

LIN. DR I. RÁDU

JE DR  $y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$ ,  
 kde  $a(x)$ ,  $b(x)$  sú dané (spj. | fci)  
 tam, kde sú  $a(x)$ ,  $b(x)$  spojit. tam existuje riešenie  $y(x)$

TIP (POZOR / ONY!)  $\int y' dx + \int a(x)y(x) dx = \int b(x) dx$   
 kde  $y'$  je derivácia,  $a(x)y(x)$  je násobenie,  $b(x)$  je funkcia

(LDR1)

$y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$   
 LS UPRÁVIME NA DERIVÁCIU SÚČINU POTOM INTEGRUJEME ZAFUNKCIE

INTEGRÁLY FAKTOR  
 IF =  $e^{\int a(x) dx}$  PREČO? LEBO

$y'(x) e^{\int a(x) dx} + a(x) y(x) e^{\int a(x) dx} = b(x) e^{\int a(x) dx}$

$\left( y(x) e^{\int a(x) dx} \right)' = b(x) e^{\int a(x) dx}$

$y(x) e^{\int a(x) dx} = \int b(x) e^{\int a(x) dx} dx + C$   
 $\Rightarrow y(x) = \left[ \int b(x) e^{\int a(x) dx} dx + C \right] e^{-\int a(x) dx}$

Nehle ni permiat' neorec (nepinat do tebeu. 0),  
 ale permiat' ni postah

NÁSOBENIE DR ČEZ IF

Príklad:

Riesi DR

$y' - \frac{1}{x}y = 2x$

$\frac{1}{x}$  je spoj. na  $(-\infty, 0)$  aj  $(0, \infty)$   
 toto je náš IF

1. IF =  $e^{\int -\frac{1}{x} dx} = e^{-\ln|x|} = \frac{1}{x}$

2. násob IF  $\left( \frac{1}{x} y \right)' - \frac{1}{x^2} y = 2x \cdot \frac{1}{x}$

$\left( y \cdot \frac{1}{x} \right)' = 2 \int dx$  JE MOŽNÁ KONTROLA SÚČTNE DERIVUJEME

3. ZRUŠ DERIV.

$\frac{1}{x} y = 2x + C$

$y(x) = 2x^2 + Cx$

Qz by mohla bola daná podm.  $y(1) = 1$   
 $\hookrightarrow$  určíme C

$x=1 \Rightarrow y=1$   
 $1 = 2 + c \Rightarrow c = -1$   
 $y = 2x^2 - x$

UKÁŽEME EŠTE JEDNU METÓDU NA RIES LDR1.  
 (TÁTO METÓDA BUDE POUŽITÁ (AÍ ZDŮVODNENÁ) PRE LDR2.)

Metóda variácie konšt.

Riesim  $y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$  + 2 zložky

1. UVRIEŤIM PRÍSLUŠAU' HODN. DR d.i

(S)  $y'(x) + a(x)y(x) = 0$   
 $y = c \cdot \psi(x)$  nie. rieš.

2. VARIÁCIA KONŠT.

$\psi(x) = c(x) \psi(x)$ , kde  $\psi(x)$  je PART. RIES (LDR1)  
 $\hookrightarrow$  nájdeme konštantu do

3. SPOJIM

$y = c \psi(x) + \psi(x)$   
 ni. rieš. hom. rov.      1 rieš. nel. mel.  
 ni. rieš. nel. rov.

Riesi DR

$y' - \frac{1}{x}y = 2x$

1<sup>o</sup> rieši

$y' - \frac{1}{x}y = 0$  (S)  $y' = \frac{dy}{dx}$

$\int \frac{1}{y} dy = \int \frac{1}{x} dx$   
 $\ln y = \ln x + c_1 \Rightarrow y = e^{\ln x + c_1} = e^{c_1} x = Cx$

2.  $\psi(x) = c(x)x$  určíme se do' najst emi tal aby  
 byl bolo rieš LDR1

no dovede:  $c'(x)x + c(x) - \frac{1}{x} c(x)x = 2x$   
 $\rightarrow$  PRAVIDLO  $c(x)$  stále rovnake

$c'(x) = 2 \Rightarrow c(x) = 2x$  preto  $\psi(x) = 2x \cdot x = 2x^2$

3. spoji

$y = Cx + 2x^2$