

Súbor príkladov na precvičenie č. 2

1. Klasická pravdepodobnosť.

- (a) Číslce 1, 2, 3, 4, 5 sú po jednej napísané na piatich lístkoch. Náhodne vyberieme tri lístky a uložíme ich vedľa seba. Určte pravdepodobnosť toho, že takto vzniknuté trojčiferné číslo bude párne. [0,4]
- (b) Určte pravdepodobnosť toho, že pri hode tromi hracími kockami padne súčet bodov: a) väčší než päť; b) menší ako osem. [a) $\frac{103}{108}$; b) $\frac{35}{216}$]
- (c) Na policičke je náhodne položených 17 rôznych kníh, medzi ktorými je trojdielny román. Určte pravdepodobnosť toho, že
a) diely románu sú postavené vedľa seba;
b) diely románu sú usporiadané vedľa seba podľa návaznosti zľava doprava. [a) $\frac{3}{136}$; b) $\frac{1}{272}$]
- (d) V lotérii MATES sa žrebuje 5 čísel z 35. Aká je pravdepodobnosť toho, že ak hráč natipuje 5 čísel, tak z vyžrebovaných čísel uhádne
a) práve 3 čísla;
b) aspoň 4 čísla. [a) 0,0134; b) $4,65 \cdot 10^{-4}$]
- (e) Kontrolóri posudzujú zásielu 50 výrobkov náhodným výberom piatich výrobkov. Ak nájdú aspoň jeden chybný výrobok, tak celá zásielka je vrátená výrobcovi. Určte pravdepodobnosť toho, že zásielka bude vrátená, ak vieme, že obsahuje:
a) 5 chybných výrobkov;
b) 10 chybných výrobkov. [a) 0,4234; b) 0,6894]
- (f) Zo sérií 90 kusov výrobkov, v ktorých sa nachádza 16 nepodarkov, náhodne vyberieme na kontrolu kvality 11 výrobkov. Určte pravdepodobnosť toho, že medzi vybranými výrobkami budú
a) práve 3 nepodarky; b) aspoň 2 nepodarky. [a) 0,2029; b) ~~0,6894~~ 0,6234]
- (g) V obchode je 38 výrobkov od dodávateľa A a 22 výrobkov od dodávateľa B. Zákazník si náhodne vybral 10 výrobkov. Určte pravdepodobnosť toho, že:
a) 7 z nich je od dodávateľa A;
b) všetky sú od toho istého dodávateľa. [a) 0,2578; b) 0,0063]
- (h) Z urny, v ktorej je 6 bielych a 4 čierne guľky, vytiahneme 4 postupne guľky (bez vrátenia). Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
a) medzi vytiahnutými guľkami budú najviac dve čierne guľky;
b) všetky guľky budú rovnakej farby. [a) 0,881; b) 0,07619]
- (i) Zo sady 32 kariet vyberieme 3 karty. Aká je pravdepodobnosť, že to bude sedmička, kráľ a eso? [0,0129]
- (j) Z debny, ktorá obsahuje 10 súčiastok a 3 z nich sú chybné, vyberieme 5 súčiastok. Aká je pravdepodobnosť, že medzi nimi sú 2 chybné súčiastky? [~~0,119~~ 0,4167]
- (k) Triedny učiteľ zistil, že 12 z 20 študentov býva na stredoškolskom internáte. Náhodne vyberieme 8 študentov. Aká je pravdepodobnosť, že
a) 6 študenti bývajú na stredoškolskom internáte,
b) najmenej 3 študenti bývajú na stredoškolskom internáte. [a) 0,20538; b) 0,98456]

2. Podmienená pravdepodobnosť, veta o úplnej pravdepodobnosti, Bayesov vzorec.

- (a) Školský prieskum zistil, že 7 z 30 študentov chodí do školy pešo. Náhodne vyberieme postupne štyroch študentov. Aká je pravdepodobnosť, že prvý a druhý vybraný študent chodí do školy pešo, ale tretí a štvrtý nechodí do školy pešo? [0,03231]
- (b) Vo vrecku cukríkov je 6 hnedých cukríkov, 4 červené cukríky, 4 žlté cukríky, 2 zelené cukríky, 2 oranžové cukríky a 2 modré cukríky. Práve ste si kúpili vrecúško s cukríkmi a z vrecka vyberáte po jednom. Aká je pravdepodobnosť, že
(i) prvý červený je 4. cukrík, ktorý vyberiete z vrecúška, [0,11558]
(ii) prvý modrý je 3. cukrík, ktorý vyberiete z vrecúška? [0,08947]
- (c) Pravdepodobnosť určitého ochorenia je 5%. Test na určenie prítomnosti ochorenia má spoľahlivosť 83%. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne vybraná testovaná osoba má pozitívny výsledok testu? [0,203]
- (d) Týždeň má 5 pracovných dní a 2 voľné dni (víkend). Pravdepodobnosť toho, že počas pracovného dňa študent vstane pred 6^{30} je 0,7. Pravdepodobnosť, že počas víkendu študent vstane pred 6^{30} je 0,1.
a) Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že študent vstane pred 6^{30} .
b) Aká je pravdepodobnosť toho, že deň bol pracovný ak študent vstal pred 6^{30} ? [a) 0,5285, b) 0,9459]

