# KOMPLEXNÉ ČÍSLA

$(1+i)$, $2i$

$i$ ... imaginárna jednotka

$i^2=-1$

napr. $x^2-1=0$

$x^2=1$

$x_{1,2}=\pm 1$

---

$x^2+1=0$

$x^2=-1$ v R nemá riešenie

v komplexných už má riešenie

$x_{1,2}=\pm i$

$i^2=-1$ $\quad (-i)^2=(-1)^2\cdot i^2=-1$

**Def.** $C=\{a+bi;\ a,b\in R\};\ i^2=-1$

$\boxed{z=a+bi}$ .... algebraický tvar komplexného čísla.

$a=\mathrm{Re}\,z$

$b=\mathrm{Im}\,z$

príklad: $z=1+2i$ $\quad$ $z=-3i$

$1=\mathrm{Re}\,z$ $\quad$ $\mathrm{Re}\,z=0$

$2=\mathrm{Im}\,z$ $\quad$ $\mathrm{Im}\,z=-3$

$i$ ... imaginárna jednotka

$i^2=-1$, $\quad i^3=i\cdot i^2=i\cdot(-1)=-i$

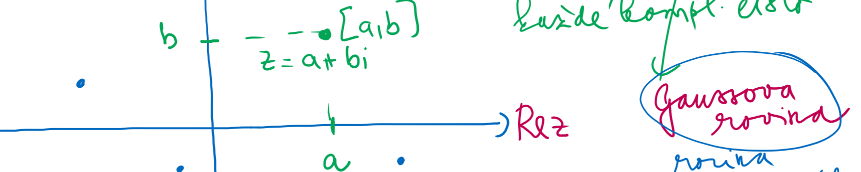
$i^4=i^2\cdot i^2=(-1)\cdot(-1)=1$, ....

---

geometrická interpretácia kompl. čísel.

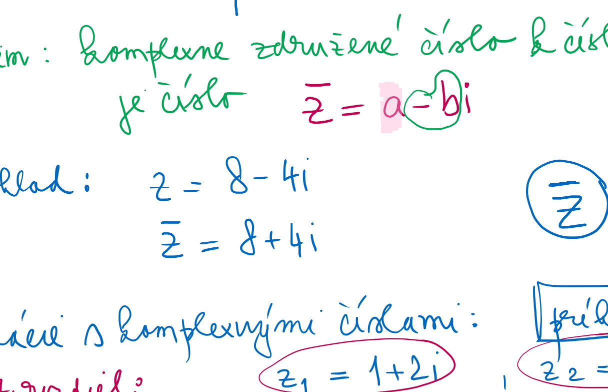
reálne čísla viem zobraziť na reálnej osi

1D




každé komplexné číslo $z=a+bi$ viem zobraziť ako bod $[a,b]$ roviny.

2D




každé kompl. číslo

Gaussova rovina

rovina komplexných čísel.

pojem: komplexne združené číslo k číslu $z=a+bi$ je číslo $\bar{z}=a-bi$

príklad: $z=8-4i$

$\bar{z}=8+4i$

$\bar{z}$ označenie komplexne združeného čísla

Operácie s komplexnými číslami: $\boxed{\text{príklady}}$

$z_1=1+2i$, $\quad z_2=-3+4i$

súčet, rozdiel:

$z_1+z_2=1+2i+(-3+4i)=-2+6i$

$z_1-z_2=1+2i-(-3+4i)=4-2i$

súčin: $\qquad i^2=-1$

$z_1\cdot z_2=(1+2i)(-3+4i)=-3+\boxed{4i-6i}+8i^2=$

$=-3-2i-8=\boxed{-11-2i}$

podiel:

