

Trojný integrál

P1. Vypočítajte $\iiint_M (2x^2y - x + 1) \, dx dy dz$, ak $M = \langle 0, 2 \rangle \times \langle 1, 2 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle$.
[8]

P2. Vypočítajte $\iiint_M xy^2\sqrt{z} \, dx dy dz$, ak $M = \langle -2, 1 \rangle \times \langle 1, 3 \rangle \times \langle 2, 4 \rangle$.
 $\left[\frac{104(2\sqrt{2} - 1)}{3} \right]$

P3. Vypočítajte $\iiint_M x + y + z \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $x = 0$, $y = 0$,
 $z = 0$, $x + y + z = 1$.
 $\left[-\frac{1}{24} \right]$

P4. Vypočítajte $\iiint_M (2x + 3y - z) \, dx dy$, ak M je ohraničená rovinami $z = 0$, $z =$
 4 , $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 4$.
 $\left[\frac{448}{3} \right]$

P5. Vypočítajte $\iiint_M z^2 \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $z^2 = x^2 + y^2$, $x^2 +$
 $y^2 + z^2 = 2$, $z \geq 0$.
 $\left[\frac{1}{15}(4\sqrt{2} - 2) \right]$

P6. Vypočítajte $\iiint_M (x^2 + y^2 + 1) \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $z =$
 $\sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.
 $\left[\frac{2\pi}{15}(336\sqrt{2} - 290) \right]$

P7. Vypočítajte $\iiint_M (x^2 + y^2) \, dx dy dz$, ak M je ohraničená plochami $2z = x^2 + y^2$,
 $z = 2$.
 $\left[\frac{16}{3}\pi \right]$

P8. Vypočítajte $\iiint_M dx dy dz$, ak M je ohraničená valcovou plochou $x^2 + y^2 = 1$
a rovinami $z = 0$, $z = 5$.
[5 π]

P9. Vypočítajte objem telesa ohraničeného plochami $2z = x^2 + y^2$, $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
[4π/3]

P10. Vypočítajte objem telesa ohraničeného rovinami $z = 0$, $z = 1$, $y = 0$, $y = 2x$,
 $y = 6 - x$. [12]

P11. (bonusová úloha) Vypočítajte objem telesa ohraničeného kuželovou plochou $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, valcovou plochou $x^2 + y^2 = 2y$ a rovinou $z = 0$.
[32/9]

P12. Vypočítajte hmotnosť nehomogenného telesa $M : (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 \leq 1$
s hustotou $\sigma(x, y, z) = 2x + 3y + 4z + 1$. [88π/3]

P13. Vypočítajte hmotnosť nehomogenného telesa M s hustotou $\sigma(x, y, z) = x + y + 8$
ak M je ohraničené plochami $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$, $z = 2$, $z = -2$. [208π]