- (e) Istá výrobná chyba sa vyskytuje u 15% práčok. Pri práčkach s touto výrobnou chybou dochádza k poruche v záručnej dobe s pravdepodobnosťou 0,6, kým u ostatných len s pravdepodobnosťou 0,1. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- náhodne vybratá práčka sa pokazí v záručnej dobe;
 - náhodne vybratá práčka má výrobnú chybu, ak sa pokazila v záručnej dobe. [a) 0,175, b) 0,5143]
- (f) V triede je 60% dievčat. Z nich 70% je nižších ako 170 cm. Z chlapcov je nižších ako 170 cm len 30%.
- Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný žiak je nižší ako 170 cm.
 - Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný žiak je chlapec, ak je nižší ako 170 cm. [a) 0,54, b) 0,222]
- (g) Pomer počtu výrobkov vyrobených na štyroch strojoch je 4 : 6 : 5 : 5. Pravdepodobnosť produkcie výrobku prvej akosti je pre jednotlivé stroje v danom poradí takáto: 0,7; 0,6; 0,8 a 0,7.
- Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný výrobok je prvej akosti.
 - Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že náhodne vybraný výrobok bol vyrobený na prvom stroji, ak je prvej akosti. [a) 0,695, b) 0,2014]
- (h) 30 % študentov študuje priebežne počas semestra. Z nich 90 % urobí skúšku v riadnom termíne. Zo študentov, ktorí neštudujú priebežne počas semestra len 20 % urobí skúšku v riadnom termíne.
- Vypočítajte pravdepodobnosť, že náhodne vybraný študent urobil skúšku v riadnom termíne.
 - Náhodne vybraný študent urobil skúšku v riadnom termíne. Aká je pravdepodobnosť, že študoval priebežne počas semestra? [a) 0,41, b) 0,6585]
- (i) Dva automaty vyrábajú rovnaké výrobky, pričom produktivita prvého je trikrát vyššia ako produktivita druhého. Prvý automat vyrába 70% kvalitných výrobkov, druhý 80% kvalitných výrobkov. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- náhodne vybraný výrobok je kvalitný;
 - náhodne vybraný výrobok bol vyrobený druhým automatom, ak je kvalitný. [a) 0,725, b) 0,2759]
- (j) Z krabice, ktorá obsahuje 6 čiernych a 9 bielych gulí, náhodne vyberieme jednu guľu. Potom ju vrátíme späť a pridáme ešte 5 gulí tej istej farby, akej bola vytiahnutá guľa.
- Aká je pravdepodobnosť toho, že v druhom ťahu vytiahneme z krabice bielu guľu?
 - Aká je pravdepodobnosť, že v prvom ťahu sme vytiahli čiernu guľu, ak v druhom ťahu vytiahneme z krabice bielu guľu? [a) 0,6, b) 0,3]
- (k) Pre maturitnú skúšku z matematiky majú študenti 30 otázok. Študent sa naučil 12 otázok priemerne a 18 otázok ovláda výborne. Študent odpovedá na dve vytiahnuté otázky. Pravdepodobnosť, že zmaturoje aspoň na dvojku, je:
- v prípade vytiahnutia dvoch priemerne naučených otázok 0,3;
 - v prípade vytiahnutia dvoch výborne naučených otázok 0,8;
 - v prípade vytiahnutia jednej priemerne a jednej výborne naučenej otázky 0,5.

