

FUNKCIA

Katedra matematiky a teoretickej informatiky,
Technická univerzita v Košiciach

Definícia

Nech $A, B \subset \mathbb{R}$ sú dve neprázdne množiny a f je pravidlo (predpis), ktoré *každému* $x \in A$ priraduje *práve jeden prvok* $f(x) \in B$. Potom hovoríme, že f je funkcia, ktorá zobrazuje množinu A do množiny B .

Píšeme

$$f : A \rightarrow B$$

- definičný obor funkcie f : $D(f) = A$
- obor hodnôt funkcie f : $H(f) = \{f(x) : x \in A\}$
- graf funkcie f : $G(f) = \{[x, f(x)] \in A \times B, x \in A\}$

Definícia

Nech $A, B \subset \mathbb{R}$ sú dve neprázdne množiny a f je pravidlo (predpis), ktoré *každému* $x \in A$ priraduje *práve jeden prvok* $f(x) \in B$. Potom hovoríme, že f je funkcia, ktorá zobrazuje množinu A do množiny B .

Píšeme

$$f : A \rightarrow B$$

- definičný obor funkcie f : $D(f) = A$
- obor hodnôt funkcie f : $H(f) = \{f(x) : x \in A\}$
- graf funkcie f : $G(f) = \{[x, f(x)] \in A \times B, x \in A\}$

Definícia

Rovnosť dvoch funkcií

Nech $f : A \rightarrow B$, $g : C \rightarrow D$.

Budeme hovoriť, že funkcie f a g sa rovnajú (píšeme $f = g$) práve vtedy, keď $A = C$ a pre každé $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

Definícia

Zúženie, rozšírenie funkcie

Nech $f : A \rightarrow B$ a $g : C \rightarrow B$, $C \subset A$ a pre každé $x \in C$ platí $f(x) = g(x)$. Potom funkciu f nazývame rozšírením funkcie g a funkciu g nazývame zúžením funkcie f .

Definícia

Rovnosť dvoch funkcií

Nech $f : A \rightarrow B$, $g : C \rightarrow D$.

Budeme hovoriť, že funkcie f a g sa rovnajú (píšeme $f = g$) práve vtedy, keď $A = C$ a pre každé $x \in A$ platí $f(x) = g(x)$.

Definícia

Zúženie, rozšírenie funkcie

Nech $f : A \rightarrow B$ a $g : C \rightarrow B$, $C \subset A$ a pre každé $x \in C$ platí $f(x) = g(x)$. Potom funkciu f nazývame rozšírením funkcie g a funkciu g nazývame zúžením funkcie f .

Definícia

Ohraničené funkcie

Funkciu f nazývame *zhora (zdola) ohraničenou na množine* $M \subset D(f)$, ak je *zhora (zdola) ohraničená množina jej funkčných hodnôt* $f(M) = \{f(x) : x \in M\}$.

Ak je funkcia f ohraničená *zhora aj zdola* na množine M , tak hovoríme, že je *ohraničená na množine* M

Definícia

Maximum a minimum funkcie

Ak má množina $f(M)$ *najväčší (najmenší) prvok*, tak toto číslo nazývame *maximom (minimom)* funkcie f na množine M a označujeme:

$$\max_{x \in M} f(x)$$

$$\left(\min_{x \in M} f(x) \right)$$

Definícia

Ohraničené funkcie

Funkciu f nazývame *zhora (zdola) ohraničenou na množine* $M \subset D(f)$, ak je *zhora (zdola) ohraničná množina jej funkčných hodnôt* $f(M) = \{f(x) : x \in M\}$.

Ak je funkcia f ohraničená *zhora aj zdola* na množine M , tak hovoríme, že je *ohraničená na množine* M

Definícia

Maximum a minimum funkcie

Ak má množina $f(M)$ *najväčší (najmenší) prvok*, tak toto číslo nazývame *maximom (minimom)* funkcie f na množine M a označujeme:

$$\max_{x \in M} f(x)$$

$$\left(\min_{x \in M} f(x) \right)$$

Definícia

Rýdzomonotónne funkcie

Funkciu f nazývame *rastúcou* (*klesajúcou*) na množine $M \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2$ platí $f(x_1) < f(x_2)$ ($f(x_1) > f(x_2)$).

Definícia

Monotónne funkcie

Funkciu f nazývame *neklesajúcou* (*nerastúcou*) na množine $M \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \leq f(x_2)$ ($f(x_1) \geq f(x_2)$).

Definícia

Rýdzomonotónne funkcie

Funkciu f nazývame *rastúcou* (*klesajúcou*) na množine $M \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2$ platí $f(x_1) < f(x_2)$ ($f(x_1) > f(x_2)$).

Definícia

Monotónne funkcie

Funkciu f nazývame *neklesajúcou* (*nerastúcou*) na množine $M \subset D(f)$, ak pre každé dva body $x_1, x_2 \in M, x_1 < x_2$ platí $f(x_1) \leq f(x_2)$ ($f(x_1) \geq f(x_2)$).

