

Matematika I – 3.cvičenie

RNDr. Z. Gibová, PhD.

Funkcia

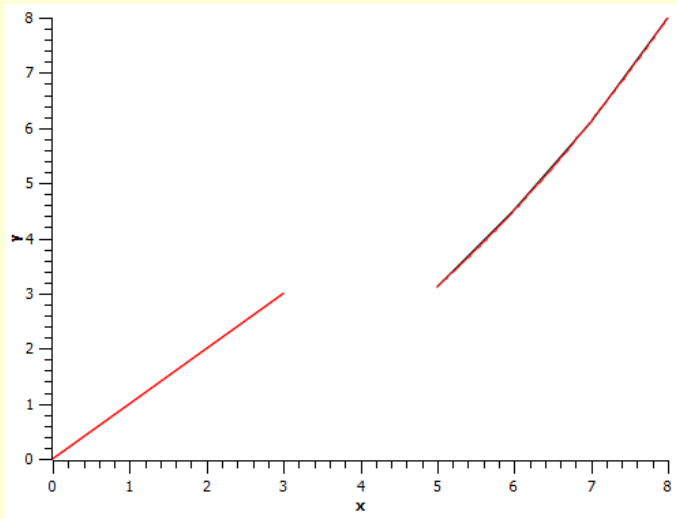
Definícia: Nech $A, B \subset \mathbb{R}$ sú dve neprázdne množiny a f je pravidlo (predpis), ktoré každému $x \in A$ priraduje práve jeden prvok $f(x) \in B$. Potom hovoríme, že f je funkcia, ktorá zobrazuje množinu A do množiny B .

Píšeme $f : A \rightarrow B$

definičný obor funkcie $f : D(f) = A$

obor hodnôt funkcie $f : H(f) = \{f(x) : x \in A\}$

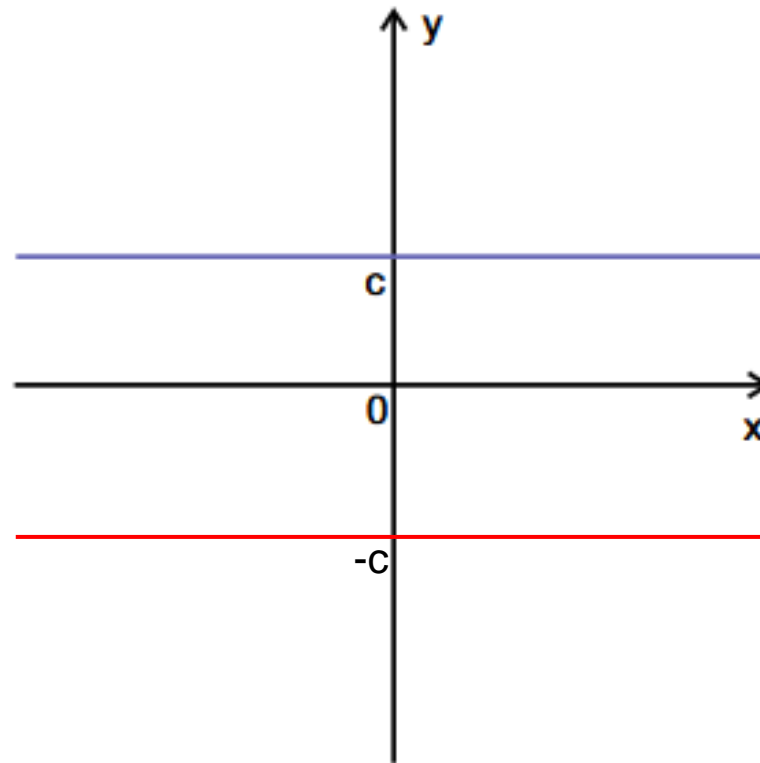
graf funkcie $f : G(f) = \{[x, f(x)] \in A \times B, x \in A\}$



