaku v balóne sa jeho povrch zmenšil, pričom nedošlo k zmene počtu molekúl vzduchu v balóne. Je zrejmé, že medzi tlakom vzduchu v balóne a plochou povrchu balóna existuje súvis.



Obr. 6.18

Spomínali sme, že tlak plynu vzniká v dôsledku zrážok molekúl so stenou nádoby, teda v dôsledku silového pôsobenia častíc na stenu. Aký veľký tlak toto silové pôsobenie vyvolá závisí od plochy na ktorú pôsobí.

**Tlak plynu** je daný ako podiel výslednice  $F$  všetkých síl, ktorými pôsobia molekuly plynu na stenu plochy  $S$

$$p = \frac{F}{S}, \quad (30)$$

kde  $F = \sum_{i=1}^N F_i$  a  $F_i$  je sila, ktorou pôsobí  $i$  - tá molekula na stenu nádoby.



**Tlak vzniká aj v tekutinách a pevných látkach a je definovaný rovnako ako pre plyny (vzťah 30), kde  $F$  je sila ktorou pôsobí tekutina (pevná látka) na plochu  $S$ .**



Zo vzťahu (30) vyplýva, že tlak sa mení nepriamoúmerne s veľkosťou plochy, čo potvrdzuje pozorované zmeny povrchu balónika na videu.

Tento poznatok sa využíva aj pri snežniciach, kde sa sila ktorou pôsobí ľudské telo na snežnicu rozloží na väčšej ploche, tým sa zmenší tlak na sneh, v dôsledku čoho, sa človek nezaborí do veľkej hĺbky v snehu.

Obrázok [zdroj](#).

### Kontrolka 8:

Vyberte správnu odpoveď. Sila 5 N pôsobiaca na plochu 1 m<sup>2</sup> vyvinie tlak 5 Pa. Plocha na ktorú je nutné pôsobiť tou istou silou, aby sa vyvinul trojnásobne väčší tlak

- a) má byť rovnako veľká,
- b) má byť trojnásobne väčšia ako pôvodná plocha,
- c) má byť trojnásobne menšia ako pôvodná plocha,
- d) má mať polovičnú veľkosť ako pôvodná plocha.

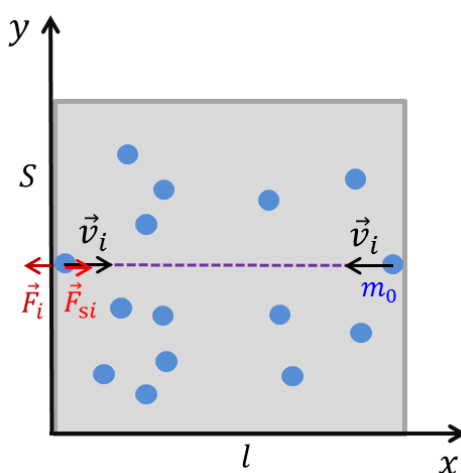
[Odpoveď](#)



*Ako závisí tlak plynu od jeho vnútornej štruktúry? Ovplyvní ho rýchlosť molekúl?*

Uvažujme ideálny plyn, ktorý sa nachádza v uzavretej nádobe tvaru kocky so stranou  $l$  a plochou steny  $S$ . V nádobe sa nachádza  $N$  častíc rovnakej hmotnosti, ktorú označíme  $m_0$ . Častice sa pohybujú rôznymi rýchlosťami  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_i, \dots, \vec{v}_N$ . V dôsledku zrážok častíc so stenou vzniká tlak, ktorý je daný vzťahom  $p = \frac{F}{S}$ . Naším cieľom bude vyjadriť výslednicu pôsobiacich síl  $F = \sum_{i=1}^N F_i$ .

Zvoľme  $i$  - tú časticu, bude nás zaujímať ako sa pohybuje medzi dvoma zrážkami so stenami nádoby. Pre jednoduchší výpočet predpokladajme, že sa pohybuje od pravej steny nádoby k ľavej stene rovnobežne s osou  $x$  s rýchlosťou  $\vec{v}_i = \vec{v}_{ix}$  (obr.6.17), odrazí sa od ľavej steny a vráti sa späť do pôvodnej polohy.



Obr. 6.17

Pri zrážke s ľavou stenou nádoby pôsobí častica na stenu silou  $\vec{F}_i$ . Stena pôsobí na časticu rovnako veľkou silou  $\vec{F}_{si}$  opačného smeru ( $F_i = F_{si}$ ). Vzájomné silové pôsobenie medzi stenou a časticou trvá istý okamih  $\tau$ , čo vyjadruje impulz sily, ktorého veľkosť je daná

$$I_{si} = F_{si}\tau. \quad (1)$$



*Veľkosť impulzu sily je rovnaká pre obe pôsobiace sily  $I_{si} = I_i$ . Vo vzťahu (1) je  $\Delta t = \tau$  a  $F_{si}$  je priemerná sila, ktorou pôsobí stena na časticu a súčasne pôsobí častica na stenu rovnako veľkou silou, preto v ďalšom popise nahradíme  $F_{si} = F_i$ .*

V nádobe sa nachádza ideálny plyn, ktorého zrážky medzi časticami a časticami so stenou sú dokonalé pružné, preto sa  $i$  – tá častica od steny nádoby odrazí s rovnako veľkou rýchlosťou opačného smeru. V dôsledku zrážky (pôsobenia impulzu sily) sa zmení hybnosť  $i$  – tej častice

$$F_i\tau = \Delta p_i = p_{2x} - p_{1x}. \quad (2)$$

Hybnosť častice pred zrážkou je  $p_{1x} = -m_0v_{ix}$  (3) a po zrážke  $p_{2x} = m_0v_{ix}$  (4), kde za kladný smer orientácie volíme kladný smer osi  $x$ . Zmena hybnosti častice je

$$\Delta p_i = m_0v_{ix} - (-m_0v_{ix}).$$

Dosadením do (2)

$$F_i\tau = 2m_0v_{ix}.$$

Odtiaľ pre veľkosť sily  $i$  – tej častice

$$F_i = \frac{2m_0v_{ix}}{\tau}. \quad (5)$$

Doba  $\tau$ , za ktorú prejde častica od ľavej steny nádoby k pravej stene, odrazí sa od nej a vráti sa späť, sa nazýva **stredná doba nárazu**. Za túto dobu prejde častica dráhu  $s = 2l$  (6), na ktorej sa častica pohybuje rovnomerným priamočiarym pohybom s konštantou rýchlosťou, preto pre dráhu platí aj  $s = v_{ix}\tau$  (7).



*V ideálnom plyne na seba častice nepôsobia silou, okrem vzájomných zrážok, preto sa častica mimo jej zrážok so stenami nádoby pohybuje s konštantnou rýchlosťou rovnomerným priamočiarym pohybom.*

Porovnaním (6) a (7), úpravou pre strednú dobu nárazu

$$\tau = \frac{2l}{v_{ix}}. \quad (8)$$

Dosadením do (5) pre silu

$$F_i = \frac{2m_0 v_{ix}^2}{2l}. \quad (9)$$

Kvôli zjednodušenému výpočtu sme uvažovali, že sa častica pohybuje rovnobežne s osou  $x$ . Vo všeobecnosti sa  $i$  - tá častica môže pohybovať všetkými smermi. Preto rýchlosť častice  $v_{ix}$  vo všeobecnosti tvorí jednu tretinu celkovej rýchlosti častice  $v_{ix}^2 = \frac{1}{3}v_i^2$ . Dosadením do (9) a úpravou pre silu  $i$  - tej častice

$$F_i = \frac{m_0 \frac{1}{3}v_i^2}{l}. \quad (10)$$

Potom výsledná sila, ktorou pôsobia všetky častice na stenu je daná

$$F = \sum_{i=1}^N F_i = \sum_{i=1}^N \frac{m_0 \frac{1}{3}v_i^2}{l}.$$

Dosadením do vzťahu pre tlak dostávame

$$p = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{m_0 \frac{1}{3}v_i^2}{l}}{S}.$$

Úpravou

$$p = m_0 \frac{\sum_{i=1}^n v_i^2}{3lS} = \frac{1}{3} \frac{1}{V} m_0 \sum_{i=1}^n v_i^2. \quad (11)$$



*Pri úprave vzťahu (11) je objem nádoby  $V = Sl$ .*

Zo vzťahu pre strednú kvadratickú rýchlosť  $v_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N}}$ , úpravou pre  $\sum_{i=1}^N v_i^2 = Nv_s^2$ , potom dosadením do (11) pre tlak

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 v_s^2.$$

Výraz  $\frac{N}{V} = n_0$  predstavuje **počet častíc v jednotkovom objeme**.

*Odvođená rovnica pre tlak plynu je*

$$p = \frac{1}{3} n_0 m_0 v_s^2, \quad (31)$$

ktorú nazývame **základná rovnica kinetickej teórie**, pretože dáva do súvisu tlak (makroskopická veličina) s rýchlosťou molekúl (mikroskopická veličina).



Z rovnice (31) vyplýva, že ak sa molekuly plynu pohybujú rýchlejšie, tlak plynu bude vyšší (narastie). Rovnako, ak sa v nádobe s objemom  $V$  zväčší počet molekúl, prípadne ich hmotnosť bude väčšia, prejaví sa to zvýšením tlaku plynu v nádobe.

---

**Príklad 6:** Ideálny plyn s hmotnosťou 5 kg je uzavretý v nádobe s objemom 4 m<sup>3</sup> pri tlaku 2.10<sup>5</sup> Pa. Vypočítajte strednú kvadratickú rýchlosť molekúl plynu.

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$p = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V = 4 \text{ m}^3$$

$$v_s = ?$$

Pri výpočte použijeme rovnicu (31)

$$p = \frac{1}{3} n_0 m_0 v_s^2,$$

kde nahradíme výraz  $n_0 = \frac{N}{V}$ , potom

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 v_s^2.$$

Na vyjadrenie celkovej hmotnosti plynu použijeme vzťah  $m = m_0 N$ . Potom úpravou

$$p = \frac{1}{3} \frac{m}{V} v_s^2.$$

Odtiaľ pre strednú kvadratickú rýchlosť molekúl plynu

$$v_s = \sqrt{\frac{3pV}{m}}.$$

Dosadením číselných hodnôt

$$v_s = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4}{5}} = 692,8 \text{ m/s}.$$

**Stredná kvadratická rýchlosť molekúl ideálneho plynu pri daných podmienkach je 692,8 m/s.**

---

### **Kontrolka 9:**

Zoradte nádoby podľa tlaku, ktorý sa v nich vyvinie od najmenšieho po najväčší, ak

a) v 1. nádobe objemu  $V$  je 3000 molekúl kyslíka s rýchlosťou  $v_s = 300 \text{ m/s}$ ,

b) v 2. nádobe je 60 molekúl kyslíka s rýchlosťou  $v_s = 500 \text{ m/s}$ , objem nádoby je  $V$ ,

c) v 3. nádobe je 60 molekúl kyslíka s rýchlosťou  $v_s = 300 \text{ m/s}$ , objem nádoby je  $2V$ ,

d) v 4. nádobe objemu  $V$  je 60 molekúl kyslíka s rýchlosťou  $v_s = 300 \text{ m/s}$ .

[Odpoveď](#)

## Otázky na zopakovanie:

1. Vypočítajte, aký tlak mal vzduch s hmotnosťou 2 kg uzavretý v nádobe s objemom  $2 \text{ m}^3$ , ak stredná kvadratická rýchlosť jeho molekúl bola  $1200 \text{ m/s}$ . O koľko sa zmenila jeho stredná kvadratická rýchlosť, ak sa ohriatím vzduchu zmenil jeho tlak na hodnotu  $1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .
2. Vysvetlite pomocou základnej rovnice kinetickej teórie akými dvoma spôsobmi možno zvýšiť tlak o futbalovej lopte.
3. Ako by ste dokázali, že sa na tlaku plynu podieľa každá molekula?
4. Ako by sa zmenil tlak plynu uzavretého vo fľaši, ak by sa rýchlosť každej jeho molekuly zväčšila 3-krát?