Definícia

Párne a nepárne funkcie

Funkcia f sa nazýva *párna*, resp. *nepárna*, ak platí

1. pre každé $x \in D(f)$ aj $-x \in D(f)$,
2. $f(x) = f(-x)$, resp. $f(-x) = -f(x)$ pre všetky $x \in D(f)$.

Definícia

Periodické funkcie

Funkciu f nazývame *periodickou*, ak existuje také reálne číslo $p > 0$, že platí

1. pre každé $x \in D(f)$ aj $x - p \in D(f)$, $x + p \in D(f)$,
2. pre všetky $x \in D(f)$ je $f(x + p) = f(x)$.

Najmenšie také číslo p nazývame *periódou* funkcie f .

Definícia

Párne a nepárne funkcie

Funkcia f sa nazýva *párna*, resp. *nepárna*, ak platí

1. pre každé $x \in D(f)$ aj $-x \in D(f)$,
2. $f(x) = f(-x)$, resp. $f(-x) = -f(x)$ pre všetky $x \in D(f)$.

Definícia

Periodické funkcie

Funkciu f nazývame *periodickou*, ak existuje také reálne číslo $p > 0$, že platí

1. pre každé $x \in D(f)$ aj $x - p \in D(f)$, $x + p \in D(f)$,
2. pre všetky $x \in D(f)$ je $f(x + p) = f(x)$.

Najmenšie také číslo p nazývame *periódou* funkcie f .

Definícia

Zložená funkcia

Nech $g : A \rightarrow B$, $f : B \rightarrow C$. Potom funkciu $f[g(x)] : A \rightarrow C$ nazývame zloženou funkciou.

Definícia

Prostá funkcia

Nech $f : A \rightarrow B$. Ak pre každé $x_1, x_2 \in A$ také, že $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$, tak funkciu nazývame prostou.

Definícia

Zložená funkcia

Nech $g : A \rightarrow B$, $f : B \rightarrow C$. Potom funkciu $f[g(x)] : A \rightarrow C$ nazývame zloženou funkciou.

Definícia

Prostá funkcia

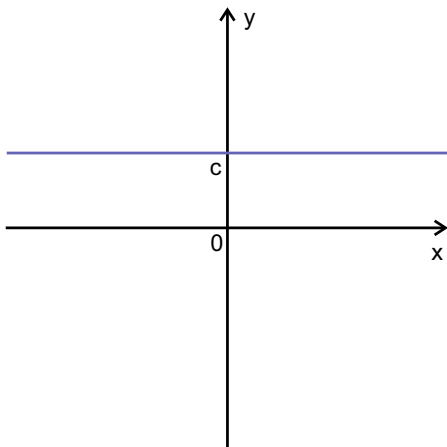
Nech $f : A \rightarrow B$. Ak pre každé $x_1, x_2 \in A$ také, že $x_1 \neq x_2$ platí $f(x_1) \neq f(x_2)$, tak funkciu nazývame prostou.

Definícia

Inverzná funkcia

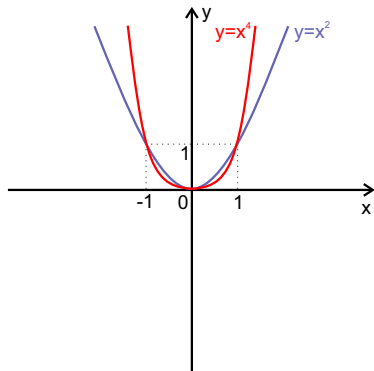
Nech $f : A \rightarrow B$ je prostá funkcia (kde $B = H(f)$). Funkciu $f^{-1} : B \rightarrow A$, $f^{-1}(y) = x$ nazývame inverznou funkciou k funkcii $f : A \rightarrow B$ práve vtedy, keď $f(x) = y$.