funkcia nie je definovaná na intervale $(3,5)$
 $D(f) = (0, 3) \cup (5, \infty)$

Elementárne funkcie

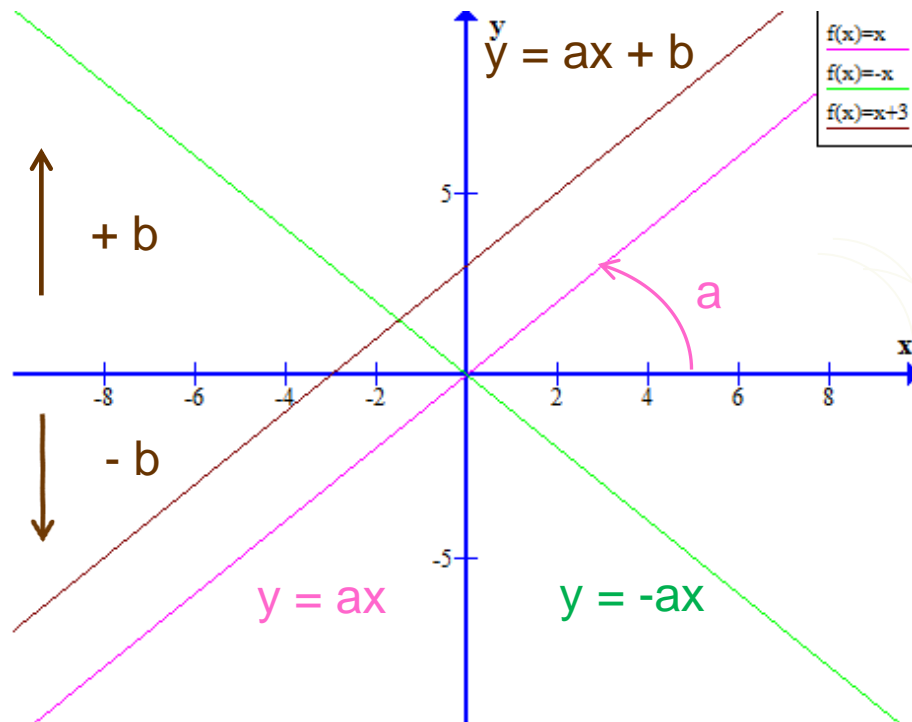
Konštantná funkcia $y = c, c \in \mathbb{R}$



