DIFERENCIÁLNE ROVNICE

SÚ ROVNICE, KTORÉ OBSAHUJÚ DERIVÁCIU (CIE) NEZNÁMEJ FCIE

1. rád $\qquad$ 2. rád

$y'(x) + x\,y(x) = 0$; $\quad y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = \sin x$ $\qquad (y'(x))^{5} + \sin^{10} x = 0$ 1. rádu

RÁD DR JE RÁD NAJVYŠŠEJ DERIVÁCIE

Riešiť DR – znamená nájsť všetky jej riešenia

Príklad (najjed. DR)

Riešte DR

$y'(x) = x^2 - 1$

integrovaní

$\int y'(x)\,dx = \underbrace{\int x^2 - 1\,dx}$

$y(x) = \frac{x^3}{3} - x + C$ → int. konšt.

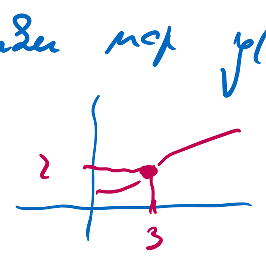
všeobecné rieš. ← všetky rieš.

1. DR riešime integr.
2. objaví sa int. konšt. C (čiže konšt.)

čiže DR má ∞ - veľa riešení

Niekedy máme podmienku napr. $y(3) = 2$ (umožní zo vš. riešení nájsť 1 konkrétne)

→ zač. podm. $\qquad \underbrace{\text{1 konkrétne}}_{\text{PARTIKULÁRNE}}$



DOSAĎ $x = 3$

$2 = \frac{3^3}{3} - 3 + C \qquad 2 = 6 + C \Rightarrow C = -4$

$y(x) = \frac{x^3}{3} - x - 4$ → partikulárne

1. DR – I. rádu ⟷ SEPAROVATEĽNÁ DR ✓ (najviac aplikácií)

LINEÁRNA DR I. rádu ✓

---

2. LINEÁRNE DR 2. rádu

3 PRAKTICKÉ APLIKÁCIE

SEPAROVATEĽNÁ DR

JE DR, KTORÚ VIEM UPRAVIŤ NA

$\boxed{(S) \qquad f(y(x))\,y'(x) = g(x)}$

f, g sú dané fcie

napr. $f(u) = 1$, $g(x) = x^2 - 1$ } náš príkl.

ODDELENÉ PREM.

$y \qquad\qquad x$

INTEGR.

$\underbrace{\int f(y(x))\,y'(x)\,dx}_{} = \int g(x)\,dx$

du

SUBST. $y(x) = u$, $y'(x)\,dx = du$

$\int f(u)\,du = \int g(x)\,dx$

$F(u) = G(x) + C$

Predp.

f, g sú spoj

toto zaručí exist. PRIMIT. FCIÍ

$G' = g \qquad F' = f$

$\boxed{(R) \qquad F(y(x)) = G(x) + C}$ $\qquad$ RIEŠENIE V IMPLICITNOM TVARE

NIEKEDY $\quad y(x) = F^{-1}(G(x) + C)$ $\qquad$ RIEŠ. V EXPLICITNOM TVARE

RIEŠIŤ Sep. DR ZNAMENÁ PREJSŤ OD (S) VSTUP

↓

(R) VÝSTUP

Na počítanie príkladov učíme skratku na prechod

SCHÉMA:

NA RIEŠ SEP. DR

(S) $\quad f(y)\frac{dy}{dx} = g(x)$

$\int f(y)\,dy = \int g(x)\,dx$

(R) $\quad F(y) = G(x) + C$

1. odseparujem
2. integrujem

PRÍKLAD

Riešte $\quad y' = x\,y^2$, ak $y(0) = 1$

$y = y(x)$
$y' = y'(x)$

1. separácia $\quad y' = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \int \frac{1}{y^2}\,dy = \int x\,dx$ $\qquad$ platí ak $y \neq 0$

2. tri s ∫

$\boxed{-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + C}$ $\qquad$ DOSAĎ $x = 0 \Rightarrow y = 1$

$-1 = 0 + C$

$-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} - 1$ $\qquad$ rieš. v IMPL. TVARE

AJ TOTO JE RIEŠ

čo ak $\boxed{y \equiv 0}$ dosaď do DR

$0' = x^2 \cdot 0^2$ $\qquad$ o.k.

$y = \frac{-1}{\frac{x^2}{2} - 1} = \frac{2}{2 - x^2}$

$x^2 \neq 2$

↳ existuje na

$(-\infty, -\sqrt{2}) \cup \underbrace{(-\sqrt{2}, \sqrt{2})}_{\text{NÁŠ INT}} \cup (\sqrt{2}, \infty)$ $\qquad 0 \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$