$f(x)=\frac{x^2}{x-5}$ ↗↘ SB

$x-5\neq 0$ $\quad D(f)=R-\{5\}$
$x\neq 5$

$f'(x)=\frac{2x(x-5)-x^2}{(x-5)^2}=\frac{2x^2-10x-x^2}{(x-5)^2}=\frac{x^2-10x}{(x-5)^2}$ $\quad (x-5)^2>0$

$f'(x)=0 \iff \frac{x^2-10x}{(x-5)^2}=0 \iff x^2-10x=0$
$x(x-10)=0 \iff x=0 \vee x=10$
SB

f'(x)	+	0	−	5	−	10	+
f(x)	↗		↘	×	↘		↗

v x=0 je L.MAX = f(0)=0
v x=10 je L.MIN = f(10)=20

f(x) je rastúca na $(-\infty,0)$ a na $(10,\infty)$
klesajúca na $(0,5)$ a na $(5,10)$

$f(x)=\frac{x^2-x+6}{x-2}$ ↗↘ l. extrémy

$x-2\neq 0$ $\quad D(f)=R-\{2\}$
$x\neq 2$

$f'(x)=\frac{(2x-1)(x-2)-(x^2-x+6)}{(x-2)^2}=\frac{2x^2-4x-x+2-x^2+x-6}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x-4}{(x-2)^2}$ $\quad (x-2)^2>0$

$f'(x)=0 \iff x^2-4x-4=0$
$D=b^2-4.ac=16-4.(-4)=32$
$\sqrt{D}=\sqrt{32}=\sqrt{16.2}=4.\sqrt{2}$
$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{4\pm4\sqrt{2}}{2}=$
$=2\pm2\sqrt{2}$
SB
$2+2\sqrt{2}$
$2-2\sqrt{2}$

f'(x)	+	$2-2\sqrt{2}$	−	2	−	$2+2\sqrt{2}$	+
f(x)	↗		↘	×	↘		↗

v $x=2-2\sqrt{2}$ je l. MAX
v $x=2+2\sqrt{2}$ je l. MIN

L.MAX ↗↘ $\quad$ ↘↗ L.MIN

f(x) je rastúca na $(-\infty,2-2\sqrt{2})$ a na $(2+2\sqrt{2},\infty)$
klesajúca na $(2-2\sqrt{2},2)$ a na $(2,2+2\sqrt{2})$

$f(x)=\ln(9-x^2)$

$9-x^2>0$
$9>x^2$
$x^2<9 \quad /\sqrt{}$
$|x|<3$
$x\in(-3,3)=D(f)$

$f'(x)=\frac{1}{9-x^2}\cdot(-2x)=\frac{-2x}{9-x^2}$

$f'(x)=0 \iff -2x=0 \iff x=0$
SB

f'(x)	−3	+	0	−	3
f(x)		↗		↘	

v x=0 je lok. MAX = f(0) = ln(9)

f(x) je rastúca na $(-3,0)$
klesajúca na $(0,3)$

$f(x)=x.e^{-x}$ $\quad D(f)=R$

$f'(x)=e^{-x}+x.e^{-x}(-1)=e^{-x}(1-x)$

$f'(x)=0 \iff e^{-x}(1-x)=0 \iff 1-x=0$ $\quad (e^{-x}>0)$
$x=1$ SB

f'(x)	+	1	−
f(x)	↗		↘

v x=1 je lok. MAX = $f(1)=e^{-1}$

f(x) je rastúca na $(-\infty,1)$
klesajúca na $(1,\infty)$

$f(x)=x^3+\frac{x^4}{4}$ $\quad$ ∩ ∪ IB

$D(f)=R$

$f'(x)=3x^2+\frac{4x^3}{4}=3x^2+x^3$

$f''(x)=6x+3x^2$

$f''(x)=0 \iff 6x+3x^2=0 \iff 3x.(2+x)=0 \iff x=0 \vee x=-2$

f''(x)	+	−2	−	0	+
f(x)	∪	IB	∩	IB	∪

f(x) je konkávna na $(-2,0)$
konvexná na $(-\infty,-2)$ a na $(0,\infty)$

$f(x)=16x\,(x-1)^3$
$D(f)=R$

$f'(x)=16(x-1)^3+16x.3(x-1)^2=16(x-1)^2(x-1+3x)=$
$=16(x-1)^2(4x-1)$

$f''(x)=16.2(x-1)(4x-1)+16(x-1)^2.4=32(x-1)(4x-1+2(x-1))$
$=32(x-1)(4x-1+2x-2)=$
$=32(x-1)(6x-3)$