Grafom je priamka rovnobežná s osou x. $D(f) = \mathbb{R}$

Elementárne funkcie

Lineárna funkcia $y = ax + b$, $a \neq 0$



- a - ovplyvní sklon priamky
- $-a$ - ovplyvní smer priamky
- b – posun na osi y

Grafom je priamka. $D(f) = \mathbb{R}$

1. Načrtnite grafy funkcií:

a) $y = 0,5 x$

b) $y = - x + 5$

c) $y = 2x - 4,$

d) $y = - 3x + 1,$

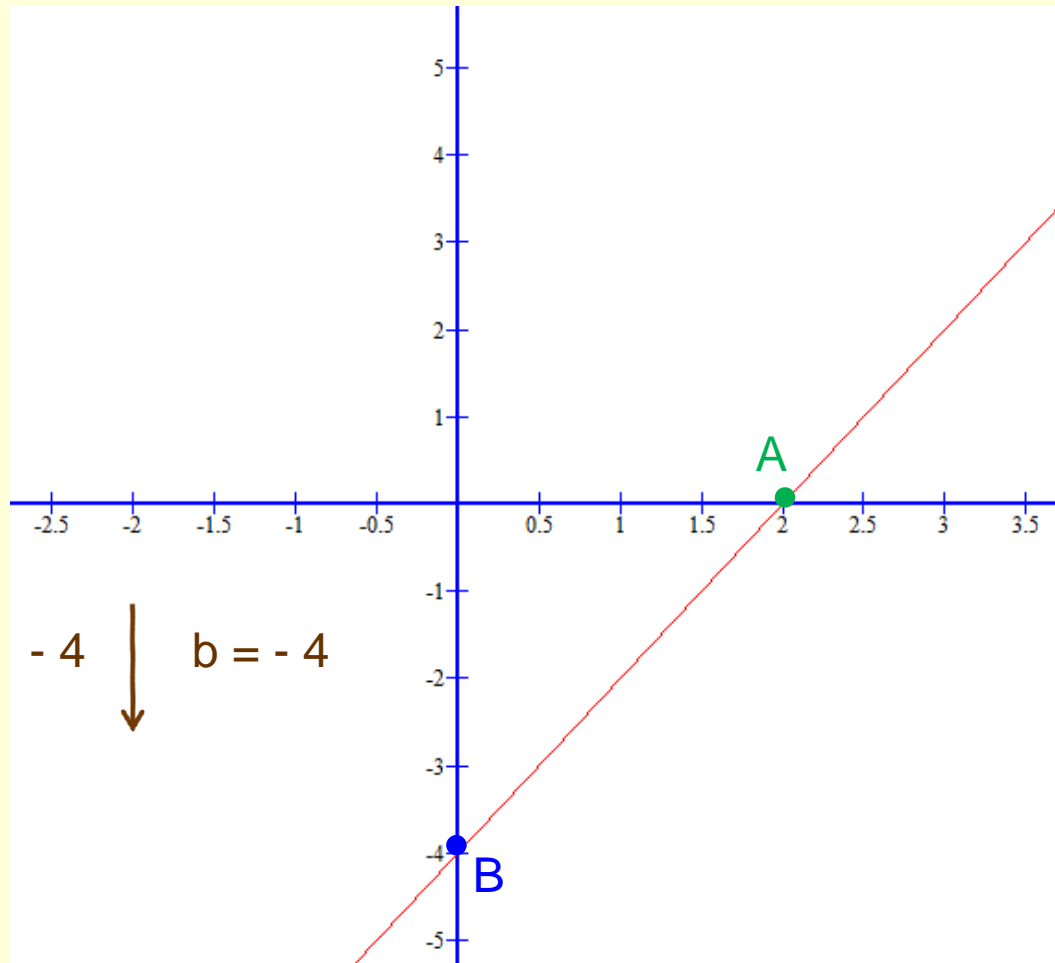
e) $y = 5.$

sami, dú

Postup pri zostrojovaní grafu:

1. Určiť $D(f)$.
2. Pre dve hodnoty x z definičného odboru vypočítať y alebo určiť priesečníky s osou X a Y .
3. Viest' zvolenými bodmi priamku.

1.c) $y = 2x - 4$



$$D(f) = \mathbb{R}$$

priesečník s osou x: ($y = 0$)

$$0 = 2x - 4$$

$$4 = 2x$$

$$x = 2$$

$$A: y = 0, x = 2$$

priesečník s osou y: ($x = 0$)

