

Príklady na precvičenie na 2. zápočtovú písomku.

1. Týždeň má 5 pracovných dní a 2 voľné dni (víkend). Pravdepodobnosť toho, že počas pracovného dňa študent vstane pred 6^{30} je 0,7. Pravdepodobnosť, že počas víkendu študent vstane pred 6^{30} je 0,1.
 - a) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že študent vstane pred 6^{30} .
 - b) Aká je pravdepodobnosť toho, že deň bol pracovný ak študent vstal pred 6^{30} ? [a) 0,5285, b) 0,9459]
2. Istá výrobná chyba sa vyskytuje u 15% práčok. Pri práčkach s touto výrobnou chybou dochádza k poruche v záručnej dobe s pravdepodobnosťou 0,6, kým u ostatných len s pravdepodobnosťou 0,1. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
 - a) náhodne vybratá práčka sa pokazí v záručnej dobe;
 - b) náhodne vybratá práčka má výrobnú chybu, ak sa pokazila v záručnej dobe. [a) 0,175, b) 0,5143]
3. V triede je 60% dievčat. Z nich 70% je nižších ako 170 cm. Z chlapcov je nižších ako 170 cm len 30%.
 - a) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný žiak je nižší ako 170 cm.
 - b) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný žiak je chlapec, ak je nižší ako 170 cm. [a) 0,54, b) 0,222]
4. Nech $4 : 6 : 5 : 5$ je pomer počtu výrobkov vyrobených na štyroch strojoch. Pravdepodobnosť produkcie výrobku prvej akosti je pre jednotlivé stroje v danom poradí takáto: 0,7; 0,6; 0,8 a 0,7.
 - a) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný výrobok je prvej akosti.
 - b) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný výrobok bol vyrobený na prvom stroji, ak je prvej akosti. [a) 0,695, b) 0,2014]
5. 30% študentov študuje priebežne počas semestra. Z nich 90% urobí skúšku v riadnom termíne. Zo študentov, ktorí neštudujú priebežne počas semestra len 20% urobí skúšku v riadnom termíne.
 - a) Vypočítajte pravdepodobnosť, že náhodne vybraný študent urobil skúšku v riadnom termíne.
 - b) Náhodne vybraný študent urobil skúšku v riadnom termíne. Aká je pravdepodobnosť, že študoval priebežne počas semestra? [a) 0,41, b) 0,6585]
6. Dva automaty vyrábajú rovnaké výrobky, pričom produktivita prvého je trikrát vyššia ako produktivita druhého. Prvý automat vyrába 70% kvalitných výrobkov, druhý 80% kvalitných výrobkov. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
 - a) náhodne vybraný výrobok je kvalitný;
 - b) náhodne vybraný výrobok bol vyrobený druhým automatom, ak je kvalitný. [a) 0,725, b) 0,2759]
7. Z krabice, ktorá obsahuje 6 čiernych a 9 bielych gulí, náhodne vyberieme jednu guľu. Potom ju vrátíme späť a pridáme ešte 5 gulí tej istej farby, akej bola vytiahnutá guľa.
 - a) Aká je pravdepodobnosť toho, že v druhom ťahu vytiahneme z krabice bielu guľu?
 - b) Aká je pravdepodobnosť, že v prvom ťahu sme vytiahli čiernu guľu, ak v druhom ťahu vytiahneme z krabice bielu guľu? [a) 0,6, b) 0,3]
8. Pre maturitnú skúšku z matematiky majú študenti 30 otázok. Študent sa naučil 12 otázok priemerne a 18 otázok ovláda výborne. Študent odpovedá na dve vytiahnuté otázky. Pravdepodobnosť, že zmaturuje aspoň na dvojku, je:
 - v prípade vytiahnutia dvoch priemerne naučených otázok 0,3;
 - v prípade vytiahnutia dvoch výborne naučených otázok 0,8;
 - v prípade vytiahnutia jednej priemerne a jednej výborne naučenej otázky 0,5.

