

V nasledujúcich úlohách separujte všetky reálne korene a Newtonovou alebo iteračnou metódou (podľa zadania) vypočítajte daný koreň s presnosťou  $\varepsilon$ .

1.  $4x^3 - x^2 + 1 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-3}$ ; najmenší koreň [1 koreň,  $\alpha \approx -0,55682$ ]
2.  $2x^4 + 4x - 3 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-3}$ ; najväčší koreň [2 korene,  $\alpha \approx 0,65694$ ]
3.  $e^{2x} + 3x - 3 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-2}$ ; najväčší koreň [1 koreň,  $\alpha \approx 0,3416$ ]
4.  $\ln x + 2x - 4 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-2}$ ; najväčší koreň [1 koreň,  $\alpha \approx 1,727$ ]
5.  $e^x + x - 2 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-2}$ ; najväčší koreň [1 koreň,  $\alpha \approx 0,443$ ]
6.  $x^3 - 7x - 7 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-2}$ ; najväčší koreň [1 koreň,  $\alpha \approx 3,0491$ ]
7.  $x^4 - 7x - 7 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-2}$ ; najväčší koreň [2 korene,  $\alpha \approx 2,17075$ ]
8.  $x^4 + 2x - 4 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-3}$ ; najmenší koreň [2 korene,  $\alpha \approx -1,6430$ ]
9.  $x^4 - 5x^2 + 3 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-3}$ ; najväčší koreň [4 korene,  $\alpha \approx 2,07488$ ]
10.  $x^4 + 6x - 3 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-3}$ ; najväčší koreň [2 korene,  $\alpha \approx 0,49035$ ]

Newtonovou metódou riešte danú sústavu rovníc z daného počiatočného bodu. Urobte dve iterácie.

1. 
$$\begin{cases} x^3 - y^2 - 1 = 0 \\ xy^3 - y - 4 = 0 \end{cases} \quad (x^{(0)}, y^{(0)}) = (2, 1); \quad [(x^{(1)}, y^{(1)}) = (1.6129; 1,6774), \quad (x^{(2)}, y^{(2)}) = (1,5139, 1,5610)]$$
2. 
$$\begin{cases} 9x^2 + y^2 - 10 = 0 \\ 2xy + 4y - 5 = 0 \end{cases} \quad (x^{(0)}, y^{(0)}) = (1; 0,5); [(x^{(1)}, y^{(1)}) = (1,02336; 0.82944), \quad (x^{(2)}, y^{(2)}) = (1,01728, 0,82857)]$$
3. 
$$\begin{cases} 5xy + 4y^2 - 3 = 0 \\ x^2y + x - y = 0 \end{cases} \quad (x_0, y_0) = (0, 2); [(x^{(1)}, y^{(1)}) = (0,73077; 0,73077), \quad (x^{(2)}, y^{(2)}) = (0,51769, 0,62259)]$$
4. 
$$\begin{cases} xy^2 - x + 1 = 0 \\ xy^3 - 3x^2y + 9 = 0 \end{cases} \quad (x_0, y_0) = (2, 1); \quad [(x^{(1)}, y^{(1)}) = (2,0455; 0,75), \quad (x^{(2)}, y^{(2)}) = (2,1209, 0,7265)]$$
5. 
$$\begin{cases} x^2y - xy + 1 = 0 \\ y^3 - 3xy + 5 = 0 \end{cases} \quad (x_0, y_0) = (2, 1). \quad [(x^{(1)}, y^{(1)}) = (-1, 4), \quad (x^{(2)}, y^{(2)}) = (-0,495, 2,53)]$$

Pre hodnoty zadané tabuľkou nájdite Lagrangeov interpolačný polynóm a vypočítajte hodnotu funkcie v danom bode.

1. 

$x$	-1	0	1	3
$y$	-14	-6	-8	6

;  $x = 2$ . [2x<sup>3</sup> - 5x<sup>2</sup> + x - 6; f(2) ≈ -8]
2. 

$x$	-2	-1	1	2
$y$	-6	6	6	30

;  $x = 0$ ; [3x<sup>3</sup> + 2x<sup>2</sup> - 3x + 4; f(0) ≈ 4]
3. 

$x_i$	-1	0	1	3
$y_i$	6	1	0	10

;  $x = 0.5$ . [2x<sup>2</sup> - 3x + 1; f(0.5) ≈ 0]
4. 

$x$	-2	0	3
$y$	26	6	21

;  $x = 1$ . [3x<sup>2</sup> - 4x + 6; f(1) ≈ 5]
5. 

$x$	-2	-1	1
$y$	23	11	-1

;  $x = 0.5$ . [2x<sup>2</sup> - 6x + 3; f(0.5) ≈ 0.5]
6. 

$x$	-1	1	3
$y$	-8	0	32

;  $x = 2$ . [3x<sup>2</sup> + 4x - 7; f(2) ≈ 13]

Pre hodnoty zadané tabuľkou určte metódou najmenších štvorcov optimálne koeficienty  $a_0$  a  $a_1$  v danej závislosti.

1. 

$x$	1	3	4	6
$y$	2,0	15,3	18,5	27,8

 v závislosti  $y(x) = a_0 \cdot x + a_1 \cdot x^2$ ; [y = 4,546x + 0,0223x<sup>2</sup>]
2. 