$$y = 2 \cdot 0 - 4$$

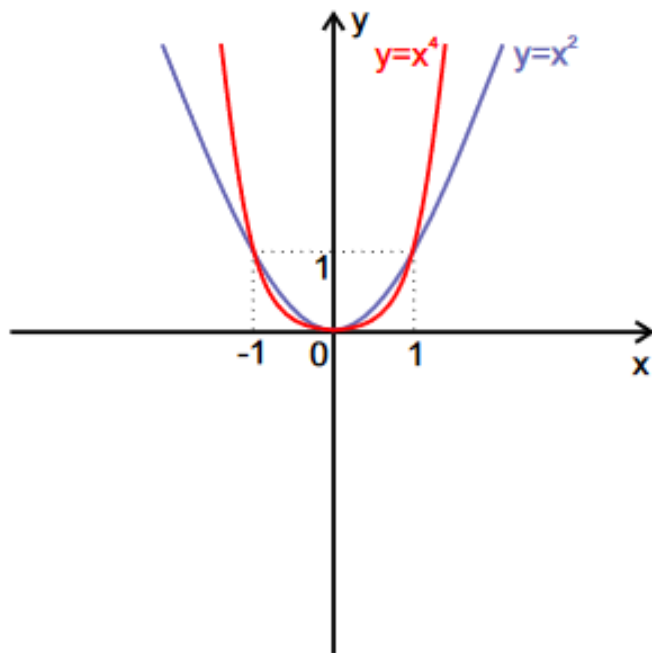
$$y = -4$$

$$B: x = 0, y = -4$$

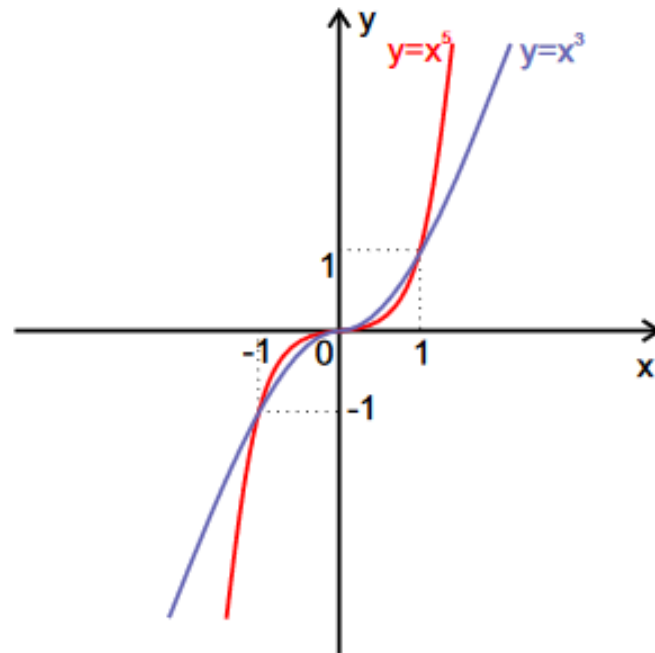
Elementárne funkcie

Mocninová funkcia $y = x^n, n \in \mathbb{N}$

n-párne



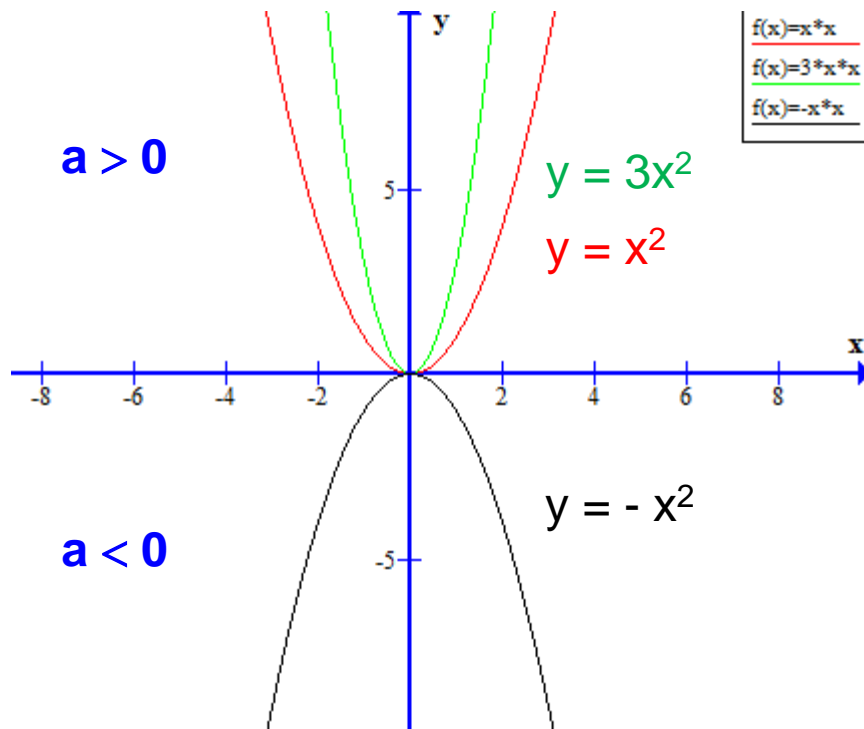
n-nepárne



$D(f) = \mathbb{R}$

Elementárne funkcie

Kvadratická funkcia $y = ax^2 + bx + c$, $b = c = 0$
 $a \neq 0$

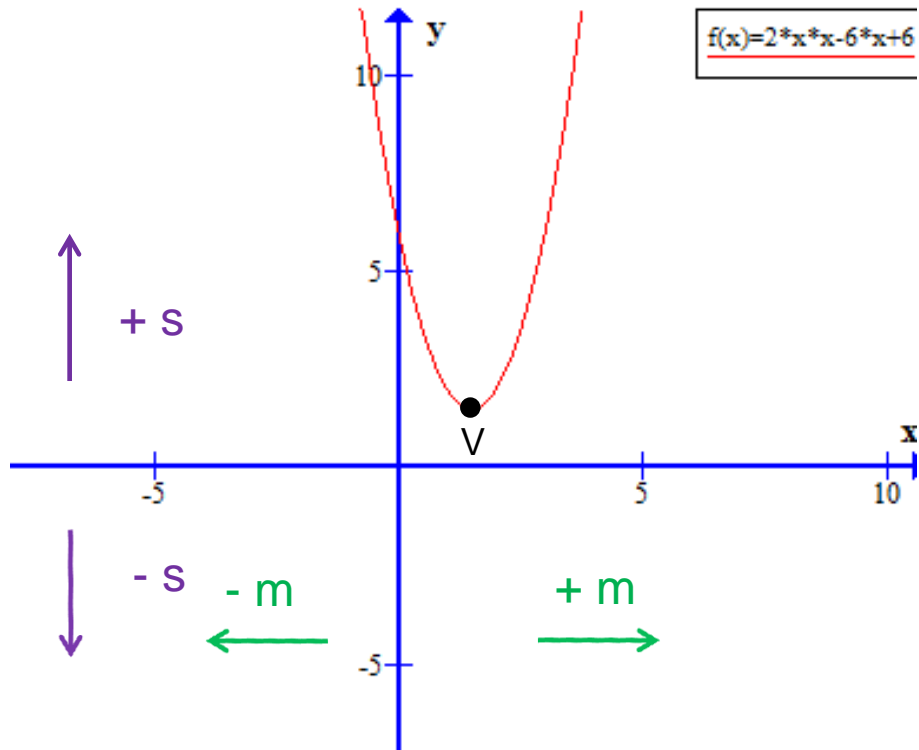


a - ovplyvní strmosť funkcie
 $-a$ - orientácia funkcie

Grafom je parabola. $D(f) = \mathbb{R}$

Elementárne funkcie

Kvadratická funkcia $y = ax^2 + bx + c$



$D > 0$, **dva** priesečníky: x_1, x_2

$D = 0$, **jeden** priesečník: $x_1 = x_2$

$D < 0$, **nemá** priesečníky s osou x

$$y = ax^2 + bx + c \rightarrow y = a(x - m)^2 + s$$

