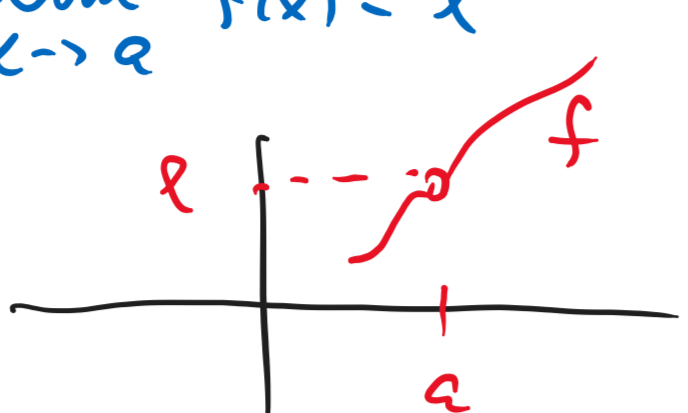


LIMITA F2P (UF) + perliča

polobojem & spojilosti & PD

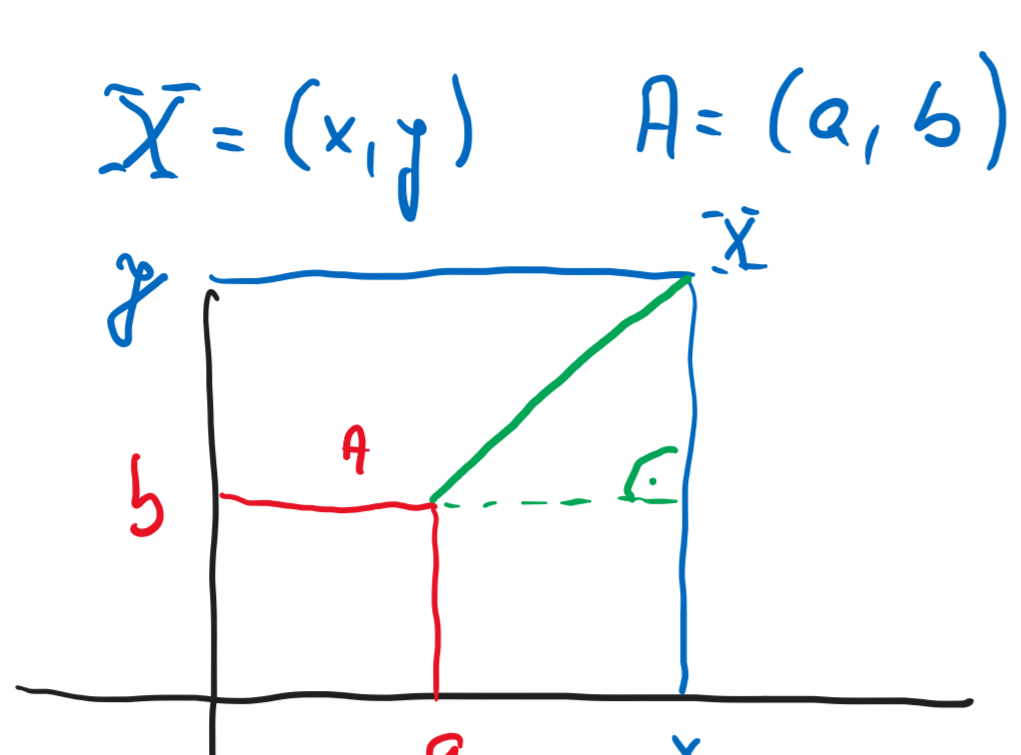
pozri do f114

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$$



d.i.  $\exists \epsilon > 0 \Rightarrow f(x) \rightarrow l$   
 mediant  $\rightarrow 0 \Rightarrow$  mediant  $\rightarrow 0$   
 $|x-a| \rightarrow 0 \Rightarrow |f(x)-l| \rightarrow 0$

polobojem net-redfinovani vod. v  $\mathbb{R}^2$  (D2) matika



logičy  
 $\rho(X,A) = |AX| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$