Vypočítajte:

- a) Aká je pravdepodobnosť, že študent zmaturuje aspoň na dvojku?
 - b) Ak študent zmaturoval aspoň na dvojku, aká je pravdepodobnosť, že si vytiahol dve otázky, ktoré sa naučil priemerne? [a) 0,5752, b) 0,0791]
9. Zistilo sa, že semienko vyklíči s pravdepodobnosťou 80%. Ak zasejeme 10 semiačok, aká je pravdepodobnosť, že
 - a) vyklíči práve 7 semiačok,

- b) vyklíčia spoň 4 semiačka. [a) 0,20133; b) 0,99914]
10. Z urny, v ktorej je 8 bielych a dve čierne guľky, sa ťahá po jednej guľke, pričom sa po každom ťahu guľka vráti späť do urny. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- medzi šiestimi postupne vytiahnutými guľkami budú tri biele guľky;
 - medzi ôsmimi postupne vytiahnutými guľkami budú aspoň štyri biele guľky. [a) 0,08192; b) 0,98959]
11. Výskum ukázal, že študent, ktorý sa učil, má 80% nú šancu výberu správnej odpovede pri teste s výberom odpovedí. Test má 10 otázok a pri každej otázke si vyberáme z 3 odpovedí.
- Aká je pravdepodobnosť, že študent, ktorý sa učil, odpovie aspoň na 8 otázok správne?
 - Aká je pravdepodobnosť, že študent, ktorý sa neučil (vyberá odpovede náhodne), odpovie správne na maximálne 5 otázok? [a) 0,67780, b) 0,92344]
12. Test pozostáva z 8 otázok, pričom pri každej otázke študent vyberá z 3 možností (práve 1 je správna). Ak sa študent učil, je pravdepodobnosť správnej odpovede pri každej z otázok 0,7. Ak sa neučil, volí odpovede náhodne. Aká je pravdepodobnosť toho, že
- študent správne odpovie aspoň na šesť otázok, ak sa učil;
 - študent správne odpovie aspoň na šesť otázok, ak sa neučil;
 - náhodne vybraný študent odpovie aspoň na šesť otázok, ak vieme, že tretina študentov sa neučila. [a) 0,55177; b) 0,01966; c) 0,3744]
13. Triedny učiteľ zistil, že 12 z 20 študentov býva na stredoškolskom internáte. Náhodne vyberieme 8 študentov. Aká je pravdepodobnosť, že
- 6 študenti bývajú na stredoškolskom internáte,
 - najmenej 3 študenti bývajú na stredoškolskom internáte. [a) 0,20538; b) 0,98456]
14. Z urny, v ktorej je 6 bielych a 4 čierne guľky, vytiahneme 4 guľky (bez vrátenia). Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- medzi vytiahnutými guľkami budú najviac dve čierne guľky;
 - všetky guľky budú rovnakej farby. [a) 0,881; b) 0,07619]
15. Predpokladajme, že hádzeme súčasne dvoma kockami. Vykonáme 3 hody. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje počet hodov, pri ktorých hodíme súčet 9.
- Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku pre náhodnú premennú X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov).
 - Vypočítajte strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X .
 - Vypočítajte $P(0 < X \leq 2)$, $P(X > E(X))$.
 - Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X .
- $$X \sim \text{bino}(3, \frac{1}{9}) \text{ a) } \begin{array}{c|c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P_i & \frac{512}{729} & \frac{192}{729} & \frac{24}{729} & \frac{1}{729} \end{array}; \text{ b) } E(X) = \frac{1}{3}, D(X) = \frac{8}{27}; \text{ c) } P(0 < X \leq 2) = \frac{216}{729},$$
- $$P(X > E(X)) = \frac{217}{729}$$
16. V krabici je 9 guľôčok, z ktorých jedna tretina sú biele guľôčky. Nech X je náhodná premenná, ktorá nadobúda hodnoty počtu bielych guľôčok medzi štyrmi náhodne vybranými guľôčkami (bez vrátenia).
- Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov);
 - Vypočítajte strednú hodnotu náhodnej premennej X .
 - Vypočítajte $P(0 < X \leq 2)$, $P(X > E(X))$.
 - Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X .
- $$X \sim \text{hyge}(9, 3, 4) \text{ a) } \begin{array}{c|c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P_i & \frac{15}{126} & \frac{60}{126} & \frac{45}{126} & \frac{6}{126} \end{array}; \text{ b) } E(X) = \frac{4}{3}; \text{ c) } P(0 < X \leq 2) = \frac{105}{126}, P(X > E(X)) = \frac{51}{126}$$
17. Predpokladajme, že hádzeme súčasne tromi mincami. Vykonáme tri hody. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje počet hodov, pri ktorých hodíme dve hlavy a jeden znak.
- Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov);
 - Vypočítajte strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X .
 - Vypočítajte $P(X > 1)$, $P(X \leq E(X))$.

