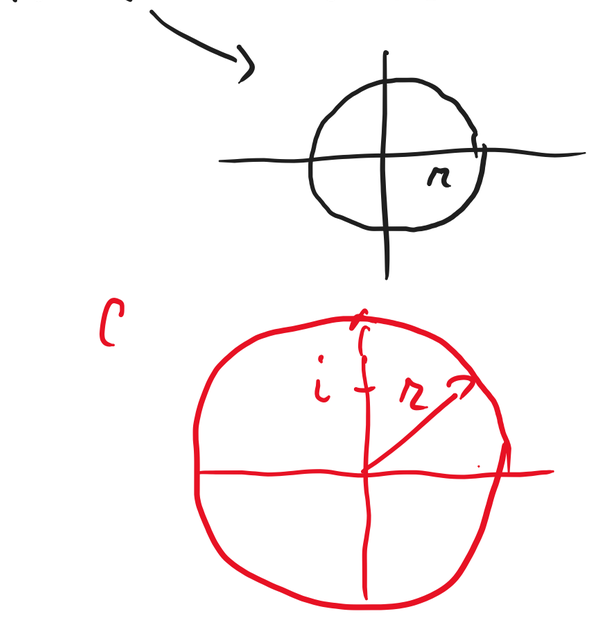
INTEGRÁL FKP — ZRÝCHLENÁ VERZIA

v $\mathbb{R}^2$ kružnica $x^2+y^2=r^2$, resp. $\begin{cases} x=r\cos t \\ y=r\sin t \end{cases}$ $t\in\langle 0,2\pi\rangle$



$z = r\cos t + i\, r\sin t$ } FAKT (TU TOTO DOKÁŽEME NESKÔR)

$z = re^{it}$, $t\in\langle 0,2\pi\rangle$

Vo všeobecnosti krivka v $\mathbb{C}$ má rovnicu

$$z = z(t) = \varphi(t) + i\,\psi(t), \quad t\in\langle a,b\rangle$$

špec. prípad je kružnica

Integrál FKP po krivke C zapisujeme $\int_C f(z)\,dz$ formálne je to komplexné číslo, (FYZ. VEL — PRÁCA)

Veta (o výpočte) Nech krivka C je daná predpisom $z=\lambda(t)$, $t\in\langle a,b\rangle$

Potom

$$\int_C f(z)\,dz \;\overset{KP}{=}\; \left|\begin{array}{l} \text{vnútro} \\ \text{dosaď rovnicu } C \\ \text{do integrálu} \\ z=\lambda(t) \\ dz=\lambda'(t)\,dt \end{array}\right| = \int_a^b f(\lambda(t))\,\lambda'(t)\,dt \;\overset{RP}{\leftarrow}$$ — pôvodný integrál FKP

Výp. $\int_C \bar{z}\,dz$ ak $C: z=re^{it}$, $t\in\langle 0,2\pi\rangle$ (i kružnica)

$$= \left|\begin{array}{l} z=re^{it} \\ dz=rie^{it}\,dt \end{array}\right| = \int_0^{2\pi} re^{-it}\, rie^{it}\,dt = r^2 i\int_0^{2\pi} e^{0}\,dt$$ (dostali sme integrál FKP len sa tom rozdielom, že e^{2it} sme zjednodušili na e^0)

$$= r^2 i\,[t]_0^{2\pi} = 2\pi r^2 i \neq 0$$ (nie derivácia)

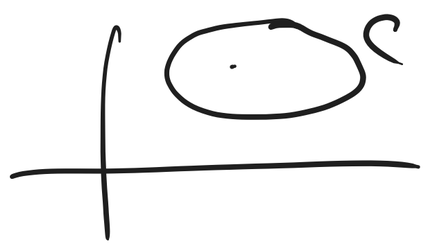
Zovšeobecnenie (CAUCHY-veta) Nech C je uzavretá krivka, nech $f(z)$ je analytická na C aj jej vnútri. Potom

$$\int_C f(z)\,dz = 0$$

voľný Integrál po „uzavretej" ceste je nula

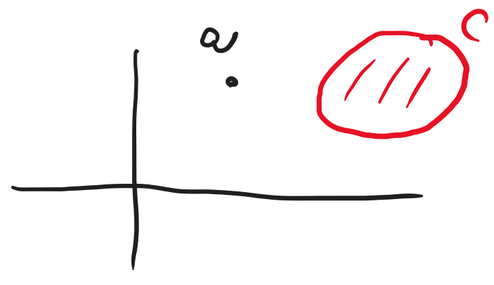
NUDA!!!

$\int_C z^2 + z\,dz = 0$



$\int_C \sin z\,dz = 0$

$\int_C \frac{1}{z-a}\,dz = 0$ (a - prvok vnútra)



ak

$\int_C \frac{1}{z-a}\,dz \neq 0$