Vrchol paraboly: $V(m, s)$

m – posun na osi x

s – posun na osi y

2. Načrtnite grafy funkcií:

a) $y = 4x^2$

b) $y = (x - 1)^2$

c) $y = - (x + 3)^2$

d) $y = - 3x^2 - 6x + 2$

e) $y = x^2 - 2x + 2$

f) $y = (x + 2)^2$

g) $y = x^2 - 4x - 5$

sami, dú

Postup pri zostrojovaní grafu:

1. Určiť $D(f)$.
2. Určiť súradnice vrcholu $V (m, s.)$
3. Vypočítať priesečníky s osou X (zvolíme $y = 0$) pomocou diskriminantu, ak nemá priesečníky zvolíme dva body z $D(f)$ a vypočítame y .
4. Vypočítať priesečník s osou Y (zvolíme $x = 0$).
5. Viesť parabolou cez vrchol a určené priesečníky s osami.

2. c) $y = -(x + 3)^2$

$D(f) = \mathbb{R}$

súradnice vrcholu **V** (m, s)
sú $V(-3, 0)$

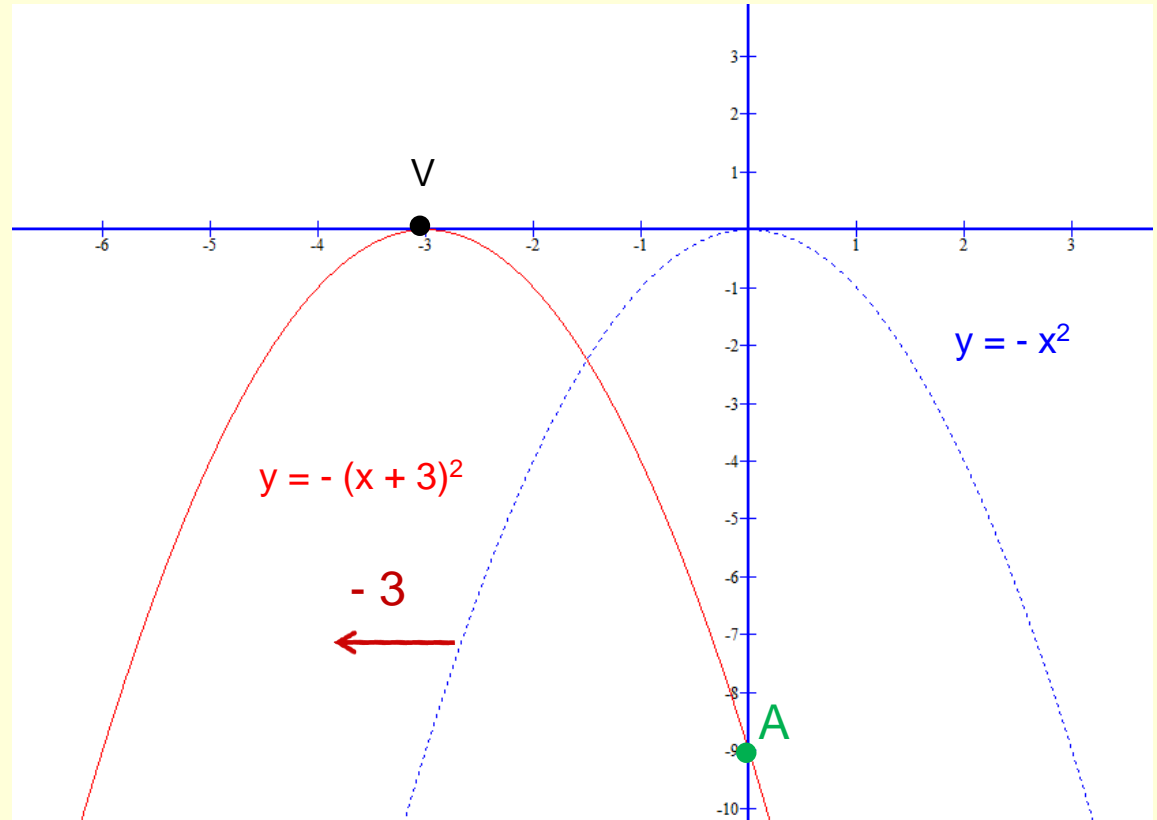
priesečník s osou x má
jeden vo vrchole V
 $m = -3, s = 0$