d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$X \sim \text{bino}(3, \frac{3}{8}) \text{ a) } \begin{array}{c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline p_i & \frac{125}{512} & \frac{225}{512} & \frac{135}{512} & \frac{27}{512} \end{array}; \text{ b) } E(X) = \frac{9}{8}, D(X) = \frac{45}{64}; \text{ c) } P(X > 1) = \frac{162}{512}, \\ P(X \leq E(X)) = \frac{350}{512}$$

18. Predpokladajme, že hádzeme súčasne dvoma kockami. Nech X je náhodná premenná, ktorá reprezentuje minimum hodených hodnôt.

a) Zostrojte pravdepodobnostnú tabuľku pre náhodnú premennú X (hodnoty zapíšte v tvare zlomkov).

b) Vypočítajte strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X .

c) Vypočítajte $P(X > 4)$, $X \leq E(X)$.

d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$\text{a) } \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} x_i & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline p_i & \frac{11}{36} & \frac{9}{36} & \frac{7}{36} & \frac{5}{36} & \frac{3}{36} & \frac{1}{36} \end{array}; \text{ b) } E(X) = \frac{91}{36}, D(X) = \frac{2555}{1296}; \text{ c) } P(X > 4) = \frac{1}{9}, P(X \leq E(X)) = \frac{5}{9}$$

19. Terč tvorí kruh K a dve medzikružia M_1 a M_2 . Zásah do kruhu K znamená 10 bodov, zásah do medzikružia M_1 znamená 5 bodov a do M_2 znamená 0 bodov. Pravdepodobnosť zásahu kruhu K je 0,5, pravdepodobnosť zásahu medzikružia M_1 je 0,3 a pravdepodobnosť zásahu medzikružia M_2 je 0,2. Nech náhodná premenná X je rovná počtu získaných bodov pri 2 nezávislých výstreloch. Určte:

a) zákon rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej X (pravdepodobnostnú tabuľku);

b) strednú hodnotu náhodnej premennej X ;

c) pravdepodobnosti $P(X \leq 10)$, $P(5 < X \leq 15)$;

d) Napíšte distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x_i & 0 & 5 & 10 & 15 & 20 \\ \hline p_i & 0,04 & 0,12 & 0,29 & 0,3 & 0,25 \end{array}; \text{ b) } E(X) = 13; \text{ c) } P(X \leq 10) = 0,45; P(5 < X \leq 15) = 0,59.$$

20. V triede je 15 študentov, z ktorých jedna tretina študuje s vyznamenaním. Nech X je náhodná premenná, ktorá nadobúda hodnoty počtu vyznamenaných študentov medzi tromi náhodne vybranými študentmi. Určte:

a) zákon rozdelenia pravdepodobnosti náhodnej premennej X (pravdepodobnostnú tabuľku);

b) pravdepodobnosť, že medzi tromi náhodne vybranými študentmi bol aspoň jeden vyznamenaný študent.

c) strednú hodnotu náhodnej premennej X .

d) distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$X \sim \text{hyge}(15, 5, 3); \text{ a) } \begin{array}{c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline p_i & \frac{120}{455} & \frac{225}{455} & \frac{100}{455} & \frac{10}{455} \end{array}; \text{ b) } E(X) = 1; \text{ c) } P(0 < X \leq 2) = \frac{325}{455}, P(X > E(X)) = \frac{120}{455}$$