## Odpovede

5. Doplňte tvrdenia:
  - a) tlak plynu vzniká v dôsledku ..... so stenou nádoby,
  - b) tlak plynu je daný ako podiel ..... všetkých síl, ktorými pôsobia molekuly plynu na .....,
  - c) základná rovnica kinetickej teórie, dáva do súvisu ..... s ..... molekúl.
6. Vysvetlite pomocou poznatkov o tlaku, prečo za horúceho letného dňa sa zaborí do asfaltového chodníka podpätkom na ihličkách (topánky s vysokým a tenkým podpätkom).
7. Vyberte správnu odpoveď. Ak zväčšíme počet molekúl plynu na 4 - násobok
  - a) jeho tlak sa nezmení,
  - b) jeho tlak klesne štvornásobne,
  - c) jeho tlak narastie štvornásobne,
  - d) jeho tlak narastie  $4/3$  - násobne.
8. Vyberte správnu odpoveď. Ak zmenšíme objem plynu na 3 - násobok
  - a) jeho tlak sa nezmení,
  - b) jeho tlak klesne trojnásobne,
  - c) jeho tlak narastie trojnásobne.

9. Dva plyny sa nachádzajú v dvoch rovnakých uzavretých nádobách, v ktorých sa pohybujú ich molekuly rovnakými strednými kvadratickými rýchlosťami. Počet molekúl plynov je rovnaká. Hmotnosť molekuly prvého plynu je menšia ako druhého. Aký bude tlak obidvoch plynov?

[Odpovede](#)

## 6.7 Stredná kinetická energia a jej súvis s teplotou a tlakom

**Kľúčové slová:** kinetická energia jednej molekuly, kinetická energia plynu, stredná kinetická energia molekúl plynu, súvis medzi tlakom a strednou kinetickou energiou, súvis medzi strednou kinetickou energiou a termodynamickou teplotou, súvis medzi tlakom a termodynamickou teplotou

### Zopakujte si:

Od čoho závisí kinetická energia hmotného bodu?

Ako je definovaná stredná kvadratická rýchlosť?

Súvis medzi ktorými veličinami vyjadruje základná rovnica kinetickej teórie plynov?

Čo vyjadruje stavová rovnica?

V predchádzajúcej časti sme ukázali, že tlak plynu závisí od rýchlosti molekúl plynu.



Závisí tlak plynu od kinetickej energie plynu?

Uvažujme ideálny plyn pozostávajúci s  $N$  molekúl s rýchlosťami  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_i, \dots, \vec{v}_N$ , ktorých hmotnosť je  $m_0$ . Z dynamiky hmotného bodu vieme, že kinetická energia hmotného bodu závisí od jej hmotnosti a rýchlosti. Uvažujme  $i$ -tú časticu, ktorej rýchlosť je  $v_i$ . Potom jej kinetická energia je daná  $E_{ki} = \frac{1}{2} m_0 v_i^2$ .

Pre  $N$  častíc plynu je **kinetická energia**

$$E_k = \sum_{i=1}^N E_{ki} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_0 v_i^2.$$

Úpravou

$$E_k = \frac{1}{2} m_0 \sum_{i=1}^N v_i^2 = \frac{1}{2} m_0 N v_s^2.$$



Pri úprave bol použitý vzťah  $\sum_{i=1}^N v_i^2 = N v_s^2$ .

Pre lepší popis energie plynu ako celku je vhodnejšie vyjadriť strednú kinetickú energiu.

---

**Stredná kinetická energia molekúl plynu** je daná

$$\varepsilon = \frac{E_k}{N} = \frac{1}{2} m_0 v_s^2, \quad (32)$$

ktorá závisí od strednej kvadratickej rýchlosti molekúl.

---

Základná rovnica kinetickej teórie plynov dáva do súvisu tlak a strednú kvadratickú rýchlosť  $p = \frac{1}{3} n_0 m_0 v_s^2$ . Použitím vzťahu (32) a úpravou

$$p = \frac{1}{3} n_0 m_0 v_s^2 = \frac{1}{3} n_0 2\varepsilon.$$

---

Potom **súvis medzi tlakom plynu a kinetickou energiou plynu**

$$p = \frac{2}{3} n_0 \varepsilon, \quad (33)$$

Z ktorého vyplýva, že ak sa mení stredná kinetická energia, potom sa mení aj tlak plynu.

---

### **Kontrolka 10:**

Zorad'te nádoby s plynmi podľa strednej kinetickej energie, od najväčšej po najmenšiu, ak

- a) v 1. nádobe sa molekuly pohybujú s rýchlosťou  $v_s = 300$  m/s,
- b) v 2. nádobe sa molekuly pohybujú s rýchlosťou  $v_s = 500$  m/s,
- c) v 3. nádobe sa molekuly pohybujú s rýchlosťou  $v_s = 200$  m/s,
- d) v 4. nádobe sa molekuly pohybujú s rýchlosťou  $v_s = 1000$  m/s.

[Odpoveď](#)



Kedy sa mení stredná kinetická energia?

Zo vzťahu (32) vyplýva, že stredná kinetická energia závisí od strednej kvadratickej rýchlosti, ak sa molekuly pohybujú rýchlejšie, stredná kinetická energia plynu narastá.

Stredná kvadratická rýchlosť je mikroskopická veličina, preto nás bude zaujímať, či jej zmenu vieme ovplyvniť nejakým vonkajším parametrom. Použijeme stavovú rovnicu v tvare  $pV = NkT$ , kde za tlak dosadíme vzťah (33). Potom

$$\frac{2}{3}n_0\varepsilon V = NkT.$$

Úpravou dostávame  $\frac{2}{3}\varepsilon = kT$ .



Pri úprave bol použitý vzťah  $n_0 = \frac{N}{V}$ .

---

Odtiaľ dostávame **súvis medzi strednou kinetickou energiou a termodynamickou teplotou**

$$\varepsilon = \frac{3}{2}kT, \tag{34}$$

z ktorého vyplýva, že stredná kinetická energia závisí priamoúmerne od termodynamickkej teploty.

---

Zväčšovaním teploty plynu dochádza k zväčšovaniu jeho strednej kinetickej energie v dôsledku rýchlejšieho pohybu molekúl plynu (nárast jeho strednej kvadratickej rýchlosti). Vzťah (34) naznačuje ako súvisí stredná kinetická energia (mikroskopická veličina) s termodynamickou teplotou (makroskopická veličina).

---

**Príklad 7:** Aká je teplota molekúl dusíka z pohľadu kozmickej lode, ktorá vniká do atmosféry rýchlosťou 7 km/s? Molárna hmotnosť dusíka je  $28 \cdot 10^{-3}$  kg/mol. Aká je stredná kinetická energia molekúl dusíka v tomto okamihu?

$$v_s = 7 \text{ km/s} = 7000 \text{ m/s}$$

$$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$$

$$T - ?, \varepsilon - ?$$

Pri výpočte termodynamickkej teploty použijeme rovnicu (28) pre strednú kvadratickú rýchlosť, z ktorej pre teplotu

$$T = \frac{v_s^2 M}{3R},$$

dosadením

$$T = \frac{7000^2 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 8,314} = 55007,6 \text{ K.}$$

Strednú kinetickú energiu vypočítame pomocou rovnice (34)

$$\varepsilon = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 55007,6 = 1,14 \cdot 10^{-18} \text{ J.}$$

**Dusík má z pohľadu kozmickej lode vnikajúcej do atmosféry teplotu 55007,6 K a jeho stredná kinetická energia je  $1,14 \cdot 10^{-18}$  J.**



*Zo stavovej rovnice vyplýva, že ak zohrejeme plyn narastie jeho teplota. Je možné potvrdiť túto závislosť aj pomocou mikroskopickej veličiny strednej kinetickej energie?*

Použijeme vzťahy (33) a (34), kde do vzťahu pre tlak  $p = \frac{2}{3}n_0\varepsilon$  dosadíme výraz pre strednú kinetickú energiu  $\varepsilon = \frac{3}{2}kT$ . Úpravou

$$p = \frac{2}{3}n_0\varepsilon = \frac{2}{3}n_0 \frac{3}{2}kT = n_0kT.$$

Potom **súvis medzi tlakom a termodynamickou teplotou**

$$p = n_0kT, \tag{35}$$

z ktorého vyplýva, že tlak závisí priamoúmerne od termodynamickej teploty.

Vzťah (35) je podobný ako stavová rovnica (6) a umožňuje odmeraním makroskopickej veličiny, ktorou je termodynamická teplota, určiť tlak plynu. Prehľad ako súvisí stredná kinetická energia a tlak od mikroskopických a makroskopických veličín je uvedený v tab. 3.

<b>Súvis medzi veličinami</b>			
	$v_s^2$ mikroskopická veličina	$T$ makroskopická veličina	
$p$ makroskopická veličina	$p = \frac{1}{3}n_0m_0v_s^2$	$p = n_0kT$	$p = \frac{2}{3}n_0\varepsilon$
$\varepsilon$ mikroskopická veličina	$\varepsilon = \frac{1}{2}m_0v_s^2$	$\varepsilon = \frac{3}{2}kT$	

Tab. 3

## Otázky na zopakovanie:

1. Dva rôzne plyny s rovnakými teplotami majú rovnakú celkovú kinetickú energiu alebo strednú kinetickú energiu? Zdôvodnite.
2. Ktoré z veličín tlak, objem, teplota, látkové množstvo, priamo súvisia so stredou kinetickou energiou molekúl plynu?
3. Aká veľká je stredná kinetická energia molekúl kyslíka a atómov hélia pri teplotách  $500^{\circ}\text{C}$ ,  $0^{\circ}\text{C}$  a  $-270^{\circ}\text{C}$ ?
4. Vyberte správnu odpoveď. Ak zväčšíme počet molekúl plynu
  - a) jeho stredná kinetická energia sa nezmení,
  - b) jeho stredná kinetická energia klesne,
  - c) jeho stredná kinetická energia narastie.
5. Vyberte správnu odpoveď. Ak zmenšíme objem plynu na 2 - násobok
  - a) jeho stredná kinetická energia sa nezmení,
  - b) jeho stredná kinetická energia klesne trojnásobne,
  - c) jeho stredná kinetická energia narastie trojnásobne.
5. Doplňte tvrdenia:
  - a) stredná kinetická energia závisí ..... od termodynamickej teploty,
  - b) ak sa mení stredná kinetická energia, potom sa mení aj .....,
  - c) tlak závisí ..... od termodynamickej teploty,
6. Vyberte správne odpovede. Stredná kinetická energia
  - a) závisí od strednej kvadratickej rýchlosti molekúl,
  - b) nezávisí od strednej kvadratickej rýchlosti molekúl,
  - c) závisí od tlaku plynu,
  - d) nezávisí od tlaku plynu.
7. Ak ohrejeme plyn uzavretý v nádobe, ktoré z uvedených veličín (objem, tlak, teplota, stredná kinetická energia, počet molekúl, hmotnosť) sa zmenia.
8. Vypočítajte koľko molekúl kyslíka je v nádobe s objemom  $0,5\text{ m}^3$ , ktorá má teplotu  $25^{\circ}\text{C}$  a tlak  $10^6\text{ Pa}$ . Aká je stredná kinetická energia molekúl?

[Odpovede](#)



9. Vypočítajte tlak plynu v nádobe objemu 1 l, ak sa v nej nachádza 10000 molekúl ak stredná kinetická energia molekúl je 0,15 J.