priesečník s osou y: $x = 0$

$y = -(0 + 3)^2 = -9$

$y = -9$

A: $x = 0, y = -9$



Poznámka: $a = -1 < 0$, parabola otočená nadol (smutná), $m = -3$, posun paraboly v smere $-x$

2. e) $y = x^2 - 2x + 2$

$D(f) = \mathbb{R}$

vrchol:

$$y = x^2 - 2x + 2$$

$$y = (x - 1)^2 + 2 - 1$$

$$y = (x - 1)^2 + 1$$

$$V(1, 1)$$

priesečník s osou y:

$$x = 0$$

$$y = 0^2 - 2 \cdot 0 + 2$$

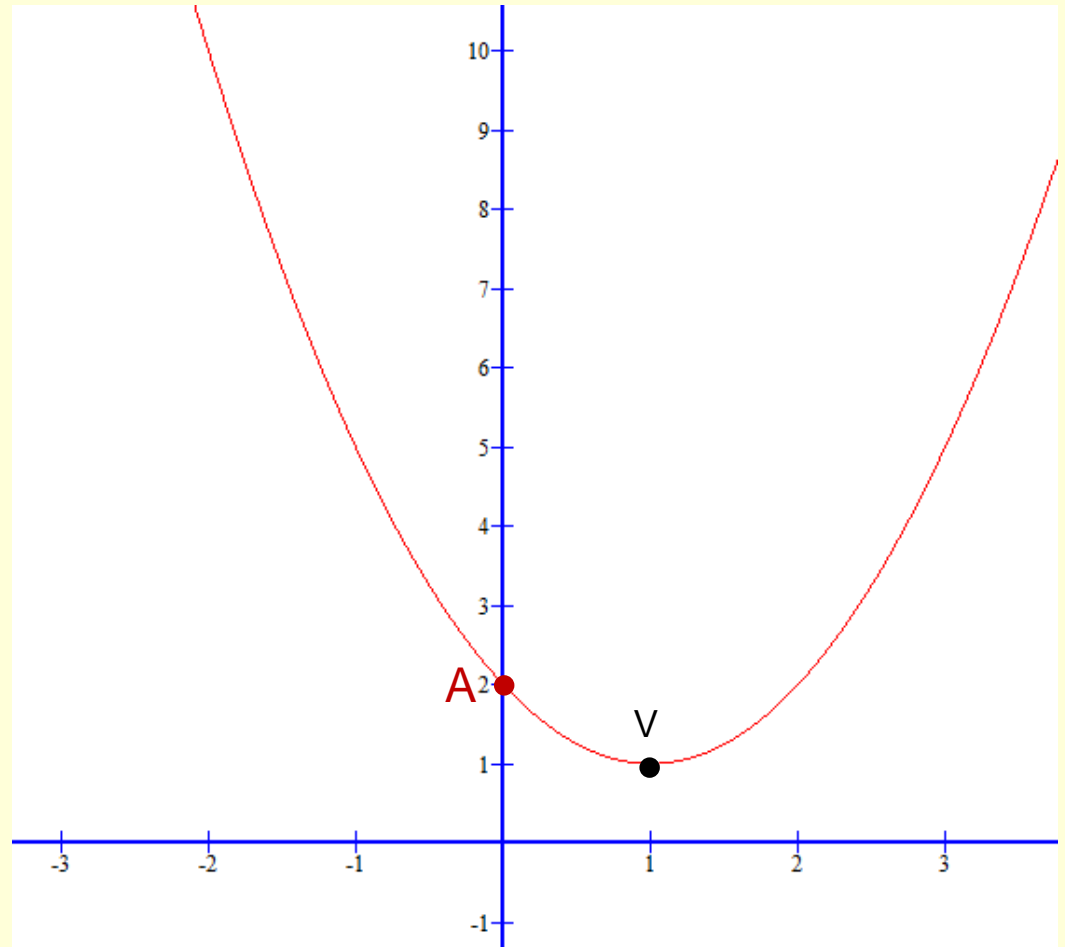
$$y = 2$$

$$A: x = 0, y = 2$$

priesečníky s osou x:

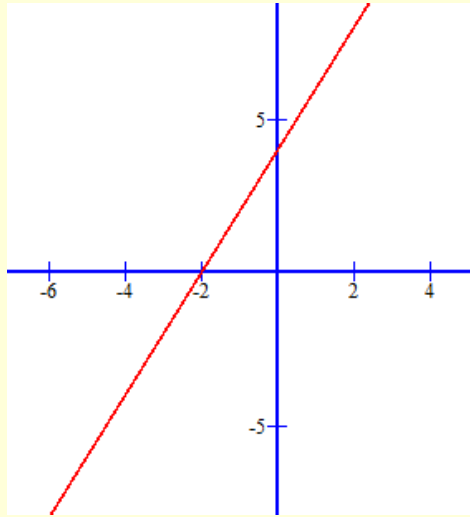
nemá priesečníky s osou x

$D < 0$ (z polohy V vyplýva, že diskriminant nemusíme počítat')

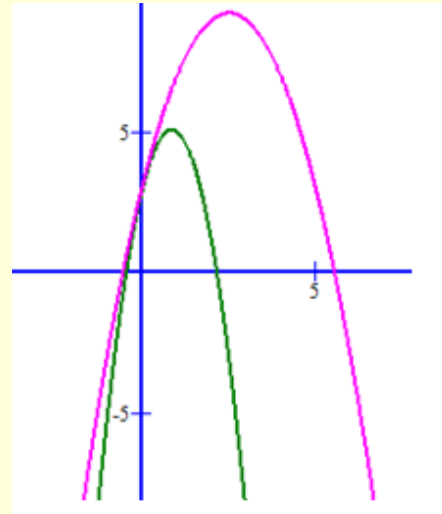


Kontrolka: 1. Vyberte, ktorý zápis funkcie zodpovedá grafu na obrázku 1.

a) $y = 4x - 2$, b) $y = 2x$, c) $y = 2x + 4$, d) $y = -2x + 4$.



obr. 1



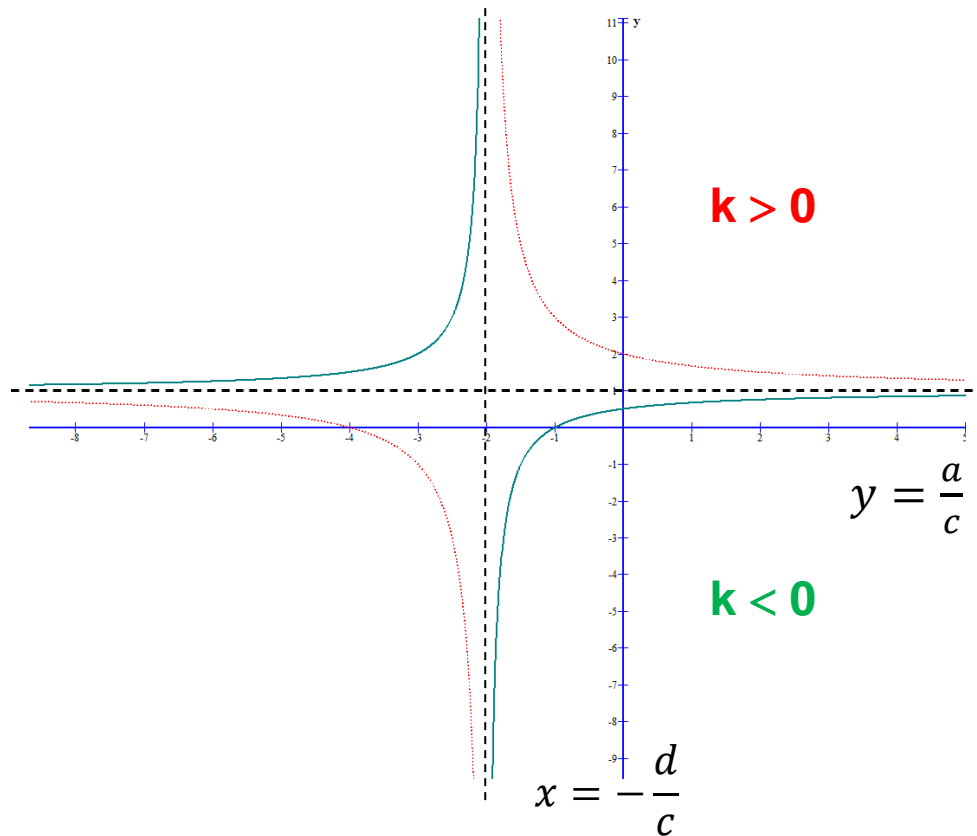
obr. 2

2. Vyberte správne tvrdenia, ktoré platia pre zelenú funkciu na obrázku 2:

- a) v jej zápise je koeficient $a > 0$,
- b) $D = 0$,
- c) koeficienty b , c v jej zápise nie sú nulové,
- d) súradnice jej vrcholu sú $(5, 2)$,
- e) vzhľadom na ružovú funkciu je koeficient a väčší ($a_z > a_r$).