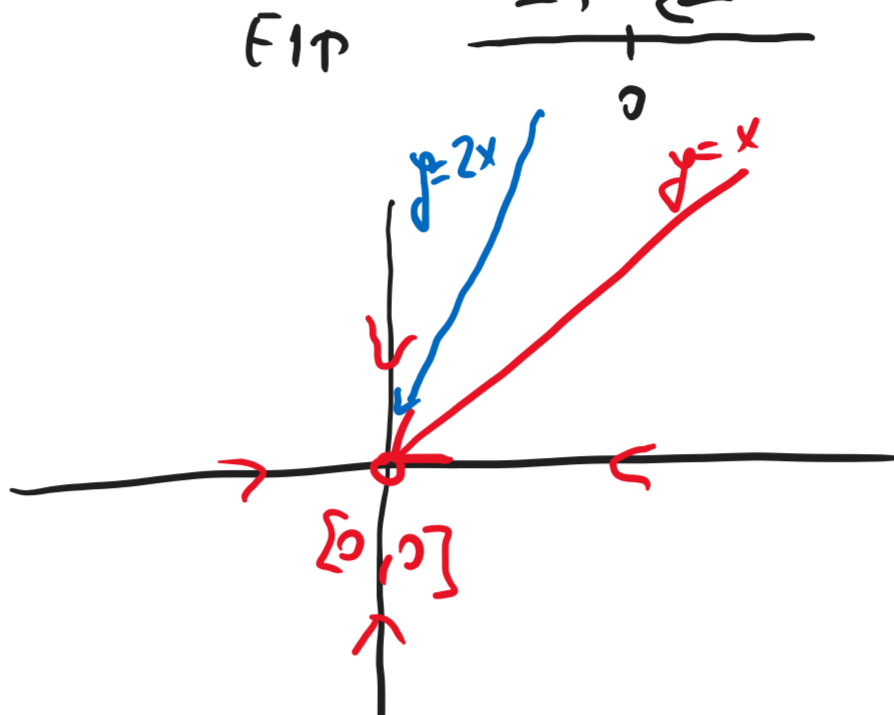
medialnost v  $\mathbb{R}^2$  v  $\mathbb{R}^1$

Q3 pu  $\rho(X,A) \rightarrow 0 \Rightarrow |f(X)-l| \rightarrow 0$

tež l je limito F2P

$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ y \rightarrow b}} f(x,y) = l$   $\Leftrightarrow \exists \epsilon > 0 \Rightarrow f(X) \rightarrow l$

Vypočít.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$



Problém do 2,3,3 možno in' p so med' limito dcl

1. pójden w  $(y=x, x>0)$

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ y=x}} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2x^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

2. pójden  $y=2x, x>0$

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ y=2x}} \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x}{\sqrt{5x^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

DANA' LIMITA NEEX. ?!  $l = \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$  ?!  
 HATLAB

Zákl meř o limitaci (súčed, súčin ...) otkáje' u polnosti

$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} (x \cdot y^2) = \left( \lim_{x \rightarrow 1} x \right) \left( \lim_{\substack{y \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 2}} y^2 \right) = 1 \cdot 4$

Pravidlo al pu doradení bodu  $A=[a,b]$  do limitní fci nerovnáne neničy' n'roz (nepr. 0), tol limitu F2P možem nádot přisamp doradení = def. spojilosti

HVOZK(TE, a  $f(x,y)$  je spoj v  $A=[a,b]$  al

$\lim_{\substack{x \rightarrow a \\ y \rightarrow b}} f(x,y) = f(a,b) (f(A))$

Příklad

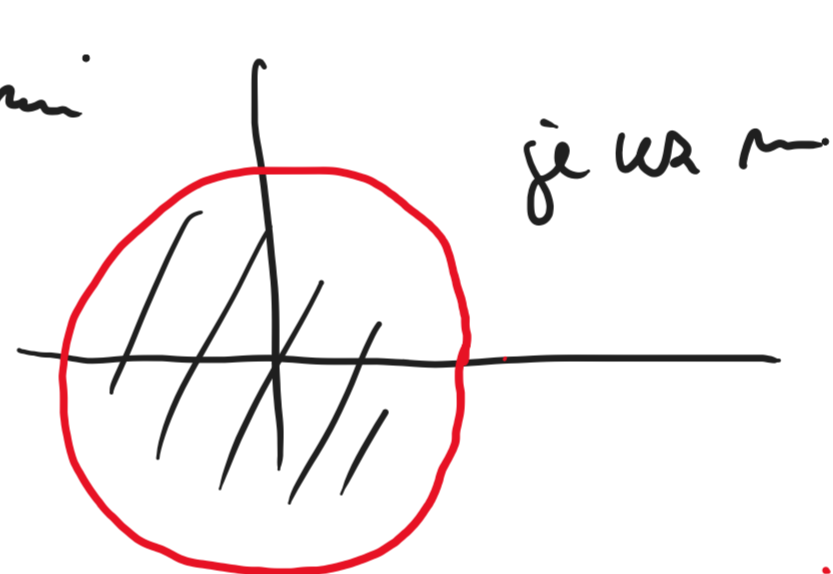
$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2} \left( \frac{0}{0} \right) \left| \begin{matrix} x^2+y^2 = t \\ x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0 \end{matrix} \right. = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$