[Odpovede](#)

## 6.8 Vnútoraná energia ideálneho plynu

**Kľúčové slová:** vnútoraná energia plynu, kinetická energia plynu, vnútoraná energia ideálneho plynu, vnútoraná energia  $n$  - molov jednoatómového plynu, ekvipartičný princíp, počet stupňov voľnosti, vnútoraná energia  $n$  - molov viacatómového plynu,

### Zopakujte si:

V dôsledku čoho majú látky potenciálnu a kinetickú energiu?

Ako je definovaný ideálny plyn?

Od čoho závisí kinetická energia plynu?

Ako je definovaná stredná kinetická energia?

Ako závisí stredná kinetická energia od teploty?

V časti 6.2 sme spomínali, že stavebné častice všetkých látok vykonávajú molekulový pohyb v dôsledku ktorého, majú kinetickú energiu. Súčasne na seba pôsobia medzimolekulovými silami a preto majú aj potenciálnu energiu. Potom energiu, ktorá súvisí s pohybom stavebných častíc a s ich silovým pôsobením budeme nazývať **vnútoraná energia**.

**Vnútoraná energia** je daná ako súčet kinetickej a potenciálnej energie stavebných častíc látky

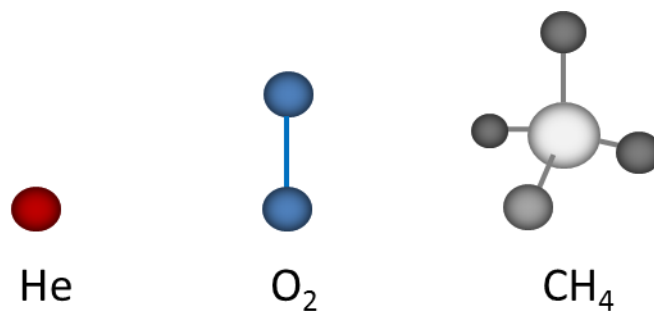
$$U = E_k + E_p. \quad (36)$$

Vzťah (36) platí aj pre reálne plyny. V prípade ideálneho plynu častice plynu na seba pôsobia silou iba v prípade zrážky, preto ich vzájomné silové pôsobenia zanedbávame. Preto ich potenciálna energia bude nulová a vnútoraná energia ideálneho plynu bude daná len kinetickou energiou plynu  $E_k = \sum_{i=1}^N E_{ki} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} m_0 v_i^2$ .

**Vnútoraná energia ideálneho plynu** je daná kinetickou energiou plynu, resp. ako súčin počtu molekúl a strednej kinetickej energie plynu.

$$U = E_k = N\varepsilon. \quad (37)$$

Stavebné častice plynov tvoria atómy, ktoré sú v jednotlivých plynoch zastúpené rôznym počtom (obr. 6.18). Vyjadrenie vnútornej energie plynu bude závisieť od toho, či pôjde o jednoatómový alebo viacatómový plyn.



Obr. 6.18

Vzťah (37) upravíme, kde za strednú kinetickú energiu dosadíme rovnicu (34), potom

$$U = N\varepsilon = N \frac{3}{2} kT = N \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = n \frac{3}{2} RT.$$



Pri úprave boli použité vzťahy  $k = \frac{R}{N_A}$ ,  $n = \frac{N}{N_A}$ .

---

**Vnútoraná energia  $n$  - mólov jednoatómového plynu je**

$$U = n \frac{3}{2} RT, \tag{38}$$

vnútoraná energia je priamoúmerná termodynamickej teplote.

---

Vzťah (38) neplatí všeobecne. Experimenty dokazujú, že platí len pre jednoatómové plyny ako sú hélium, argón, neón.

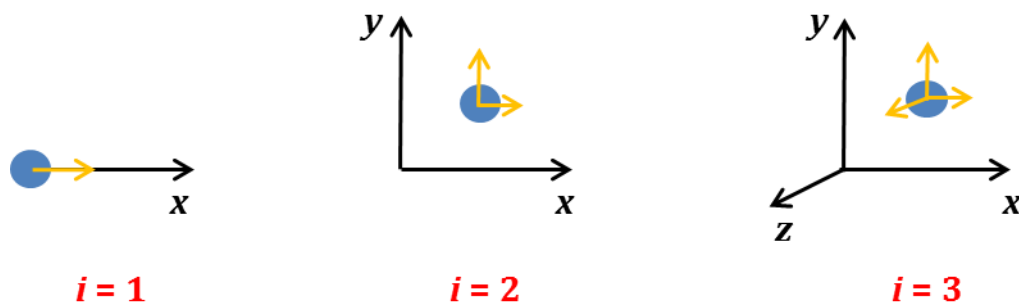


*Ako je daná vnútoraná energia viacatómového plynu, napr. dusíka, od čoho závisí?*

V prípade vnútornej energie viacatómového plynu platí **ekvipartičný princíp (princíp rovnomerného rozdelenia energie)**, podľa ktorého na každý stupeň voľnosti pripadá rovnaká energia  $\varepsilon_0$ .

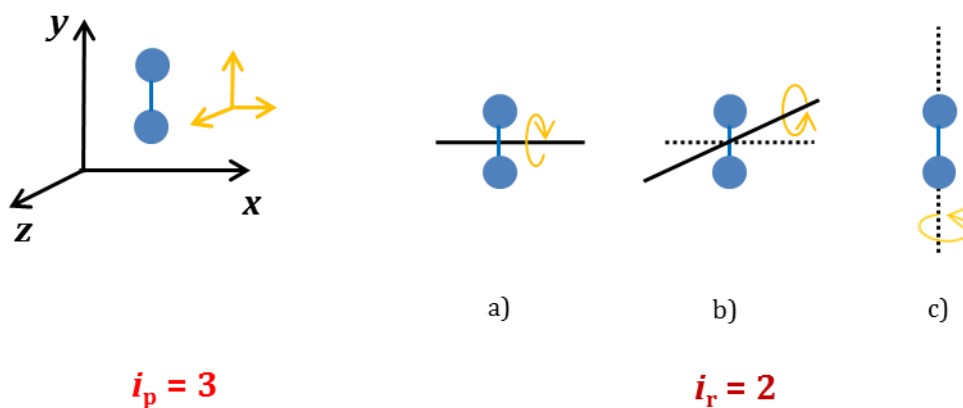
**Počet stupňov voľnosti** vyjadruje počet nezávislých súradníc, ktorých zmeny charakterizujú možné typy mechanického pohybu sústavy, inak povedané slúžia na jednoznačne určenie polohy molekuly. Označujeme ho písmenom  $i$ .

V prípade jednoatómového plynu, sa atóm plynu môže pohybovať *posuvným pohybom* po priamke alebo v rovine alebo v priestore. Na jednoznačný popis jeho posuvného pohybu potrebujeme počet stupňov voľnosti,  $i = 3$  (obr. 6.19).



Obr. 6.19

Pri jednoatómovom plyne nemá zmysel uvažovať rotáciu, pretože sa vzhľadom na os rotácie nemení poloha atómu (ostáva v rovnakej polohe). V prípade dvojatómového plynu (napríklad kyslík, dusík) je molekula tvorená dvoma atómami v tvare činky. Molekula dvojatómového plynu vykonáva *posuvný pohyb* a *otáčavý pohyb*. Potom na popis pohybu molekuly je potrebný nasledujúci počet stupňov voľnosti: na posuvný pohyb  $i_p = 3$  a na otáčavý pohyb  $i_r = 2$  (obr. 6.20).



Obr. 6.20

V prípade otáčavého pohybu uvažujeme rotáciu molekuly vzhľadom na dve osi. Rotáciu na os, ktorá je totožná z osou symetrie molekuly neuvažujeme, pretože sa nemení poloha atómov na túto os (na obr. 6.20 c). Potom na jednoznačný popis pohybu dvojatómového plynu potrebuje 5 stupňov voľnosti ( $i = i_p + i_r = 5$ ).

**Aplet** Pomocou [apletu T1](#) (2.úloha) skúmajte pohyb jedno a dvojatómového plynu. Pozrite aj [aplet T4](#).

Na jednoznačný popis troj a viac atómových plynov (napr. oxid uhličitý, metán) potrebujeme 6 stupňov voľnosti (tab. 4).

Plyn	Počet stupňov voľnosti		
	Posuvný pohyb	Otáčavý pohyb	Spolu
jednoatómový	3	0	3
dvoatómový	3	2	5
viacatómový	3	3	6

Tab. 4

Potom podľa ekvipartičného princípu na jeden stupeň voľnosti jednoatómového plynu pripadá stredná kinetická energia  $\varepsilon_0 = \frac{1}{2}kT$ . Pre  $i$  stupňov voľnosti  $\varepsilon = i\varepsilon_0 = i \frac{1}{2}kT$ . Použitím tohto poznatku pre vnútornú energiu viacatómového plynu

$$U = N\varepsilon = N \frac{i}{2}kT = N \frac{i}{2} \frac{R}{N_A} T = n \frac{i}{2} RT.$$

---

**Vnútorná energia  $n$  - molov viacatómového plynu je**

$$U = n \frac{i}{2} RT, \tag{39}$$

kde  $i$  je počet stupňov voľnosti plynu.

---

Zo vzťahu (39) vyplýva, že vnútorná energia je priamoúmerná termodynamickej teplote. Čím je väčšia teplota, tým má plyn väčšiu vnútornú energiu.

---

**Príklad 8:** Vypočítajte, aká je vnútorná energia  $m = 10$  g dusíka teploty  $30^\circ\text{C}$ . Aká časť tejto energie pripadá na postupný a aká na rotačný pohyb molekúl? Molárna hmotnosť dusíka je  $28.10^{-3}$  kg/mol.

$$m = 10 \text{ g}$$

$$M = 28.10^{-3} \text{ kg/mol}$$

$$t = 30^\circ\text{C}, T = 303,15 \text{ K}$$

$$U - ?, U_p - ?, U_r - ?$$

Pri výpočte použijeme rovnicu (39), kde dosadíme za  $i = 5$ , pretože dusík je dvoatómový plyn. Potom

$$U = n \frac{i}{2} RT = U = n \frac{5}{2} RT.$$

Na vyjadrenie počtu mólov použijeme rovnicu (2), potom celková vnútorná energia dusíka je

$$U = \frac{m}{M} \frac{5}{2} RT,$$

dosadením číselných hodnôt

$$U = \frac{0,01}{28 \cdot 10^{-3}} \frac{5}{2} 8,314 \cdot 303,15 = 2250,35 \text{ J.}$$

Na vyjadrenie vnútornej energie pripadajúcej na posuvný a otáčavý pohyb použijeme tú istú rovnicu, len pre posuvný pohyb dosadíme za  $i = 3$  a pre otáčavý pohyb  $i = 2$ . Potom pre vnútornú energiu pripadajúcu na posuvný pohyb

$$U = n \frac{3}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{3}{2} RT = \frac{0,01}{28 \cdot 10^{-3}} \frac{3}{2} 8,314 \cdot 303,15 = 1350,21 \text{ J}$$

a pre vnútornú energiu pripadajúcu na otáčavý pohyb

$$U = n \frac{2}{2} RT = \frac{m}{M} \frac{2}{2} RT = \frac{0,01}{28 \cdot 10^{-3}} \frac{2}{2} 8,314 \cdot 303,15 = 900,14 \text{ J}$$

**Vnútorná energia dusíka je 2250,35 J, z toho na posuvný pohyb pripadá energia 1350,21 J a na otáčavý pohyb 900, 14 J.**

---

Od teploty závisí, ktorý typ pohybu (posuvný lebo otáčavý) bude prevládať v dvoj a viac atómových plynch. Napríklad molekuly  $\text{H}_2$  pri teplotách nižších ako 80 K vykonávajú len posuvný pohyb. Zo zvyšovaním teploty začnú molekuly aj rotovať a ďalším zvyšovaním teploty približne do 800 K už rotujú všetky molekuly vodíka.

