

ALTERNUJÚCE RADY (RADY SO STRIEDAVÝMI ZNAMENKAMI)

DEF: Nech $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je postupnosť kladných čísel.

$$\text{Číselný rad } a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots (-1)^{n+1} \cdot a_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot a_n$$

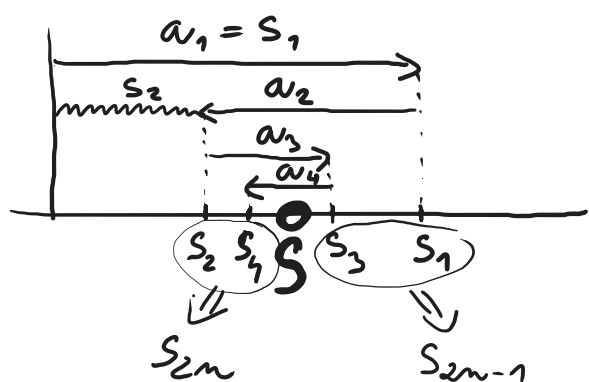
sa nazýva alternujúci rad.

Kedy má byť rad súčet? Pozrieme na postupnosť čiastočných súčtov S_n , ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ klesá a konverguje k 0.

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = S_1 - a_2 \Rightarrow$$

$$S_3 = S_2 + a_3$$



S_{2n} a S_{2n-1} sa k sebe približujú, t.j. majú rovnakú limitu, lebo je zároveň limitou pre alternujúci S_n

LEIBNIZOVO KRITÉRIUM

Nech postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je klesajúca a $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Potom číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot a_n$ je konvergentný.

PRÍKLAD 11: Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} = a_n$

Postupnosť $\{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty}$ je klesajúca a $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \Rightarrow$

$$\text{rad } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n} \text{ KONV.}$$

POZVÁJKA: Pri overovaní, či je postupnosť

klesajúca, môžeme použiť funkciu s 1. deriváciou fcie $f(x) = a_n$ (n nahradíme x-kom)

OPERÁCIE S RADMI

ak rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ sú konvergentné, tak pomocou nich môžeme

vytvoriť nové konvergentné rady

$$\sum_{n=1}^{\infty} d \cdot a_n \text{ a pre jeho súčet platí } \sum_{n=1}^{\infty} d \cdot a_n = d \cdot \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) \text{ a pre jeho súčet platí } \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

OTÁZKA: ako pri vyšetraní konvergencie radov aplikovať správné kritérium?

Predchádzajúce príklady naznačili, ako postupovať pri volbe kritéria. Z praktického hľadiska volíme to kritérium, pri ktorom budeme schopní vypráviť domýšľanú limitu, či integrál.

Nestudujeme na to, či kritérium môžeme použiť, ale našou úlohou je rad spĺňa určité podmienky (predpoklady rady) !