21. Pravdepodobnosť správnej odpovede na konkurze je 0,7. Predseda komisie kladie otázky. Ak respondent odpovie nesprávne, ďalšiu otázku nedostane a je vyradený. Ak odpovie správne, dostane ďalšiu otázku, ale spolu dostane najviac 4 otázky. Určte:

a) pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X , ktorá nadobúda hodnoty počtu položených otázok;

b) strednú hodnotu náhodnej premennej X ;

c) pravdepodobnosť toho, že budú položené aspoň tri otázky;

d) distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$\begin{array}{c|c|c|c} x_i & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline p_i & 0,3 & 0,21 & 0,147 & 0,343 \end{array}; \text{ b) } E(X) = 2,533; \text{ c) } P(X \geq 3) = 0,49.$$

22. Pravdepodobnosť zhotovenia štandardnej súčiastky je 0,8. Z vyrobenej série súčiastok kontrolór vyberá postupne súčiastky a kontroluje ich kvalitu. Ak je súčiastka kvalitná, kontrolór vyberie ďalšiu, ale vyberie najviac 4 súčiastky. Ak kontrolovaná súčiastka nezodpovedá štandardu, kontrola sa zastaví a séria sa vyradí. Náhodná premenná X nadobúda hodnoty počtu kontrolovaných súčiastok. Určte:

a) pravdepodobnostnú tabuľku náhodnej premennej X ;

b) pravdepodobnosť toho, že budú kontrolované aspoň tri súčiastky;

c) strednú hodnotu a disperziu náhodnej premennej X ;

d) distribučnú funkciu náhodnej premennej X .

$$\begin{array}{c|c|c|c} x_i & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline p_i & 0,2 & 0,16 & 0,128 & 0,512 \end{array}; \text{ b) } E(X) = 2,952; \text{ c) } P(X \geq 3) = 0,64.$$

23. Do predajne príde priemerne 90 zákazníkov za hodinu. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- v priebehu 5 minút nepríde do predajne žiaden zákazník,
 - v priebehu 3 minút prídu do predajne aspoň traja zákazníci. [a) $5,53 \cdot 10^{-4}$; b) 0,82641]
24. Rádioaktívna látka vyžaruje priemerne 80 častíc za minútu. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- v priebehu 5 sekúnd vyžiari najviac 2 častice;
 - vv priebehu 3 sekúnd vyžiari aspoň 4 častice. [a) 0,03804; b) 0,56653]
25. Rybár chytí priemerne 3 ryby v priebehu 4 hodín. Predpokladajme, že rybár strávi pri rybníku 6 hodín. Aká je pravdepodobnosť, že chytí
- práve 4 ryby,
 - aspoň 3 ryby? [a) 0,1898; b) 0,82642]
26. V krajčírskych dielni prijímajú priemerne 12 nových zakázok za 5 pracovných dní. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- počas 3 pracovných dní prijímajú 8 zakázok,
 - počas jedného pracovného dňa prijímajú aspoň 2 zakázky. [a) 0,13372; b) 0,69156]
27. Telefónna ústredňa zapojí počas jednej hodiny priemerne 30 hovorov. Aká je pravdepodobnosť, že ústredňa v priebehu
- 3 minút zapojí práve 5 hovorov;
 - 10 minút zapojí viac ako 4 hovory;
 - 5 minút zapojí najviac 2 hovory. [a) 0,0141; b) 0,5595; c) 0,5438]
28. Medzi 11^{00} a 11^{40} prichádza na obed do jedálne priemerne 200 stravníkov. Aká je pravdepodobnosť, že
- v priebehu 2 minút nepríde žiaden stravník,
 - že v priebehu jednej minúty prídu najviac traja stravníci,
 - v čase medzi 11^{20} a 11^{23} prídu aspoň štyria stravníci. [a) $4,54 \cdot 10^{-4}$; b) 0,265; c) 0,99979]
29. Pracovníci prichádzajú k terminálu nezávisle na sebe v priemere traja za hodinu. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- počas trojhodinového intervalu prídu k terminálu aspoň 4 pracovníci,
 - počas dvojhodinového intervalu príde k terminálu viac ako 5, ale maximálne 8 pracovníkov. [a) 0,97877; b) 0,40156]