### **Kontrolka 11:**

Vyberte správnu odpoveď. Vnútorná energia 10 g argónu pri teplote  $30^\circ\text{C}$  je 1500 J. Aká časť tejto energie pripadá na postupný pohyb jeho atómov?

a) je nulová,

b) je rovnaká ako celková vnútorná energia,

c) tvorí polovicu celkovej vnútornej energie.

[Odpoveď](#)

Presnosť teórie (vzťah 39) v porovnaní s experimentom sa zlepšuje, ak k stupňom voľnosti pre dvoj a viac atómové plyny započítame aj vibráciu atómov v molekule. Napríklad molekuly kyslíka kmitajú k sebe a od seba okolo istej rovnovážnej polohy, akoby bola

medzi nimi pružina. Vibrácia atómov sa prejavuje až pri vysokých teplotách plynu. Molekuly  $H_2$  začínajú kmitať pri teplote 1000 K. pri teplotách vyšších ako 3200 K je vibrácia atómov vodíka taká výrazná, že sa od seba odtrhnú a nastáva disociácia, t.j. rozdelenie na dva oddelené atómy H.

## Otázky na zopakovanie:

1. Vypočítajte vnútornú energiu jedného mólu ideálneho plynu pri teplote  $0^{\circ}\text{C}$ .
2. Vypočítajte aká je vnútorná energia 10 g hélia, ak viete, že ich stredná kvadratická rýchlosť pri tejto energii je  $490\text{ m/s}$ ? Aká časť tejto energie pripadá na postupný pohyb?
3. S použitím predstáv kinetickej teórie plynov hodnotu vnútornej energie
  - a) jednoatómového plynu,
  - b) dvojatómového plynu,ktorého tlak je  $p$  a objem  $V$ .
4. Líšia sa navzájom vnútorné energie jedného mólu dusíka a kyslíka, ak majú rovnakú teplotu?
5. Vysvetlite, prečo keď zväčšíme počet molekúl kyslíka v nádobe (pri rovnakej teplote) zväčší sa jeho vnútorná energia?
6. Závisí vnútorná energia od nasledujúcich veličín: tlak, hmotnosť, objem?
7. Vysvetlite, kedy sa na výpočet vnútornej energie používa vzťah (38)?
8. Vysvetlite, čo rozumiete pod pojmom stupeň voľnosti.
9. Aké pohybu vykonáva molekula dusíka v plynnom skupenstve?
10. Vyberte správne tvrdenie. Vzťah  $U = n\frac{3}{2}RT$  vyjadruje vnútornú energiu
  - a) 2 - atómového plynu,
  - b) 4 - atómového plynu,
  - c) 1 - atómového plynu.
11. Vyberte správne tvrdenie. Na každý stupeň voľnosti pripadá
  - a) rôzna energia,
  - b) rovnaká energia,
  - c) na stupne rotačného pohybu pripadá väčšia energia ako na posuvný pohyb.
12. Vyberte správne tvrdenia. Na jednoznačný popis pohybu molekuly vodíka potrebujeme



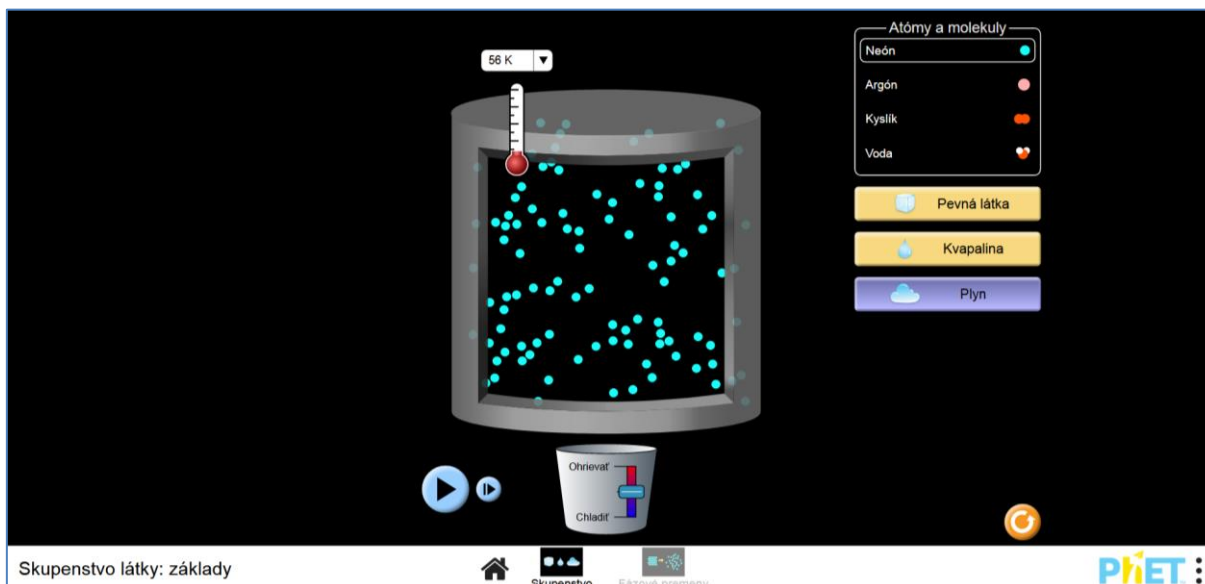
- a) 3 stupne voľnosti,
- b) 5 stupňov voľnosti,
- c) 6 stupňov voľnosti,
- d) 2 stupne voľnosti.

13. Vyberte správne tvrdenia. Na popis otáčavého pohybu molekuly dusíka potrebujeme

- a) 3 stupne voľnosti,
- b) 5 stupňov voľnosti,
- c) 6 stupňov voľnosti,
- d) 3 stupne voľnosti.

14. Vyberte správne tvrdenia. Stavebné častice argónu vykonávajú

- a) len posuvný pohyb,
- b) len otáčavý pohyb,,
- c) posuvný a otáčavý pohyb.



Otvorte si aplet **Skupenstvo látky: základy** do nového okna zo zdroja:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/states-of-matter-basics/latest/states-of-matter-basics\\_sk.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/states-of-matter-basics/latest/states-of-matter-basics_sk.html)

Stavebné častice všetkých látok, pevných, plynných a kvapalných, vykonávajú molekulový (tepelný) pohyb. Pre tento pohyb je charakteristické, že stavebné častice sa pohybujú rôznymi smermi a s rôzne veľkými rýchlosťami, ich pohyb je neusporiadaný a chaotický. Navyše, so zvyšujúcou sa teplotou je pohyb častíc intenzívnejší, preto ho nazývame aj tepelný pohyb. Tepelný pohyb molekúl nezanikne ani pri nižších teplotách, je nepretržitý.

Pre jednotlivé skupenstvá látok je molekulový pohyb ich stavebných častíc rôzny a charakteristický.

### Úloha 1: Pevné skupenstvo

Zvoľte v dolnej časti apletu **Skupenstvo** a v otvorenom okne nastavte počiatkové podmienky: nastavte **Néon** a kliknite **Pevná látka**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

1. Ako sa pohybujú častice pevnej látky? (Vyber z týchto možností: kmitajú okolo rovnakých polôh, kmitajú okolo meniacich sa polôh, nekmitajú)
2. Ako sa budú častice pevnej látky pohybovať, ak sme ju nechali ochladzovať? Prestanú sa pohybovať?
3. Ako sa budú častice pevnej látky pohybovať, ak sme ju chvíľu ohriali?

[Odpoveď](#)

[Späť na teóriu 6.2](#)

## Úloha 2: Počet častíc látky a rôzne skupenstvá

Zvoľte v dolnej časti apletu **Skupenstvo** a v otvorenom okne nastavte počiatočné podmienky: meňte nastavenie **Néon (kyslík, voda)** a kliknite **Pevná látka**.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

1. Ako sa pohybujú častice jednotlivých látok v pevnom skupenstve? Ovplyvní počet častíc látky ich pohyb?
2. Zmeňte skupenstvo na **Kvapalina**. Ako sa pohybujú častice jednotlivých látok v pevnom skupenstve? Ovplyvní počet častíc látky ich pohyb?
3. Zmeňte skupenstvo na **Plyn**. Ako sa pohybujú častice jednotlivých látok v pevnom skupenstve? Ovplyvní počet častíc látky ich pohyb?

[Odpoveď](#)

[Späť na teóriu 6.8](#)

## Odpovede k apletu T1:

### 1. úloha:

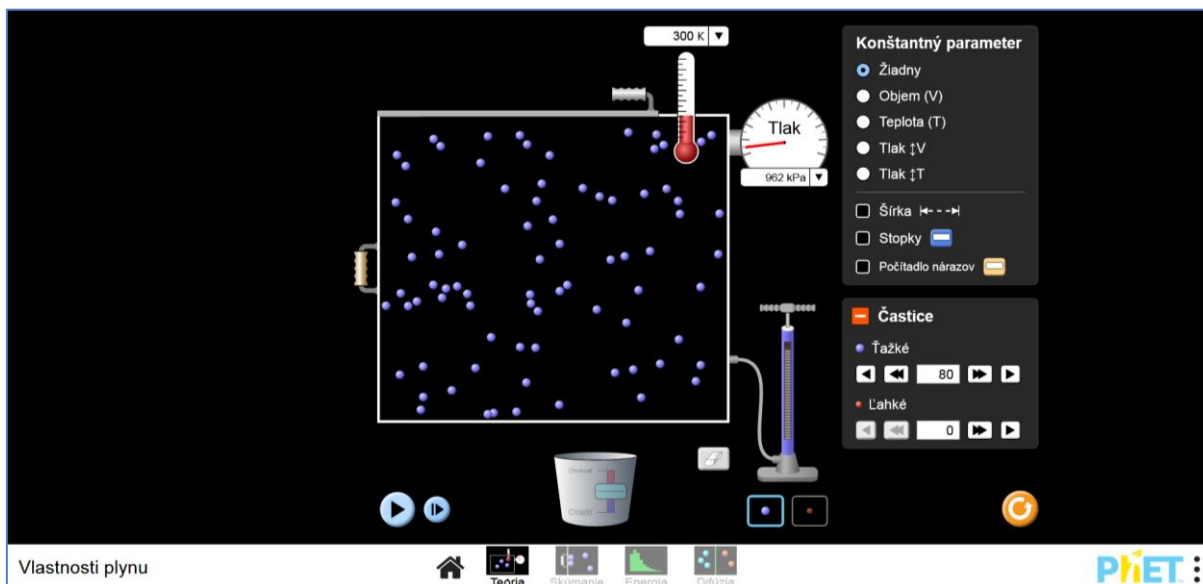
1. Častice pevnej látky kmitajú okolo svojich rovnovážnych polôh, ktoré sa nemenia.
2. Častice pevnej látky po ochladení budú naďalej kmitať okolo svojich stálych rovnovážnych polôh, ale z menšou intenzitou, ich pohyb neprestane, len sa spomalí. Overte toto tvrdenie pomocou apletu, v dolnej časti apletu zvolte **Chladiť** (nastavte polohu kurzora na chladenie a podržte ho v tejto polohe určitý čas) a pozorujte pohyb.
3. Častice pevnej látky po ohriatí budú kmitať intenzívnejšie okolo svojich stálych rovnovážnych polôh. Overte toto tvrdenie pomocou apletu, v dolnej časti apletu zvolte **Ohrievať** (nastavte polohu kurzora na ohrev a podržte ho v tejto polohe určitý čas) a pozorujte pohyb.