$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right) = 0$

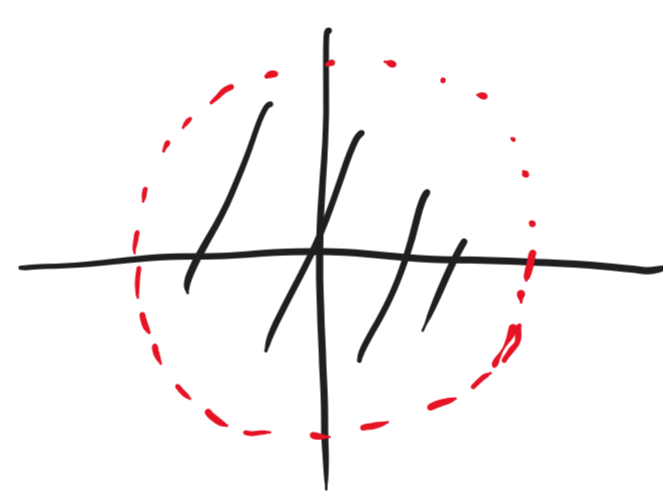
S1 p al f je spoj na UZAVRETOU  $\langle a,b \rangle$ , potom f ma' MAX a' MIN na  $\langle a,b \rangle$

na  $\mathbb{R}^2$  spojem & množinami

UF  
 Q2 množina M obzřely spoj hranici možy na se uzavretá



$M: x^2+y^2 \leq 1$   
 kruh  
 $a: x^2+y^2 = 1$  kruž-  
 je hranice M



$M: x^2+y^2 < 1$   
 M je ur. množ.

Veda:

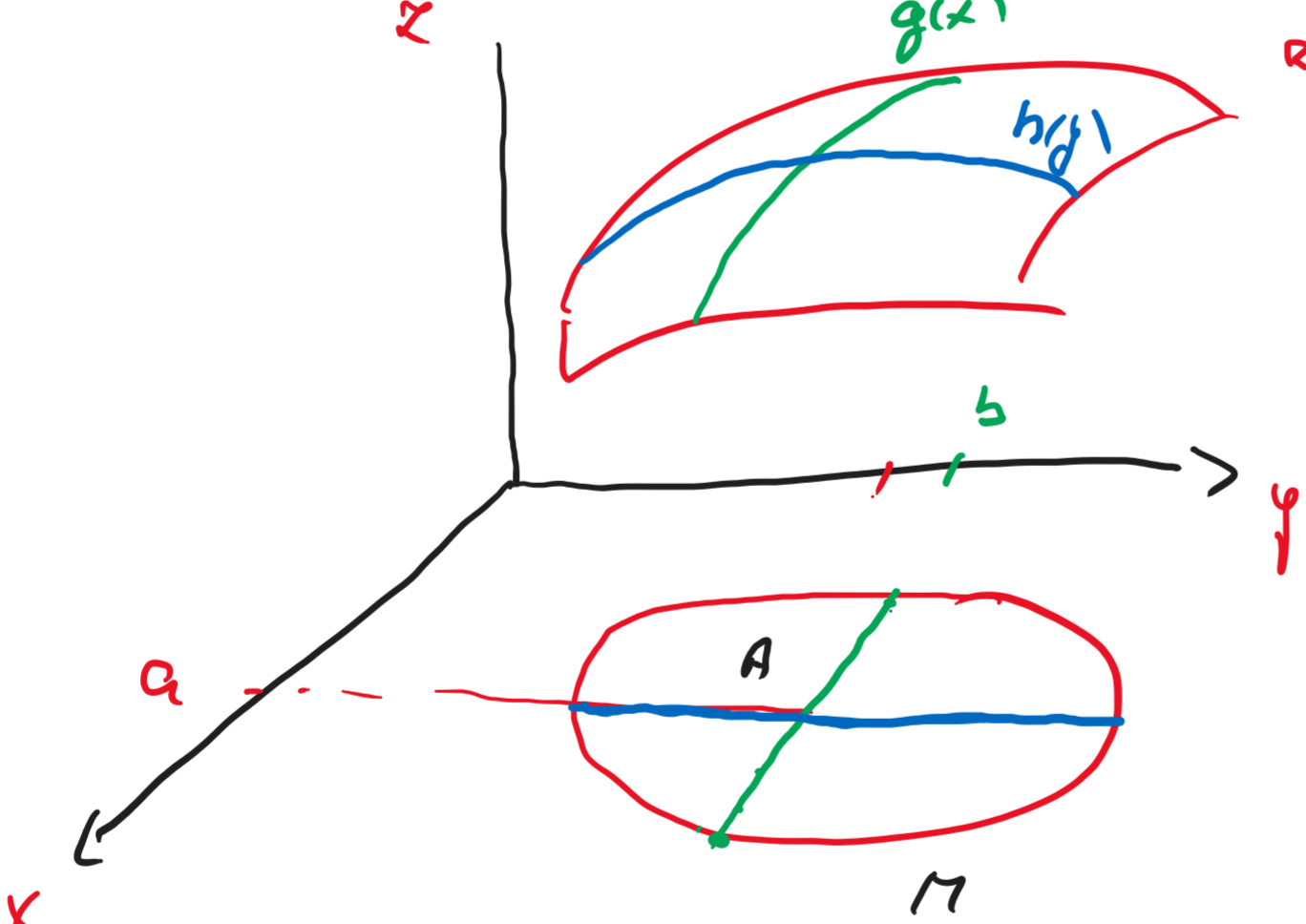
al  $f(x,y)$  je spoj' na uzavřelí a ohraničelí množině M, tol f modobíde na M a' MAX - největší hod. a' MIN - nejmenší hod.

AKO NÁST' MIN/MAX POMOČOU PARR. DER.

"PARCIÁLNĚ" DERIVÁCIE

PD na f2p hude cel deriváci f1p a teda

množ' nerovnosti deriváci na f1p se automaticy přenesu a' po F2P



Med  $f(x,y)$  je def. na M, množ-  
 $A=[a,b] \in M$   
 Pomocou  $f(x,y)$  meř definoval  
 dve parciálne funkcie  $g(x), h(y)$   
 (sú to f1p)

možer úseč'  $[a,b]$  a  $a=f(x,y)$   
 $g(x) = f(x,b)$  je to žuvše na žbode

roben úseč'  $[a,y]$  a g'pádej  $h(y) = f(a,y)$   
 Me al parciálno fcie  $g(x)$  má deriváci v a. Táto deriváci nazývame PARCIÁLNÁ DERIVÁCIA f PODĽA x v bode  $A=[a,b]$

Zápis  $\frac{\partial f(A)}{\partial x} = g'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x,b) - f(a,b)}{x - a} = f'_x(A)$

Med parciálno fcie  $h(y)$  má deriváci v b. Táto der. nazývame PD f podĽA y v A

Zápis  $\frac{\partial f(A)}{\partial y} = h'(b) = \lim_{y \rightarrow b} \frac{h(y) - h(b)}{y - b} = \lim_{y \rightarrow b} \frac{f(a,y) - f(a,b)}{y - b}$

PD f2P je def cel der. f1p d.i. pravidlo pre derivovanie na norma  $\frac{\partial}{\partial x} (f(x,y) \cdot g(x,y)) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g + f \cdot \frac{\partial g}{\partial x}$

$\frac{\partial f(A)}{\partial x} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x,b) - f(a,b)}{x - a}$  Pu n'póže PD podĽe x je druhé premenné fikrovani d, armeni na d.i spoj' na spoř' d' d.i. NÁST' PRAVIDLO PRE ÚPOČET  $\frac{\partial}{\partial x}$  NA PŘEDČOVI' g v d'řevě do se spoř.

$f(x,y) = x^3 \sin y$   
 $\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 \sin y$   $\frac{\partial f}{\partial y} = x^3 \cos y$

PD I. v'edle