$\frac{z_1}{z_2}=\frac{1+2i}{-3+4i}\cdot\frac{-3-4i}{-3-4i}=\frac{(1+2i)(-3-4i)}{(-3+4i)\cdot(-3-4i)}=$

výsledok: $a+bi$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$a=-3$

$b=4i$

$a^2-b^2=(-3)^2-(4i)^2=$

$=9-16i^2=9+16$

$i^2=-1$

$=\frac{-3-4i-6i-8i^2}{9-16i^2}=\frac{-3-10i+8}{9+16}=\frac{5-10i}{25}=$

$=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

príklad: $z_1=1+i$ $\quad z_1=z_2$

$z_2=1+i$

---

$z_1=1+2i$ $\quad z_1\neq z_2$

$z_2=1-2i$

---

$z_1=2+2i$

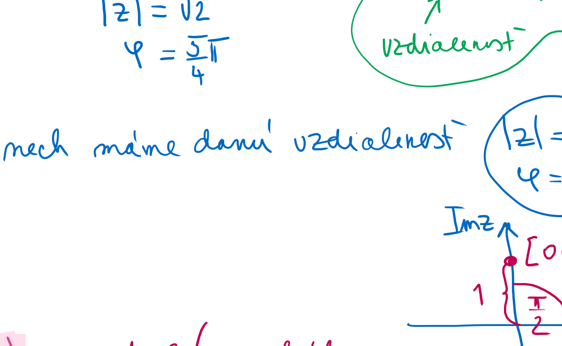
$z_2=1+i$

! otázka: ktoré komplexné č. je väčšie (menšie) je nezmyselná!

Komp. čísla nevieme porovnávať.

## GONIOMETRICKÝ TVAR KOMP. ČÍSLA

$z=a+bi$ (algebraický tvar)




$[2,3]$

$[-1,-1]$

$|z|=\sqrt{2}$

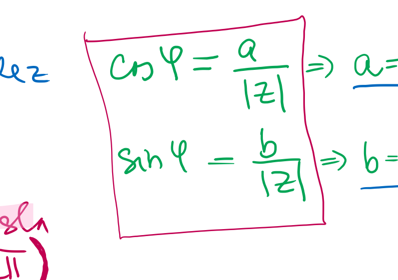
$\varphi=\frac{5\pi}{4}$

$|z|$, $\varphi$ ← uhol

vzdialenosť

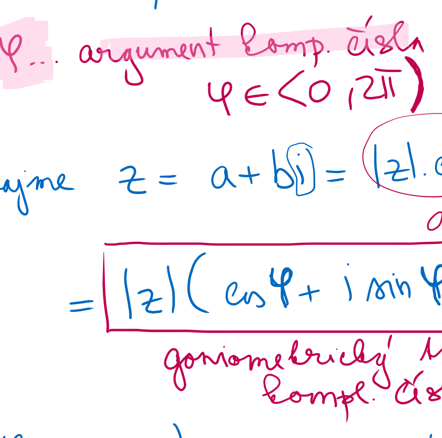
jednoznačne mi určia bod roviny a teda aj komplexné číslo

nech máme danú vzdialenosť $|z|=1$, $\varphi=\frac{\pi}{2}$ z ktorý bod to je $[0,1]$




, $z=i$

$|z|$ ... modul (absolútna hodnota) komplexného čísla.




$|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

$\cos\varphi=\frac{a}{|z|}\Rightarrow a=|z|\cdot\cos\varphi$

$\sin\varphi=\frac{b}{|z|}\Rightarrow b=|z|\cdot\sin\varphi$

$\varphi$ ... argument komp. čísla

$\varphi\in\langle 0,2\pi)$

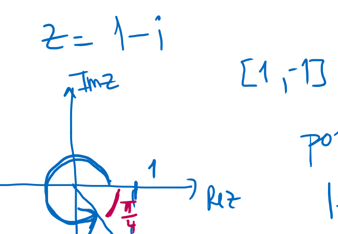
majme $z=a+bi=\underbrace{|z|\cdot\cos\varphi}_{a}+i\cdot\underbrace{|z|\cdot\sin\varphi}_{b}=$

$=\boxed{|z|(\cos\varphi+i\sin\varphi)}$

goniometrický tvar kompl. čísla.

príklad: 1) $z=i$ $\quad$ napíšme ho v goniom. tvare

$[0,1]$




$|z|=1=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{0^2+1^2}=1$

$\varphi=\frac{\pi}{2}$

$i=1\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

2) $z=1-i$ $\quad a=1,\ b=-1$

$[1,-1]$




potrebujem $|z|$, $\varphi$

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$

$\varphi=\frac{7\pi}{4}$

$1-i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{7}{4}\pi+i\sin\frac{7}{4}\pi\right)$