[Späť na teóriu 6.2](#)

### 2. úloha:

1. Častice všetkých látok (neón, kyslík, voda) v pevnom skupenstve sa pohybujú rovnako, kmitajú okolo svojich rovnovážnych polôh, ktoré sa nemenia. Počet častíc látky neovplyvní ich pohyb.
2. Častice všetkých látok (neón, kyslík, voda) v kvapalnom skupenstve sa pohybujú rovnako, kmitajú okolo svojich rovnovážnych polôh, ktoré sa menia. Počet častíc látky neovplyvní ich pohyb.
3. Častice všetkých látok (neón, kyslík, voda) v plynnom skupenstve sa pohybujú rovnako, nekmitajú okolo svojich rovnovážnych polôh, pohybujú sa takmer priamočiario medzi dvoma zrážkami. Počet častíc látky ovplyvní ich pohyb. V jednoatómovom plyne (neón) sa častice pohybujú len priamočiarym pohybom. V dvoj a viac atómovom plyne (kyslík, vodná para) sa častice pohybujú zloženým pohybom z priamočiareho a rotačného pohybu.

[Späť na teóriu 6.8](#)



Otvorte si aplet **Vlastnosti plynu** do nového okna zo zdroja:

[https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties\\_sk.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties_sk.html)

Na popis rovnovážneho stavu ideálneho plynu používame stavové veličiny: objem -  $V$ , termodynamická teplota -  $T$ , tlak -  $p$  a látkové množstvo  $n$ . Vzťah medzi stavovými veličinami vyjadruje stavová rovnica.

### Úloha 1: Závislosť tlaku od objemu

Zvoľte v dolnej časti apletu **Teória** a v otvorenom okne nastavte počiatočné podmienky: rozbaľte **Častice** (kliknutím na zelené +), nastavte zobrazovanie **tlaku** v pascaloch (pod ukazovateľom tlaku) a zaškrtnite zobrazovanie **Šírky** na 10nm. Zvoľte **počet častíc** 80, ostatné hodnoty nemeňte. Spustite aplet.

*Odpovedzte na nasledujúce otázky:*

1. Zmenila sa hodnota tlaku plynu, keď ste do nádoby napumpovali častice? Aká bola hodnota tlaku plynu, keď v nádobe neboli žiadne častice?
2. Zmeňte šírku nádoby z 10 nm na 6 nm, počet častíc nemeňte. Ako to ovplyvní hodnotu tlaku plynu v nádobe?
3. Zmeňte šírku nádoby z 6 nm na 15 nm, počet častíc nemeňte. Narástla hodnota tlaku alebo poklesla oproti pôvodnej hodnote tlaku?
4. Ovplyvnila zmena objemu nádoby hodnotu tlaku plynu v nádobe? Ako sa mení tlak so zmenou objemu?

[Odpoveď](#)

## Úloha 2: Závislosť tlaku od teploty

Nastavte počiatkové podmienky: rozbaľte **Častice** (kliknutím na zelené +), nastavte zobrazovanie **tlaku** v pascaloch (pod ukazovateľom tlaku) a nastavte **Šírku** 10 nm. Zvoľte **počet častíc** 80, ostatné hodnoty nemeňte. Spustite aplet.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

1. Aká je hodnota tlaku a teploty pri nastavených podmienkach?
2. Zmeňte teplotu na 505 K (pomocou funkcie **Ohrievať**), počet častíc nemeňte. Ako to ovplyvní hodnotu tlaku plynu v nádobe?
3. Zmeňte teplotu na 248 K (pomocou funkcie **Chladiť**), počet častíc nemeňte. Ako to ovplyvní hodnotu tlaku plynu v nádobe? Ovplyvnila zmena teploty hodnotu tlaku plynu v nádobe? Ako sa mení tlak so zmenou teploty?

[Odpoveď](#)

## Úloha 3: Závislosť tlaku od počtu molekúl

Nastavte počiatkové podmienky: rozbaľte **Častice** (kliknutím na zelené +), nastavte zobrazovanie **tlaku** v pascaloch (pod ukazovateľom tlaku) a nastavte **Šírku** 10 nm. Zvoľte **počet častíc** 80, ostatné hodnoty nemeňte. Spustite aplet.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

1. Aká je hodnota tlaku pri nastavených podmienkach?
2. Zmeňte počet častíc na 300, ostatné hodnoty nemeňte. Ako to ovplyvní hodnotu tlaku plynu v nádobe?
3. Zmeňte počet častíc na 50, počet častíc nemeňte. Zmenila sa hodnota tlaku plynu v nádobe? Ovplyvnila zmena počtu molekúl hodnotu tlaku plynu v nádobe? Ako sa závisí tlak od počtu molekúl?

[Odpoveď](#)

## Úloha 4: Tlak a počet mólov a hmotnosť plynu

Na základe predchádzajúceho skúmania a poznatkoch o látkovom množstve *odpovedzte na nasledujúce otázky:*

1. Ovplyvní zmena počtu mólov (hmotnosti) plynu jeho tlak? Ako sa mení tlak s týmito veličinami?

[Odpoveď](#)

## Úloha 5: Stavová rovnica

Navrhňte tvar stavovej rovnice na základe vašich zistení (vyjadrite vzťah medzi tlakom a ostatnými stavovými veličinami  $T$ ,  $V$ ,  $n$ ).

[Odpoveď](#)

[Späť na teóriu 6.3](#)

## Odpovede k apletu T2:

### 1. úloha:

4. Hodnota tlaku plynu sa zmenila po napumpovaní častíc do nádoby. V nádobe pred napumpovaním častíc bol tlak nulový.
5. Hodnota tlaku narastie.
6. Hodnota tlaku klesá.
7. Zmena objemu nádoby (plynu) vplýva na hodnotu tlaku plynu, zväčšením objemu tlak klesá, zmenšením objemu tlak narastá. Tlak sa mení s objemom nepriamoúmerne, t.j.  $p = a \frac{1}{V}$  (kde  $a$  – konštanta úmernosti).

### 2. úloha:

4. Hodnota tlaku plynu sa mení v intervale od 910 – 990 kPa v závislosti od zrážok častíc so stenami nádoby. Teplota plynu v nádobe pri daných podmienkach je 300 K.
5. Hodnota tlaku narastie.
6. Hodnota tlaku klesá. Zmena teploty plynu v nádobe vplýva na hodnotu tlaku plynu, zväčšením teploty tlak narastá, zmenšením teploty tlak klesá. Tlak sa mení s teplotou priamoúmerne, t.j.  $p = aT$  (kde  $a$  – konštanta úmernosti).

### 3. úloha:

1. Hodnota tlaku plynu sa mení v intervale od 910 – 990 kPa pri daných podmienkach
2. Hodnota tlaku narastie.
3. Hodnota tlaku klesá. Zmena počtu molekúl plynu v nádobe vplýva na hodnotu tlaku plynu, zväčšením počtu molekúl tlak narastá, zmenšením počtu molekúl tlak klesá. Tlak sa mení s počtom molekúl priamoúmerne, t.j.  $p = aN$  (kde  $a$  – konštanta úmernosti).

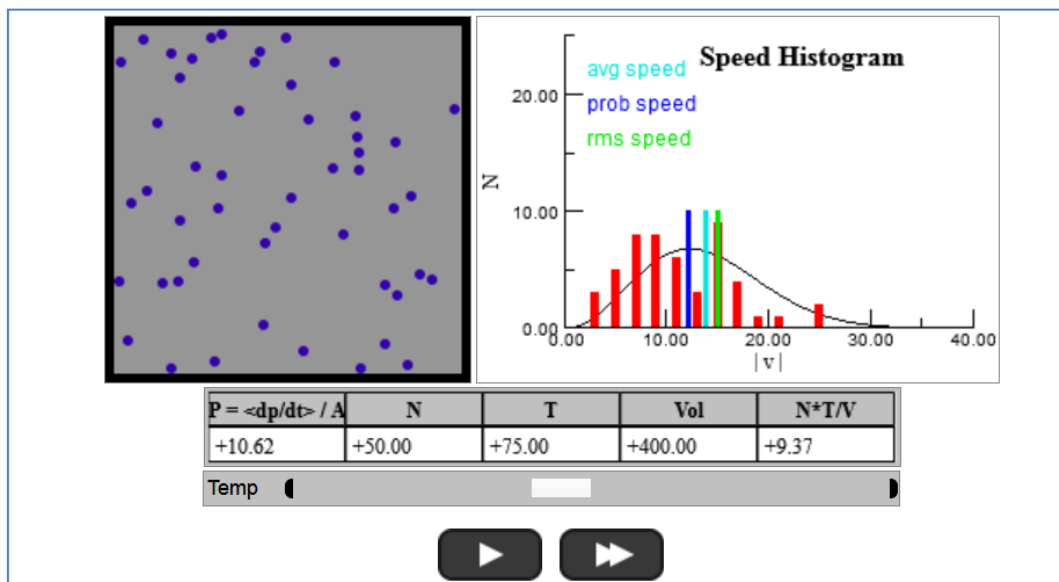
### 4. úloha:

Látkové množstvo je definované pomocou počtu molekúl ako  $n = \frac{N}{N_A}$  alebo pomocou hmotnosti plynu vzťahom  $n = \frac{m}{M}$ . Z týchto vzťahov vyplýva, že tlak plynu sa mení s počtom mólov  $n$ , resp. so zmenou hmotnosti plynu  $m$  rovnako ako s počtom molekúl, t.j. priamoúmerne  $p = an$  alebo  $p = am$  (kde  $a$  – konštanta úmernosti).

### 5. úloha:

Vzťah medzi tlakom a ostatnými stavovými veličinami  $T$ ,  $V$ ,  $n$  je  $p = a \frac{1}{V} T n$ , kde konštanta  $a = R$  je molárna plynová konštanta, potom jeden z možných zápisov stavovej rovnice je  $p = \frac{nRT}{V}$ .

[Späť na teóriu 6.3](#)



Otvorte si aplet **Illustration 20.1: Maxwell-Boltzmann Distribution** do nového okna zo zdroja:  
[https://www.compadre.org/Physlets/thermodynamics/illustration20\\_1.cfm](https://www.compadre.org/Physlets/thermodynamics/illustration20_1.cfm)

Tento aplet zobrazuje Maxwellovo rozdelenie rýchlosti molekúl v plyne. Na grafe v aplete ho prezentuje čierna krivka, ktorú popisuje rovnica

$$P(v) = 4\pi \sqrt{\left(\frac{M}{2\pi RT}\right)^3} v^2 e^{-\frac{Mv^2}{2RT}}. \quad (1)$$

Veličinu  $P(v)$  nazývame rozdeľovacia funkcia. Súčin  $P(v)dv$  vyjadruje relatívnu početnosť molekúl s rýchlosťami v intervale  $(v, v + dv)$ , čo je bezrozmerné číslo.

**Plocha obdĺžnikov v aplete =  $P(v)dv$  = počet molekúl s danou rýchlosťou.**

V grafe sú zobrazené tri rýchlosti (pozor nie sú to stĺpce zobrazujúce počet molekúl):


**stredná rýchlosť (avg speed)**  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$  (2),

**stredná kvadratická rýchlosť (rms speed)**  $v_s = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$  (3),

**najpravdepodobnejšia rýchlosť (prob speed)**  $v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$  (4), v ktorej funkcia  $P(v)$  nadobúda maximum.



### Úloha 1: Rýchlosti molekúl plynu pri danej teplote

Pri danej teplote spustíte aplet a pozorujete pohyb molekúl plynu v ľavej časti apletu a červené stĺpce na grafe v pravej časti apletu. Aplet na chvíľu zastavíte (  ) potom znova spustíte a opäť zastavíte. V nádobe sa nachádza 50 molekúl.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

1. Menia sa rýchlosti molekúl plynu uzavretého v nádobe? Ako to viete zistiť?
2. Zastavíte aplet. Koľko molekúl má rýchlosť okolo hodnoty 30 m/s? Koľko molekúl má rýchlosť menšiu ako 10 m/s a koľko molekúl v intervale od 10 do 20 m/s? Ako to zistíte?

