

Matice - Operácie s maticami.

Hodnoty matice

$$\begin{pmatrix} 2x+9 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2y-7 \end{pmatrix}$$

$3 = 2y - 1 \Rightarrow y = 2$
 $2x + 9 = 1 \Rightarrow x = -4$

$m \times n$
 \downarrow
 \downarrow počet riadkov
 \downarrow počet stĺpcov

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 7 & 2 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -7 & 2 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 7 \\ 0 & 4 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & -7 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -12 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3 \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 \\ 3 & -6 & -12 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$$5A - 3B = 5 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 & 15 \\ 21 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -21 & 8 \end{pmatrix}$$

$$-2 \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 7 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} - 4 \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ -8 & -14 \\ -10 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ 0 & 4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -8 & -18 \\ -6 & -10 \end{pmatrix}$$

NÁSOBENIE MATÍC

$$A \cdot B = C$$

$m \times k$ $k \times n$ $m \times n$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -12 \\ 7 & -13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$m \times k$ $k \times n$ $m \times n$

$$A \cdot B \neq B \cdot A$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

jednotková matica

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -5 \\ -2 & 5 & 8 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 7 & 20 \end{pmatrix}$$

2×3 3×2 2×2

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

3×1 1×3 3×3

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 0 & -2 \\ 2 & 4 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3×2 2×4 3×4

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} = (-10)$$

1×3 3×1 1×1

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

2×3 3×1 2×1

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 4 & 4 \\ 1 & -5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

4×3 3×2 4×2

h(A) = ?

$$A \sim \dots \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{-3R_1} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h(A) = 1$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 6 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{-2R_1} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad h(A) = 2$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -2R_1 \\ -R_1 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{+R_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h(A) = 2$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -2R_1 \\ +R_1 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot \frac{1}{-3} \\ +3R_2 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{+3R_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad h(A) = 3$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & -6 & 9 \\ 4 & 8 & 12 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +3R_1 \\ -4R_1 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -12 & 18 \\ 0 & 16 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot \frac{1}{-12} \\ \cdot \frac{1}{16} \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -R_2 \\ +2R_2 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad h(A) = 3$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & -2 \\ 4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -R_2 \\ -R_1 \\ -R_3 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -3R_1 \\ -2R_1 \\ -4R_1 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & -8 & -10 & 6 \\ 0 & -5 & -5 & 3 \\ 0 & -15 & -15 & 9 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot \frac{1}{-8} \\ \cdot \frac{1}{-5} \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & 1.25 & -0.75 \\ 0 & 1 & 1 & 0.6 \\ 0 & 1 & 1 & 0.6 \end{pmatrix} \quad h(A) = 2$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 2 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 7 \\ 1 & 1 & -5 \\ 2 & -1 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -2R_1 \\ -R_1 \\ -R_1 \\ -2R_1 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 6 & -8 \\ 0 & 9 & -12 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +R_2 \\ -2R_2 \\ -3R_2 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h(A) = 2$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 11 & -3 & 5 \\ 3 & 0 & 2 & -5 \\ 2 & 5 & 7 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{-R_2} \begin{pmatrix} -1 & 11 & -5 & 10 \\ 3 & 0 & 2 & -5 \\ 2 & 5 & 7 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +3R_1 \\ +2R_1 \end{matrix}} \begin{pmatrix} -1 & 11 & -5 & 10 \\ 0 & 33 & -13 & 25 \\ 0 & 27 & -3 & 24 \end{pmatrix} \xrightarrow{\cdot \frac{1}{3}} \begin{pmatrix} -1 & 11 & -5 & 10 \\ 0 & 33 & -13 & 25 \\ 0 & 9 & -1 & 8 \end{pmatrix} \quad h(A) = 3$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 11 & -5 & 10 \\ 0 & 33 & -13 & 25 \\ 0 & 9 & -1 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -33 + 9 \cdot 13 \\ 33 \cdot 8 - 9 \cdot 25 \end{matrix}} \begin{pmatrix} -1 & 11 & -5 & 10 \\ 0 & 33 & -13 & 25 \\ 0 & 0 & 84 & 39 \end{pmatrix} \quad h(A) = 3$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 & 5 & 2 \\ 0 & 13 & 108 & 26 & 19 \\ -1 & 6 & 102 & 21 & 17 \\ 2 & 1 & -96 & -16 & -15 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +R_1 \\ -2R_1 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 & 5 & 2 \\ 0 & 13 & 108 & 26 & 19 \\ 0 & 13 & 108 & 26 & 19 \\ 0 & -13 & -108 & -26 & -19 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -R_2 \\ +R_2 \end{matrix}} \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 & 5 & 2 \\ 0 & 13 & 108 & 26 & 19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h(A) = 2$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 5 & 7 & 2 \\ -8 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -R_1 \\ +3R_1 \\ +5R_1 \\ -8R_1 \\ +R_1 \end{matrix}} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 3 & -7 & 2 \\ 5 & 7 & 2 \\ -8 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +3R_2 \\ +5R_2 \\ -8R_2 \\ +R_2 \end{matrix}} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 21 & 7 \\ 0 & -22 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot \frac{1}{2} \\ +4R_2 \\ -2R_2 \end{matrix}} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 3 & 3.5 \\ 0 & -11 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad h(A) = 3$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 3 & 3.5 \\ 0 & -11 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} +3R_2 \\ +2R_2 \end{matrix}} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} \cdot \frac{1}{10} \\ \cdot \frac{1}{11} \\ \cdot \frac{1}{8} \end{matrix}} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -R_3 \\ +R_3 \end{matrix}} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2.5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h(A) = 3$$