Vypočítajte:

- Aká je pravdepodobnosť, že študent zmaturoje aspoň na dvojku?
 - Ak študent zmaturoval aspoň na dvojku, aká je pravdepodobnosť, že si vytiahol dve otázky, ktoré sa naučil priemerne? [a) 0,5752, b) 0,0791]
- (l) Vo vrecku sú 4 červené cukríky, 6 žltých cukríkov a 5 zelených cukríkov. Vyberieme si jeden cukrík, nevrátíme ho späť, ale pridáme do vrecka po jednom cukríku zvyšných dvoch farieb. Potom ponúkne kamarátovi, aby si vybral jeden cukrík.
- Aká je pravdepodobnosť, že kamarát si vyberie červený cukrík?
 - Aká je pravdepodobnosť, že sme si vybrali zelený cukrík, ak vieme, že kamarát si vybral červený cukrík? [a) 0,2792, b) 0,3731]

3. Nezávislé javy, opakované nezávislé pokusy, Bernoulliho vzorec.

- (a) Na určitej križovatke je na semafore červená 15 sekúnd, oranžová 5 sekúnd a zelená 30 sekúnd. Nájdite pravdepodobnosť, že z ôsmich automobilov, ktoré náhodne dorazia na križovatku, budú presne tri zastavené červeným svetlom na semafore. [0,25412]
- (b) Pacienti prichádzajú do nemocnice. Predpokladajme, že 10 % prichádzajúcich do nemocnice sú urgentné prípady.
- a) Vypočítajte pravdepodobnosť, že v daný deň bude 20. prichádzajúci pacient prvým urgentným prípadom. [0,01351]
- b) Vypočítajte pravdepodobnosť, že k prvému urgentnému prípadu dôjde po príchode 20. pacienta. [0,12157]
- c) Nájdite pravdepodobnosť, že prvý urgentný prípad bude medzi prvými 15 pacientmi. [0,79411]
- (c) Pravdepodobnosť, že dieťa sa nakazí určitou chorobou, je 20 %. Nájdite pravdepodobnosť, že dvanásť dieťa vystavené chorobe bude tretie v poradí, ktoré sa nakazí. [0,05906]
- (d) Pravdepodobnosť toho, že basketbalista trafi do koša je 0,7. Určte pravdepodobnosť toho, že basketbalista pri šiestich nezávislých hodoch:
- a) práve dvakrát trafi do koša;
- b) aspoň dvakrát trafi do koša. [a) 0,0595; b) 0,9891]
- (e) Zistilo sa, že semienko vyklíči s pravdepodobnosťou 80%. Ak zasejeme 10 semiačok, aká je pravdepodobnosť, že
- a) vyklíči práve 7 semiačok,
- b) vyklíčia spoň 4 semiačka. [a) 0,20133; b) 0,99914]
- (f) Z urny, v ktorej je 8 bielych a dve čierne guľky, sa ťahá po jednej guľke, pričom sa po každom ťahu guľka vráti späť do urny. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- a) medzi šiestimi postupne vytiahnutými guľkami budú tri biele guľky;
- b) medzi ôsmimi postupne vytiahnutými guľkami budú aspoň štyri biele guľky. [a) 0,08192; b) 0,98959]
- (g) Predpokladajme, že hádzeme súčasne dvomi mincami. Minca má dve strany– hlava a znak. Vykonáme štyri hody. Aká je pravdepodobnosť, že
- a) pri dvoch hodoch hodíme dve hlavy;
- b) aspoň (najmenej) pri jednom hode hodíme dve hlavy. [a) 0,2109; b) 0,6836]
- (h) Test pozostáva z 8 otázok, pričom pri každej otázke študent vyberá z 3 možností (práve 1 je správna). Ak sa študent učil, je pravdepodobnosť správnej odpovede pri každej z otázok 0,7. Ak sa neučil, volí odpovede náhodne. Aká je pravdepodobnosť toho, že
- a) študent správne odpovie aspoň na šesť otázok, ak sa učil;
- b) študent správne odpovie aspoň na šesť otázok, ak sa neučil.
- c) náhodne vybraný študent odpovie aspoň na šesť otázok, ak vieme, že tretina študentov sa učila. [a) 0,55177; b) 0,01966, c) 0,19703]
- (i) Z krabice, v ktorej je 6 bielych a 4 čierne guľky, vytiahneme postupne 4 guľky, pričom po vytiahnutí a zistení jej farby vrátíme späť do krabice. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- a) medzi vytiahnutými guľkami budú najviac dve čierne guľky;
- b) všetky guľky budú rovnakej farby. [a) 0,8208; b) 0,1552]
- (j) Hodíme hracou kockou šesťkrát. Vypočítajte pravdepodobnosť toho, že
- a) pri troch hodoch hodíme číslo väčšie ako 4;
- a) najmenej pri dvoch hodoch hodíme číslo väčšie ako 4. [a) 0,21948; b) ~~0,98217~~ 0,648834]
- (k) Majiteľ obchodu so zvieratami predáva špeciálne oblečenie pre domáce zvieratá. Podľa údajov z minulosti 5 % zákazníkov nakupuje špeciálne oblečenie pre svojich domácich miláčikov. Aká je pravdepodobnosť, že aspoň 4 z prvých 20 zákazníkov nakúpia špeciálne oblečenie pre svojich miláčikov? [0,0159]