[Odpoveď](#)

[Späť na teóriu 6.5](#)

### Úloha 2: Závislosť rozdelenia rýchlosti molekúl plynu od teploty

Pri danej teplote spustíte aplet a pozorujete pohyb molekúl plynu v ľavej časti apletu a tvar grafu v pravej časti apletu. Aplet na chvíľu zastavíte, potom znova spustíte a opäť zastavíte. V nádobe sa nachádza 50 molekúl.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

1. Mení sa stredná rýchlosť, stredná kvadratická rýchlosť a najpravdepodobnejšia rýchlosť molekúl pri danej teplote? Mení sa tvar grafu (čierna krivka) pri danej teplote?
2. Zvýšte teplotu na aplete (napr. okolo 140 K) a pozorujte pohyb molekúl a tvar grafu, ako ich ovplyvní? Aké sú hodnoty strednej rýchlosti, strednej kvadratickej rýchlosti a najpravdepodobnejšej rýchlosti molekúl?
3. Znížte teplotu na aplete (napr. okolo 25 K) a pozorujte pohyb molekúl a tvar grafu, ako ich ovplyvní? Aké sú hodnoty strednej rýchlosti, strednej kvadratickej rýchlosti a najpravdepodobnejšej rýchlosti molekúl?

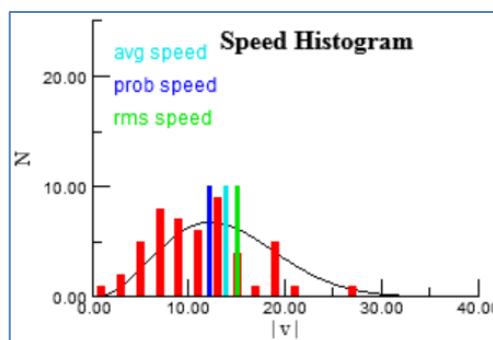
[Odpoveď](#)

[Späť na teóriu 6.5](#)

## Odpovede k apletu T3:

### 1. úloha:

- Rýchlosti molekúl plynu v nádobe sa menia, v každom okamihu nadobúdajú molekuly rôzne hodnoty rýchlosti. Vieme to zistiť na základe zmeny výšok červených stĺpcov v aplete, ktorých obsah predstavuje počet molekúl plynu pohybujúcich sa s rýchlosťou v intervale  $(v, v + dv)$ .
- Na y – ovej osi je zobrazený relatívny počet molekúl N, ktoré sa pohybujú s rovnakou rýchlosťou v danom intervale rýchlosti, ktorý je vymedzený šírkou červeného stĺpca. Výška stĺpca približne naznačuje počet molekúl na y – ovej osi. Výšku stĺpca môžete odhadnúť alebo použitím myši určiť jeho presnejšiu hodnotu. Aplet zastavte. Prejdite myšou na graf. Zobrazí sa krížový kurzor, ktorým sa premiestnite do maximálnej polohy stĺpca ktorého výšku chcete určiť a kliknite ľavým tlačidlom. Na obrazovke sa zobrazia súradnice kurzora (napr. +7.15, +7.89). Druhá súradnica + 7.89 predstavuje počet molekúl, po zaokrúhlení je to 8 molekúl. Napríklad na obr.1 má 13 molekúl I rýchlosť menšiu ako 10 m/s, 25 molekúl medzi 10 a 20 m/s a 2 molekuly okolo hodnoty 30 m/s.



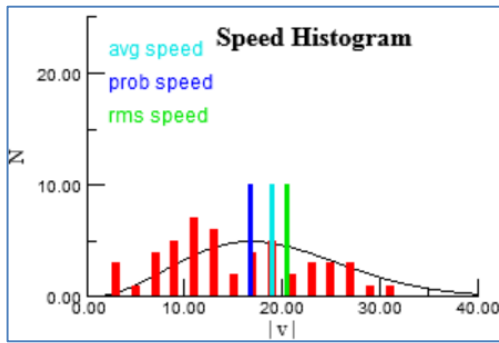
Obr.1

### [Späť na teóriu 6.5](#)

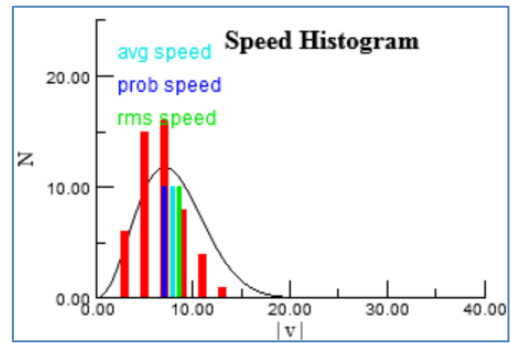
### 2. úloha:

- Hodnota strednej rýchlosti, strednej kvadratickej rýchlosti a najpravdepodobnejšej rýchlosti molekúl sa pri danej teplote nemení. Majú stále rovnakú hodnotu (hodnoty na x – ovej osi). Hodnoty jednotlivých rýchlosti sa pri konštantnej teplote nemenia, vyplýva to aj zo vzťahov (2) - (4). Na obr. 1 sú približne hodnoty týchto rýchlosti  $\bar{v} = 14 \frac{m}{s}$ ,  $v_s = 15 \frac{m}{s}$ ,  $v_p = 12 \frac{m}{s}$ . Zo vzťahu (1) vyplýva, že pri konštantnej teplote veličina  $P(v)$  závisí len od rýchlosti, preto sa tvar čiernej krivky nemení.
- Zmena teploty, jej zvýšenie ovplyvní pohyb molekúl, pohybujú sa rýchlejšie, preto aj hodnoty jednotlivých rýchlosti budú väčšie, ležia v intervale od 0 do 40 m/s. Hodnota strednej rýchlosti, strednej kvadratickej rýchlosti a najpravdepodobnejšej rýchlosti narastie, bude väčšia ako pri pôvodnej teplote 75 K. Tvar čiernej krivky sa zmení (rozdelenie sa posunie doprava). Porovnajte obr.1 a obr.2.
- Zmena teploty, jej zníženie ovplyvní pohyb molekúl, pohybujú sa pomalšie, preto aj hodnoty jednotlivých rýchlosti budú menšie, ležia v intervale od 0 do 20 m/s. Hodnoty strednej rýchlosti, strednej kvadratickej rýchlosti a

najpravdepodobnejšej rýchlosti klesnú, budú menšie ako pri pôvodnej teplote 75 K. Tvar čiernej krivky sa zmení (rozdelenie sa posunie doľava). Porovnajzte obr.1 a obr.3.

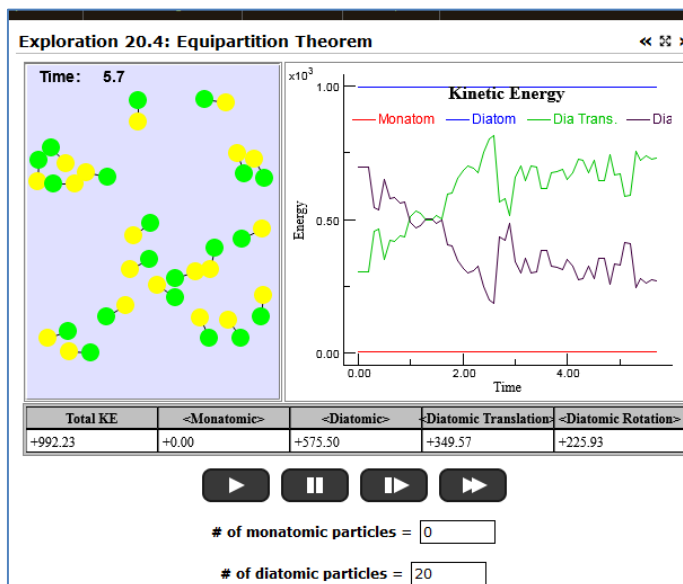


Obr. 2



Obr. 3

[Späť na teóriu 6.5](#)



Otvorte si aplet **Exploration 20.4: Equipartition Theorem** do nového okna zo zdroja:  
[https://www.compadre.org/Physlets/thermodynamics/ex20\\_4.cfm](https://www.compadre.org/Physlets/thermodynamics/ex20_4.cfm)

Pri popise vnútornej energie viacatómového plynu platí **ekvipartičný princíp (princíp rovnomerného rozdelenia energie)**, podľa ktorého na každý stupeň voľnosti pripadá rovnaká energia  $\varepsilon_0$ .

**Počet stupňov voľnosti** vyjadruje počet nezávislých súradníc, ktorých zmeny charakterizujú možné typy mechanického pohybu sústavy, inak povedané slúžia na jednoznačne určenie polohy molekuly. Označujeme ho písmenom  $i$ . Pri plynch uvažujeme dva možné typy pohybov častíc posuvný a otáčavý pohyb.

### Úloha 1: Jednoatómový plyn

Na aplete zvolte počet častíc jednoatómového plynu **# of monatomic particles = 15**, **# of diatomic particles = 0** a spustite aplet.

Odpovedzte na nasledujúce otázky:

1. Aký pohyb vykonávajú častice? Posuvný alebo otáčavý?
2. Koľko stupňov voľnosti je potrebným na jednoznačný popis pohybu?

## Úloha 2: Dvojitómový plyn

Na aplete zvolíte počet častíc jednoatómového plynu ( # of monatomic particles = 0, # of diatomic particles = 15) a spustíte aplet.

*Odpovedzte na nasledujúce otázky:*

1. Aký pohyb vykonávajú častice? Posuvný alebo otáčavý?
2. Koľko stupňov voľnosti je potrebným na jednoznačný popis pohybu?

[Odpoveď](#)

[Späť na teóriu 6.8](#)

#### **Odpovede k apletu T4:**

##### 1. úloha:

1. Častice jednoatómového plynu vykonávajú len posuvný pohyb všetkými možnými smermi.
2. Na jednoznačný popis pohybu vzhľadom na tri súradnice ( $x, y, z$ ) potrebujeme 3 stupne voľnosti.

##### 2. úloha:

1. Častice dvojatómového plynu vykonávajú posuvný pohyb (všetkými možnými smermi) a otáčavý pohyb (okolo dvoch osí).
2. Na jednoznačný popis pohybu pri posuvnom pohybe vzhľadom na tri súradnice ( $x, y, z$ ) potrebujeme 3 stupne voľnosti a pri otáčavom pohybe vzhľadom na dve osi potrebujeme 2 stupne voľnosti. Spolu 5 stupňov voľnosti.

[Späť na teóriu 6.8](#)

# Odpovede na kontrolky a otázky

## Časť 6.2

### Kontrolka 1:

Vyberte správnu odpoveď. Pri tepelnom pohybe sa molekuly látok

- a) pohybujú usporiadane a ich pohyb zanikne pri nižších teplotách,
- b) pohybujú neusporiadane a nepretržite,
- c) pohybujú neusporiadane a ich pohyb zanikne pri vyšších teplotách.

Správna odpoveď je b). Odpovede a) a c) sú nesprávne, pretože tepelný pohyb je neusporiadaný, pri vyšších teplotách je intenzívnejší a nezaniká ani pri nižších teplotách.

[Späť na text](#)

### Kontrolka 2:

Vyberte správnu odpoveď. Tepelný pohyb častíc plynov prevláda nad silovým pôsobením v dôsledku

- a) častej zmeny rovnovážnych polôh častíc,
- b) veľkej strednej vzdialenosti medzi časticami,
- c) prevládajúceho príťažlivého pôsobenia medzi časticami.

Správna odpoveď je b). Odpovede a) a c) sú nesprávne, pretože pre plyny nie je charakteristická zmena rovnovážnych polôh to sa týka kvapalín, a prevládajúce príťažlivého pôsobenia medzi časticami je typické pre pevné látky.

[Späť na text](#)

### Odpovede na otázky:

1. V dôsledku nespojitej štruktúry látok došlo k zmenšeniu objemu zmesi. Častice vody a častice etylalkoholu majú rôznu veľkosť, menšie z nich vyplnili medzery medzi väčšími, čo spôsobili zmenšenie objemu zmesi.