$f''(x)=0 \iff 32(x-1)(6x-3)=0 \iff x=1 \vee x=\frac{1}{2}$

f''(x)	+	$\frac{1}{2}$	−	1	+
f(x)	∪	IB	∩	IB	∪

f(x) je konvexná na $(-\infty,\frac{1}{2})$ a na $(1,\infty)$
konkávna na $(\frac{1}{2},1)$

$f(x)=x.e^{-x}$ $\quad D(f)=R$

$f'(x)=e^{-x}(1-x)$

$f''(x)=e^{-x}(-1)(1-x)+e^{-x}(-1)=e^{-x}(-1+x-1)=e^{-x}(x-2)$

$f''(x)=0 \iff e^{-x}(x-2)=0 \iff x=2$ $\quad (e^{-x}>0)$

f''(x)	−	2	+
f(x)	∩	IB	∪

v x=2

f(x) je konkávna na $(-\infty,2)$
konvexná na $(2,\infty)$

$f(x)=\frac{x^2}{x+4}$ $\quad x+4\neq 0$ $\quad D(f)=R-\{-4\}$
$x\neq -4$

$f'(x)=\frac{2x(x+4)-x^2}{(x+4)^2}=\frac{2x^2+8x-x^2}{(x+4)^2}=\frac{x^2+8x}{(x+4)^2}$

$f''(x)=\frac{(2x+8)(x+4)^2-(x^2+8x)2(x+4)}{(x+4)^4}=\frac{2x^2+8x+8x+32-2x^2-16x}{(x+4)^3}$

$=\frac{32}{(x+4)^3}\neq 0$

f''(x)	−	−4 ∉ D(f)	+
f(x)	∩	×	∪

IB nemá.

f(x) je konvexná na $(-4,\infty)$
konkávna na $(-\infty,-4)$

$f(x)=\frac{x^2+4}{x}$ $\quad D(f)=R-\{0\}$

$f'(x)=\frac{2x.x-(x^2+4)}{x^2}=\frac{x^2-4}{x^2}$ $\quad x^2>0$

$f'(x)=0 \iff x^2-4=0 \iff x^2=4 \iff x=2 \vee x=-2$

f'(x)	+	−2	−	0	−	2	+
f(x)	↗		↘	×	↘		↗

v x=−2 l. MAX
v x=2 l. MIN

$f(-2)=-4$
$f(2)=4$

$f''(x)=\frac{2x.x^2-(x^2-4).2x}{x^4}=\frac{2x.x-(x^2-4).2}{x^3}=\frac{2x^2-2x^2+8}{x^3}=\frac{8}{x^3}$ $\quad \neq 0$

f''(x)	−	0	+
f(x)	∩	×	∪

IB nemá.

NB: $x\neq 0$ $\quad$ NB nemá.
$y=0 \rightarrow \frac{x^2+4}{x}=0$ $\quad (x^2+4>0)$

$f(-x)=\frac{(-x)^2+4}{-x}=-\frac{x^2+4}{x}=-f(x)$ $\Rightarrow$ f(x) je nepárna

ABS: $\lim_{x\to0^+}\frac{x^2+4}{x}\left[\frac{4}{0^+}\right]=\infty$ $\quad \lim_{x\to0^-}\frac{x^2+4}{x}\left[\frac{4}{0^-}\right]=-\infty$
→ $x=0$

ASS: $k=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+4}{x^2}=1$ $\quad q=\lim_{x\to\infty}(f(x)-kx)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+4}{x}-x\right)=$
$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+4-x^2}{x}=0$
→ $y=x$