Elementárne funkcie

Lomená funkcia $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ $a, b, c, d \in R$



$$y = \frac{ax + b}{cx + d} \rightarrow y = \frac{k}{x - m} + s$$

Asymptoty:

$$x = m = -\frac{d}{c} \quad \text{posun na osi } x$$

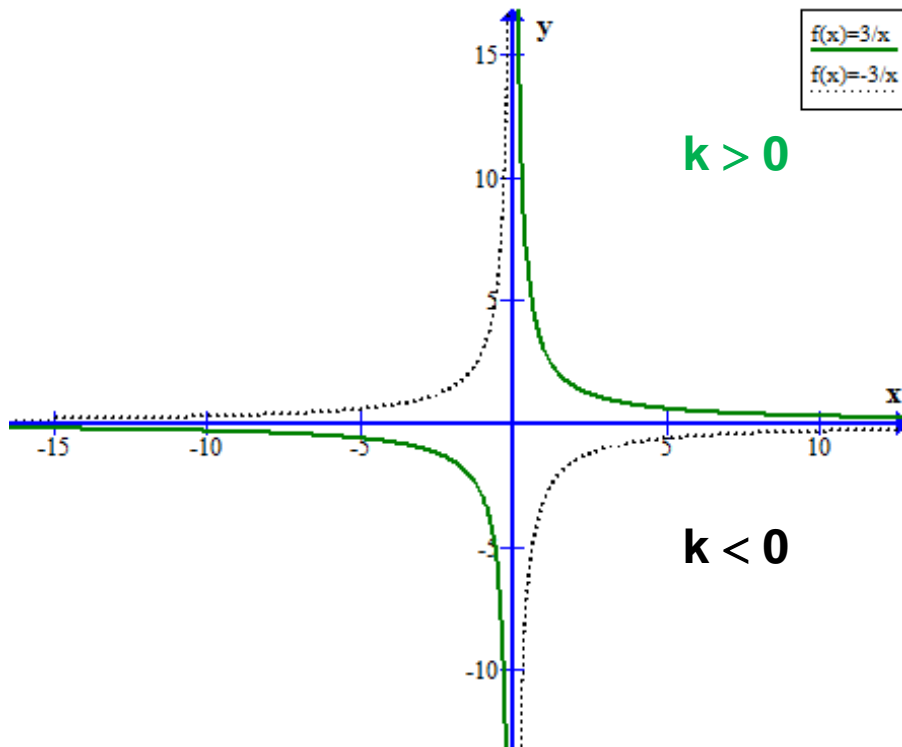
$$y = s = \frac{a}{c} \quad \text{posun na osi } y$$

Grafom je hyperbola. $D(f) = R - \left\{-\frac{d}{c}\right\}$

Elementárne funkcie

Lomená funkcia – nepriama úmernosť

$$y = \frac{k}{x} \quad k \in \mathbb{R} - \{0\}$$



Grafom je hyperbola. $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

3. Načrtnite grafy funkcií:

$$a) y = \frac{-3}{x}$$

$$b) y = \frac{5}{x+1}$$

$$c) y = \frac{3-2x}{x-1}$$

$$d) y = \frac{2x}{x+1}$$

$$e) y = \frac{5}{x}$$

$$f) y = \frac{-2}{x+2}$$

$$g) y = \frac{4+x}{x+2}$$

Postup pri zostrojovaní grafu:

1. Určiť $D(f)$.
2. Určiť polohu asymptót.
3. Vypočítať pre jeden zvolený bod z $D(f)$ jeho y a viesť ním rameno hyperboly.
4. Symetricky viesť druhé rameno hyperboly v protíľahlom kvadrante.

sami, dú

$$d) \quad y = \frac{2x}{x+1}$$

$$x + 1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$$

Asymptoty:

$$x = \frac{-d}{c} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$y = \frac{a}{c} = \frac{2}{1} = 2$$

$$A: x = 0, y = \frac{2 \cdot 0}{0+1} = 0$$