2. Došlo k difúzii, častice parfumu samovoľne prenikli medzi častice vzduchu. Na konci difúzie sú molekuly oboch látok rovnomerne rozmiestnené v celom objeme miestnosti.

3. Stavebné častice vody, ktorú schladzujeme, budú kmitať pomalšie okolo menných rovnovážnych polôh, až kým voda zmení svoje skupenstvo na ľad. Potom budú stavebné častice kmitať okolo nemenných rovnovážnych polôh.

4. Stavebné častice vody, ktorú ohrievame, budú kmitať rýchlejšie okolo menných rovnovážnych polôh. Pri určitej energii sa začnú niektoré častice odtrhovať a voľne pohybovať, až kým voda zmení svoje skupenstvo na paru. Potom stavebné častice nebudú kmitať okolo rovnovážnych polôh, ale sa budú pohybovať všetkými smermi.

5. a) c) ľad, meď,

b) d) lieh, olej,

e) lieh, olej, vodík, kyslík.

6. Vyberte správnu odpoveď: Základné charakteristiky tepelného pohybu sú

c) je neusporiadaný, nepretržitý, pri vyššej teplote je intenzívnejší.

7. Vyberte správnu odpoveď: Pri Brownovom pohybe

b) pohyb molekúl jednej látky vyvoláva pohyb druhej látky,

8. Vyberte správnu odpoveď: Stavebné častice pevných látok

c) kmitajú okolo nemenných rovnovážnych polôh.

9. pre kvapaliny b) a plyny a)

10. Vyberte správnu odpoveď: V dôsledku tepelného pohybu častíc majú látky

b) kinetickú energiu,

11. a) nečistoty plávajúce na povrchu vody v sude s vodou - Brownov pohyb

b) čiary na oblohe za lietadlami - to je difúzia

12. Vyberte správnu odpoveď: Medzimolekulové sily sú

b) sily, ktorých dôsledkom majú látky kinetickú energiu,

13. Silové pôsobenie medzi časticami pevnej látky je dostatočné veľké, aby prevládlo nad tepelným pohybom častíc. Toto silové pôsobenie udržiava látky pevné, preto nedochádza k ich zmene (majú stály tvar a objem).

14. v dôsledku rozpínavosti

15. Silové pôsobenie molekúl kvapaliny ju udržiava v určitej štruktúre, ale súčasne umožňuje molekulám vykonávať tepelný pohyb spojený so zmenami rovnovážnych polôh, v dôsledku ktorých sú kvapaliny tekuté.

16. Doplníte tvrdenia: Pre pevné látky platí



- a) medzimolekulové silové pôsobenie častíc **prevláda** nad ich tepelným pohybom,
- b) majú stály  **tvar a objem**, ak sa na ne nepôsobí vonkajšia sila a nemení sa teplota,
- c) ich častice kmitajú okolo rovnovážnych polôh, ktoré sú **nemenné**,
- d) ich kinetická energia je **väčšia** vzhľadom na potenciálnu energiu,
- e) stredná vzdialenosť ich molekúl je **0,2 - 0,3 nm**.

17. Doplníte tvrdenia: Pre kvapalné látky platí

- a) majú vlastný **objem**,
- b) dajú sa prelievať, sú **tekuté**,
- c) pri tepelnom pohybe častice menia **rovnovážne polohy**,
- d) ich potenciálna energia je **rovnaká** ako kinetická energia,
- e) stredná vzdialenosť ich molekúl je **0,3 nm**.

18. Doplníte tvrdenia: Pre plynné látky platí

- a) stavebné častice nekmitajú, ale sa pohybujú **rôznymi smermi s rôznymi** rýchlosťami,
- b) zaujmú objem nádoby, sú **rozpínavé**,
- c) medzimolekulové silové pôsobenie častíc je **menšie** ako tepelný pohyb,
- d) ich potenciálna energia je **menšia** ako kinetická energia,
- e) stredná vzdialenosť ich molekúl je **10 - 100 nm**.

[Späť na text](#)

## Časť 6.3

### Kontrolka 3:

Vyberte správnu odpoveď. Ktorá z uvedených veličín nepatrí medzi stavové veličiny

- a) tlak,                      b), počet molekúl                      c) rýchlosť.

Správna odpoveď je c), rýchlosť nepatrí medzi stavové veličiny. Tlak je stavová veličina a rovnako aj počet molekúl (súvisí s látkovým množstvom podľa vzťahu (3)).

[Späť na text](#)

#### Kontrolka 4:

Vyberte správnu odpoveď. V nádobe s objemom  $V_1$ , je  $n$  mólov plynu s teplotou  $T_1$  a tlakom  $p_1$ . Ako sa zmení jeho teplota, ak tlak klesne na polovicu pôvodnej hodnoty, pričom počet mólov plynu a ani jeho objem sa nezmenil?

- a) teplota klesne na polovicu pôvodnej hodnoty,
- b) teplota sa nezmení,
- c) teplota narastie na dvojnásobok pôvodnej hodnoty.

Správna odpoveď je a). Tlak sa mení s teplotou priamoúmerne, ak klesne na polovicu pôvodnej hodnoty, tak aj teplota klesne na polovicu svojej pôvodnej hodnoty

[Späť na text](#)

#### Odpovede na otázky:

1. tlak, objem, termodynamická teplota a látkové množstvo.
2. Doplňte tvrdenia: Ideálny plyn je plyn
  - a) ktorého molekuly sú **zanedbateľne malé** v porovnaní s ich strednou voľnou vzdialenosťou.
  - b) vzájomné zrážky molekúl a zrážky so stenou sú **dokonale pružné**,
  - c) molekuly pôsobia na seba vzájomnými silami **v čase zrážky**.
3. hmotnosť plynu a počet molekúl (vid'. vzťahy 2, 3)
4. Vyberte správnu odpoveď. Veličina, ktorá závisí od jej chemického zloženia a pre každý plyn nadobúda rôznu hodnotu sa nazýva a) molárna hmotnosť plynu,
5. Vyberte správnu odpoveď. Ak zväčšíme objem plynu v rovnovážnom stave, potom sa zväčší aj jeho b) teplota,
6. Vyberte správnu odpoveď. V dôsledku zrážok stavebných častíc plynu so stenami nádoby vzniká v plyne c) tlak.
7. Avogadrova konštanta [Späť na text](#)
8.  $k = \frac{R}{N_A}$
9.  $pV = RT$
10.  $M = 0,02812 \text{ kg/mol}$  – je to dusík
11.  $V = 0,024 \text{ m}^3$

12.  $t = 225,41^\circ\text{C}$ ,  $T = 498,56\text{ K}$

13.  $\rho = 2,378\text{ kg/m}^3$

14.  $t = -91^\circ\text{C}$ ,  $T = 182\text{ K}$

15.  $p = 1,9\text{ MPa}$

16. Platí pre ideálny plyn, ale môžeme ju použiť aj pre reálne plyny, ktoré majú nízke hustoty, čo odpovedá väčším vzdialenostiam medzi molekulami.

17. Pre reálne plyny možno použiť stavovú rovnicu danú vzťahom (9)

18. Použijeme vzťah  $\frac{pM}{RT} = \frac{m}{V} = \rho$  odvodený v príklade 2, potom menšiu hustotu má

a) teplý vzduch, lebo má väčšiu teplotu

b) vlhký lebo má menšie  $M$ .

19. Použijeme stavovú rovnicu danú vzťahom (5), pomocou ktorej popíšeme rovnovážny stav v oboch fľašiach, pričom si uvedomíme, že majú rovnaký objem, teplotu a látkové množstvo (ten istý plyn v rovnakých nádobách). Potom

$$\frac{p_1}{n_1} = \frac{RT}{V} = \frac{p_2}{n_2}$$

20. Odmerajte tlak a teplotu vzduchu v miestnosti. Určte objem miestnosti odmeraním jej rozmerov. Molárna hmotnosť vzduchu je  $28,96 \cdot 10^{-3}\text{ kg/mol}$  a použite stavovú rovnicu.

21. Použijeme stavovú rovnicu danú vzťahom (5), pomocou ktorej popíšeme rovnovážny stav v oboch prípadoch, pričom si uvedomíme, že došlo k zmene veličín  $V$ ,  $p$ ,  $T$  a látkové množstvo sa nezmenilo (ten istý plyn). Potom

$$\frac{V_1 p_1}{T_1} = \frac{V_2 p_2}{T_2} = nR.$$

22.  $m = 0,333\text{ kg}$

23. Použijeme stavovú rovnicu danú vzťahom (5), pomocou ktorej popíšeme rovnovážny stav v oboch prípadoch, pričom si uvedomíme, že došlo k zmene veličín  $V$ ,  $p$ ,  $n$  a teplota sa nezmenila. Potom

$$\frac{V_1 p_1}{n_1} = \frac{V_2 p_2}{n_2} = RT$$

[Späť na text](#)

## Časť 6.4

### Kontrolka 5:

Vyberte správnu odpoveď. V nádobe s objemom  $V_1$ , je  $n$  mólov plynu s teplotou  $T_1$  a tlakom  $p_1$ . Aký bude tlak plynu, ak jeho objem klesne na tretinu pôvodnej hodnoty pri izotermickej zmene? Počet mólov plynu sa nezmenil.

- a) tlak klesne na tretinu pôvodnej hodnoty,
- b) tlak sa nezmení,
- c) tlak narastie na trojnásobok pôvodnej hodnoty.

Správna odpoveď je c) z rovnice (12) vyplýva  $p_1 V_1 = p_2 \frac{V_1}{3}$ . Potom  $3p_1 = p_2$ .

[Späť na text](#)

### Kontrolka 6:

Vyberte správnu odpoveď. Súčin  $nRT$  je konštantný pri

- a) izobarickom deji,
- b) izochorickom deji,
- c) izotermickom deji.

Správna odpoveď je c).

[Späť na text](#)

### Odpovede na otázky:

1. zo vzťahu.  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{nR}{V}$  pri izobarickom deji vyplýva, že jeho teplota 4-krát zväčší

2. objem plynu pri teplote  $37^\circ\text{C}$  je  $4,11 \text{ m}^3$

3. možnosť c)

4. ide o izochorický dej, pre ktorý  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \frac{nR}{V}$ . Potom úpravou  $T_2 = 2T_1$ .

5. tlak

6. objem

7. teplota

[Späť na text](#)

8. Vyberte správnu odpoveď. Pri izotermickom deji c) tlak plynu sa mení

nepriamoúmerne z objemom plynu.

9. Trením pneumatík o vozovku sa zvýši ich teplota, objem vzduchu sa nemení, je to izochorický dej, potom  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$  odtiaľ vyplýva, že sa zvýši aj tlak.

10. možnosť d)

11. izotermický dej, potom  $p_1V_1 = p_2V_2 = nRT$ , úpravou  $V_2 = 1$  l

12. V horiacom polene je uzavretý vzduch, ktorý pri zvýšení teploty zvyšuje aj svoj tlak, až kým sa neporuší pevnosť dreva, rozpínajúci sa vzduch potom odnáša iskry.

[Späť na text](#)

## Časť 6.5

### Kontrolka 7:

Vyberte správnu odpoveď. Stredná kvadratická rýchlosť molekúl plynu

- a) vyjadruje rýchlosť jednej molekuly,
- b) nezávisí od teploty,
- c) charakterizuje rýchlosť molekúl plynu ako celku,
- d) pri danej teplote nadobúda rôzne hodnoty.