$x$	0	1	2	3	4
$y$	2,1	3,5	5	6,7	8

 v závislosti  $y(x) = a_0 + a_1 \cdot x$ ; [y = 2,06 + 1,5x]
3. 

$x$	1	3	4
$y$	6	2	1

 v závislosti  $y = a_0 \cdot \frac{1}{x} + a_1 \cdot x$ ; [y = 6,1278 ·  $\frac{1}{x}$  - 0,0917x]

$$4. \frac{x}{y} \left\| \begin{array}{c|c|c|c} 1 & 3 & 5 & 6 \\ \hline -2 & 22 & 70 & 103 \end{array} \right. \text{ v závislosti } y(x) = a_0 \cdot x^2 + a_1 \quad [y = 3x^2 - 5];$$

$$5. \frac{x}{y} \left\| \begin{array}{c|c|c|c} 0,78 & 1,56 & 2,34 & 3,12 \\ \hline 2,5 & 1,2 & 1,12 & 2,25 \end{array} \right. \text{ v závislosti } y = a_0 + a_1 \cdot x \cos 2x. \quad [y = 1,689 + 0,2107 \cdot x \cos 2x]$$

$$6. \frac{x}{y} \left\| \begin{array}{c|c|c|c} 1 & 3 & 5 & 6 \\ \hline -5,0 & 3,7 & 10,2 & 13,3 \end{array} \right. \text{ v závislosti } y(x) = a_0 + a_1 \cdot e^x. \quad [y = 0,29994 + 0,036544 \cdot e^x]$$

$$7. \frac{x}{y} \left\| \begin{array}{c|c|c|c} 1 & 3 & 4 & 6 \\ \hline 2,0 & 2,7 & 2,9 & 3,6 \end{array} \right. \text{ v závislosti } y(x) = a_0 \cdot \sqrt{x} + a_1. \quad [y = 1,07232 \cdot \sqrt{x} + 0,87476]$$

$$8. \frac{x}{y} \left\| \begin{array}{c|c|c|c} -2 & -1 & 1 & 3 \\ \hline 8,1 & 5,5 & 3,5 & 6,5 \end{array} \right. \text{ v závislosti } y(x) = a_0 \cdot x^2 + a_1 \cdot x. \quad [y = 1,3112x^2 - 1,5742x]$$

Lichobežníkovou metodou vypočítajte nasledujúce integrály pre daný počet delení a odhadnite chybu výpočtu.

$$1. \int_0^{1,5} e^{\frac{x^2}{2}} dx, \quad n = 6; \quad [L(6) = 2,340677; R_L(6) = 0,0782];$$

$$2. \int_1^3 x \cdot \ln x dx, \quad n = 8; \quad [L(8) = 2,94947; R_L(8) = 0,0104];$$

$$3. \int_1^2 x^2 \cdot \ln x dx, \quad n = 5; \quad [L(5) = 1,08319; R_L(5) = 0,01462];$$

$$4. \int_0^1 \ln(1 + x^2) dx, \quad n = 4 \quad [L(4) = 0,26916; R_L(4) = 0,0104];$$

$$5. \int_1^3 \frac{1}{(1+3x)^2} dx, \quad n = 5; \quad [L(5) = 0,0511; R_L(5) = 0,0056];$$

Lichobežníkovou metodou vypočítajte nasledujúce integrály s danou presnosťou  $\varepsilon$ .

$$1. \int_1^3 \frac{1}{(1+2x)^2} dx, \quad \varepsilon = 4 \cdot 10^{-3}; \quad [n = 8; L(8) = 0,09596]$$

$$2. \int_1^4 \frac{1}{(1+x)^2} dx, \quad \varepsilon = 0,025; \quad [n = 6; L(6) = 0,30408]$$

$$3. \int_1^5 \frac{1}{1+5x} dx, \quad \varepsilon = 2 \cdot 10^{-2}; \quad [n = 8; L(8) = 0,29596]$$

$$4. \int_0^1 e^{x^2} dx, \quad \varepsilon = 0,05; \quad [n = 6; L(6) = 1,4752]$$

$$5. \int_1^4 \sqrt{1+3x} dx, \quad \varepsilon = 0,01; \quad [n = 8; L(8) = 8,63435]$$

Simpsonovou metodou vypočítajte nasledujúce integrály pre daný počet delení a odhadnite chybu výpočtu.

$$1. \int_0^1 e^{2x} dx, \quad n = 8 \quad [S(8) = 3,19459; R_S(8) = 0,0016]$$

$$2. \int_1^3 x \cdot \ln x dx, \quad n = 8; \quad [S(8) = 2,94377; R_S(8) = 8,68 \cdot 10^{-5}]$$

$$3. \int_1^3 x^2 \cdot \ln x dx, \quad n = 8; \quad [S(8) = 6,99868; R_S(8) = 8,68 \cdot 10^{-5}]$$

$$4. \int_1^3 \sqrt{1+2x} dx, \quad n = 8; \quad [S(8) = 4,441; R_S(8) = 1,4 \cdot 10^{-5}]$$

$$5. \int_2^4 \ln(x+2) dx, \quad n = 10; \quad [S(10) = 3,20533; R_S(10) = 1,67 \cdot 10^{-6}]$$