Správna odpoveď je c). Stredná kvadratická rýchlosť závisí od teploty (pozrite vzorec (28), pri konštantnej teplote je konštantná. [Späť na text](#)

### Odpovede na otázky:

1.  $t = -200^\circ\text{C}$ ,  $T = 73$  K

2. Dusík má z pohľadu kozmickej lode vnikajúcej do atmosféry teplotu 55007,6 K.

3. Pri izotermickej zmene ostala teplota rovnaká, preto sa nezmenila ani stredná

kvadratická rýchlosť molekúl, na jej výpočet použijeme vzťah  $v_s = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = 516,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

[Späť na text](#)

4.  $p_1/p_2 = 1,93$ , to znamená, že pri teplote  $t_1 = 0^\circ\text{C}$  nájdeme molekuly s rýchlosťou blízkou rýchlosti zvuku skoro s dvojnásobne väčšou pravdepodobnosťou ako pri teplote  $t_2 = 100^\circ\text{C}$

5. pri odvodení použite pomôcky, ktoré sú uvedené v poznámkach pri vzťahoch (27) - (29)

6. stredná kvadratická rýchlosť  $v_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N}}$ ,  $v_s = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$ ,

stredná rýchlosť  $\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{N}$ ,  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$

7. Vyberte správne odpovede. Stredná kvadratická rýchlosť molekúl plynu

a) vyjadruje akou rýchlosťou sa pohybujú molekuly plynu ako celok pri určitej teplote,

8. najpravdepodobnejšia rýchlosť závisí od molárnej hmotnosti nepriamoúmerne

$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$ , molárna hmotnosť kyslíka je väčšia ako vodíka, preto je táto rýchlosť pre molekuly kyslíka menšia ako u molekúl vodíka pri rovnakej teplote.

9. Vyberte správne odpovede. Pri teplote  $45^\circ\text{C}$  budú mať molekuly kyslíka najväčšiu

a) strednú kvadratickú rýchlosť,

10. Vyberte správne odpovede. Pri teplote  $45^\circ\text{C}$  budú mať atómy hélia strednú kvadratickú rýchlosť b) menšiu ako pri teplote  $60^\circ\text{C}$ ,

11.  $T, M, N, v_i$

12.  $\text{CO}_2$

[Späť na text](#)

## Časť 6.6

### Kontrolka 8:

Vyberte správnu odpoveď. Sila 5 N pôsobiaca na plochu  $1 \text{ m}^2$  vyvinie tlak 5 Pa. Plocha na ktorú je nutné pôsobiť tou istou silou, aby sa vyvinul trojnásobne väčší tlak

a) má byť rovnako veľká,

b) má byť trojnásobne väčšia ako pôvodná plocha,

c) má byť trojnásobne menšia ako pôvodná plocha,

d) má mať polovičnú veľkosť ako pôvodná plocha.

Správna odpoveď je c).

[Späť na text](#)

### Kontrolka 9:

Zoradte nádoby podľa tlaku, ktorý sa v nich vyvinie od najmenšieho po najväčší, ak

a) v 1. nádobe objemu  $V$  je 3000 molekúl kyslíka s rýchlosťou  $v_s = 300$  m/s,

b) v 2. nádobe je 60 molekúl kyslíka s rýchlosťou  $v_s = 500$  m/s, objem nádoby je  $V$ ,

c) v 3. nádobe je 60 molekúl kyslíka s rýchlosťou  $v_s = 300$  m/s, objem nádoby je  $2V$ ,

d) v 4. nádobe objemu  $V$  je 60 molekúl kyslíka s rýchlosťou  $v_s = 300$  m/s. [Späť na text](#)

Vyjdeme z rovnice (31), do ktorej dosadíme parametre jednotlivých nádob. Všetky nádoby obsahujú rovnaký plyn, preto hmotnosť molekuly bude rovnaká rovná  $m_0$ . Tlak v prvej nádobe je daný  $p_1 = \frac{1}{3} \frac{3000}{V} m_0 300^2 = 90 \cdot 10^6 \frac{m_0}{V}$  Pa.

Podobne sa určia tlaky v ostatných nádobách  $p_2 = \frac{1}{3} \frac{60}{V} m_0 500^2 = 5 \cdot 10^6 \frac{m_0}{V}$  Pa,  $p_3 = 0,9 \cdot 10^6 \frac{m_0}{V}$  Pa,  $p_4 = 1,8 \cdot 10^6 \frac{m_0}{V}$  Pa. Poradie nádob podľa tlaku je c, d, b, a.

### Odpovede na otázky:

1.  $p = 0,48$  MPa,  $\Delta v_s = 600$  m/s

2. zohriatím (zvýši sa teplota aj stredná kvadratická rýchlosť) alebo zväčšením počtu molekúl (dofúknutím).

3. vyplýva to z rovnice pre tlak, kde  $p = \frac{1}{3} n_0 m_0 v_s^2$ , kde  $\frac{N}{V} = n_0$ , čo znamená, že tlak závisí od počtu molekúl

4. z rovnice  $= \frac{1}{3} n_0 m_0 v_s^2$  vyplýva, že tlak narastie 3 - násobne

5. Doplňte tvrdenia:

a) tlak plynu vzniká v dôsledku **zrážok** so stenou nádoby,

b) tlak plynu je daný ako podiel **výslednice** všetkých síl, ktorými pôsobia molekuly plynu na **plochu**,

c) základná rovnica kinetickej teórie, dáva do súvisu **tlak** s **strednou kvadratickou rýchlosťou** molekúl.

6. tlak závisí nepriamoúmerne od plochy, na ktorú pôsobí sila, ktorá tlak vyvolá

7. Vyberte správnu odpoveď. Ak zväčšíme počet molekúl plynu na 4 - násobok

d) jeho tlak narastie  $4/3$  -násobne.

8. Vyberte správnu odpoveď. Ak zmenšíme objem plynu na 3 - násobok

b) jeho tlak klesne trojnásobne,

9. tlak prvého plynu je menší ako druhého

[Späť na text](#)

## Časť 6.7

### Kontrolka 10:

Zorad'te nádoby s plynmi podľa strednej kinetickej energie, od najväčšej po najmenšiu, ak

a) v 1. nádobe sa molekuly pohybujú s rýchlosťou  $v_s = 300$  m/s,

b) v 2. nádobe sa molekuly pohybujú s rýchlosťou  $v_s = 500$  m/s,

c) v 3. nádobe sa molekuly pohybujú s rýchlosťou  $v_s = 200$  m/s,

d) v 4. nádobe sa molekuly pohybujú s rýchlosťou  $v_s = 1000$  m/s.

Poradie nádob je 4.nádoba, 2.nádoba, 1.nádoba, 3.nádoba.

[Späť na text](#)

### Odpovede na otázky:

1. strednú kinetickú energiu

2. teplota

3. pri teplote  $500^\circ\text{C}$ , stredná kinetická oboch plynov je  $1,6 \cdot 10^{-20}$  J, pri teplote  $0^\circ\text{C}$ , stredná kinetická oboch plynov je  $5,65 \cdot 10^{-21}$  J, pri teplote  $-270^\circ\text{C}$ , stredná kinetická oboch plynov je  $6,52 \cdot 10^{-23}$  J

4. Vyberte správnu odpoveď. Ak zväčšíme počet molekúl plynu

[Späť na text](#)

b) jeho stredná kinetická energia klesne,

5. Vyberte správnu odpoveď. Ak zväčšíme objem plynu na 2 - násobok

c) jeho stredná kinetická energia narastie trojnásobne.

5. Doplňte tvrdenia:

a) stredná kinetická energia závisí **priamoúmerne** od termodynamickej teploty,



b) ak sa mení stredná kinetická energia, potom sa mení aj **teplota alebo stredná kvadratická rýchlosť**,

c) tlak závisí **priamoúmerne** od termodynamickej teploty,

6. Vyberte správne odpovede. Stredná kinetická energia

a) závisí od strednej kvadratickej rýchlosti molekúl,

c) závisí od tlaku plynu,

7. Ak ohrejeme plyn uzavretý v nádobe sa zmenia tlak, teplota, stredná kinetická energia.

8.  $N = 3,62 \cdot 10^{22}$ ,  $\varepsilon = 6,17 \cdot 10^{-21}$  J

9.  $p = 10^5$  Pa

[Späť na text](#)

## Časť 6.8

### Kontrolka 11:

Vyberte správnu odpoveď. Vnútoraná energia 10 g argónu pri teplote 30°C je 1500 J. Aká časť tejto energie pripadá na postupný pohyb jeho atómov?

a) je nulová,

b) je rovnaká ako celková vnútorná energia,

c) tvorí polovicu celkovej vnútornej energie.

Správna odpoveď je b), argón je jednoatómový plyn, jeho častice vykonávajú len posuvný pohyb.

[Späť na text](#)

### Odpovede na otázky:

1.  $U = 3200$  J

2.  $U = U_p = 1200,5$  J

3. a)  $U = n \frac{3}{2} RT$ , b)  $U = n \frac{5}{2} RT$

4. nelíšia

5. vnútorná energia závisí od počtu molekúl priamoúmerne

6. áno

7. len v prípade jednoatómového plynu

8. Počet stupňov voľnosti vyjadruje počet nezávislých súradníc, ktoré slúžia na jednoznačne určenie polohy molekuly.

9. posuvný a otáčavý pohyb

10. Vyberte správne tvrdenie. Vzťah  $U = n \frac{3}{2} RT$  vyjadruje vnútornú energiu

c) 1 - atómového plynu.

11. Vyberte správne tvrdenie. Na každý stupeň voľnosti pripadá

b) rovnaká energia,

12. Vyberte správne tvrdenia. Na jednoznačný popis pohybu molekuly vodíka potrebujeme

b) 5 stupňov voľnosti,

13. Vyberte správne tvrdenia. Na popis otáčavého pohybu molekuly dusíka potrebujeme

d) 2 stupne voľnosti.

14. Vyberte správne tvrdenia. Stavebné častice argónu vykonávajú

a) len posuvný pohyb,

## **Použitá literatúra:**

Blaško, M. a kol. Fyzika, molekulová fyzika a termodynamika. 1.vydanie. Prešov. Polygraf Print, s.r.o.2004. ISBN 80-10-00008-6.

Červeň, I. 2007. Fyzika po kapitolách. Tepelný pohyb, termodynamika. 1.vydanie. Bratislava. Vydavateľstvo STU v Bratislave. 2007. ISBN 978-80-227-2669-6.

Hájko, V. a spol. Fyzika v príkladoch. Alfa.Bratislava. 1960. 1.vydanie.

Haliday D., Resnick R., Walker J. 2000. Fyzika, Vysokoškolská učebnice obecné fyziky. 1. vyd. Brno. Vutium, 2000. ISBN 80-214-1868-0.

Hlaváčová, J., Ziman J., Koval'aková, M., Zagyi, B. Fyzika I. Elfa,Košice. 2005. ISBN 80-8086-009-2.

Zámečník, L. 1984. Prehľad stredoškolskej fyziky. Bratislava. Alfa.1984.

<http://obrazky.4ever.sk/>

<https://phet.colorado.edu/en/simulations/category/physics>

<http://web.tuke.sk/feikf/video/index.html>

<https://www.najzazitky.sk/zazitky-vo-vzduchu/let-balonom/>

[http://www.kf.elf.stuba.sk/~bokes/DI\\_web/DI-I/DI-I-13-5.pdf](http://www.kf.elf.stuba.sk/~bokes/DI_web/DI-I/DI-I-13-5.pdf)

<http://www.fyzika007.cz/struktura-a-vlastnosti-latek/stredni-kvadraticka-rychlost>

<https://sites.google.com/site/fyzika007/molekulova-fyzika-a-termika/vzajemne-pua>

<https://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:TheMailandEmpire1897.jpg>





RNDr. Zuzana Gibová, PhD.

**FYZIKA po častiach – Náuka o teple**

Vydavateľ: **Technická univerzita v Košiciach**

Náklad: 50 kusov

Počet strán: 92

Vydanie: prvé

2022

**ISBN 978-80-553-4128-6**