Konštantná funkcia $y = c, c \in \mathbb{R}$

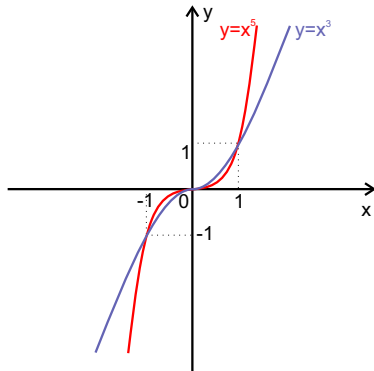


Mocninová funkcia $y = x^n, n \in \mathbb{N}, n \neq 1$

n-párne

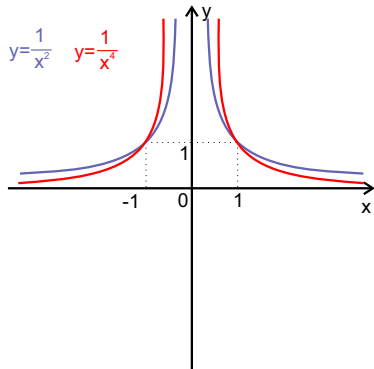


n-nepárne

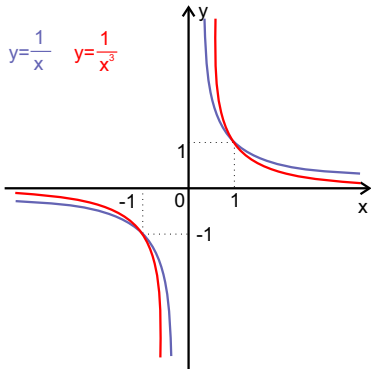


Mocninová funkcia $y = x^{-n} = \frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}$

n-párne

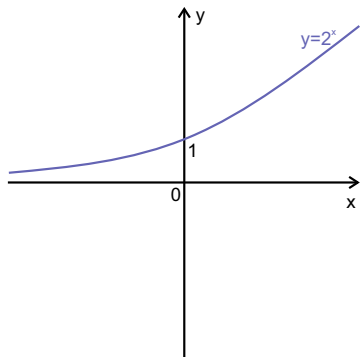


n-nepárne

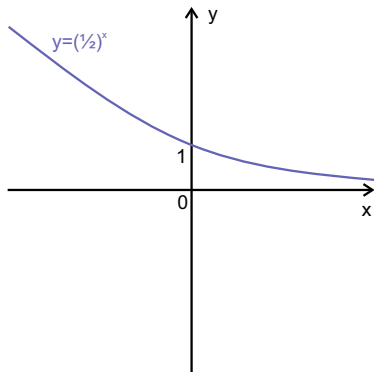


Exponenciálna funkcia $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

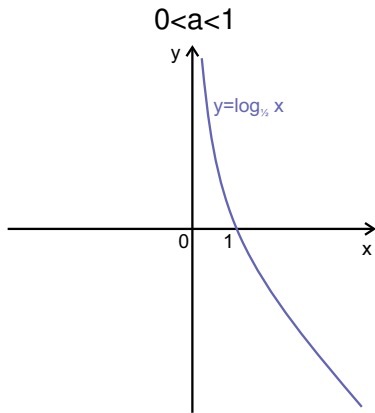
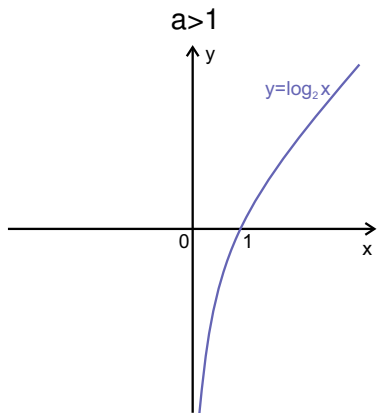
$a > 1$



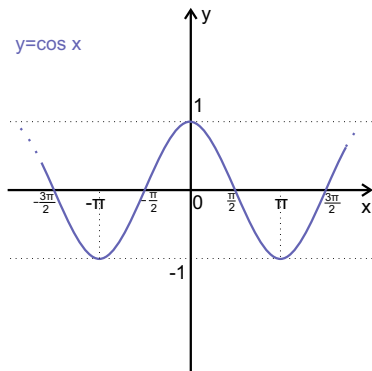
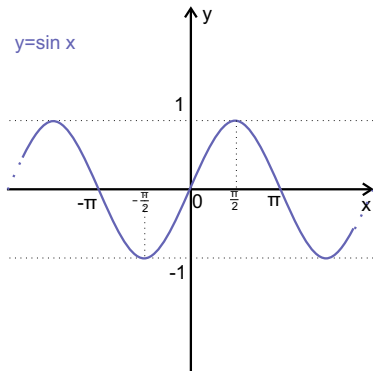
$0 < a < 1$

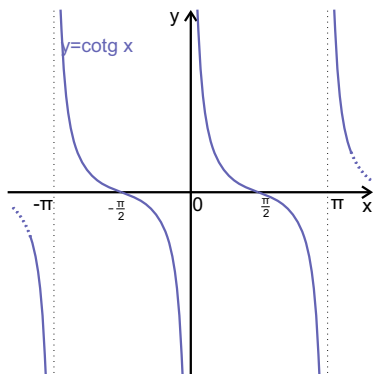
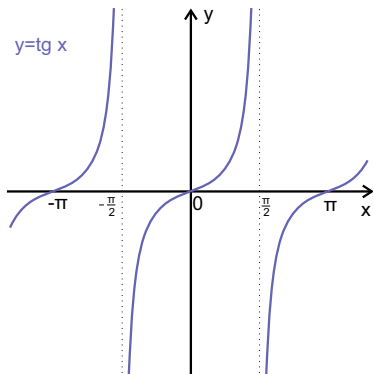


Logaritmická funkcia $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$

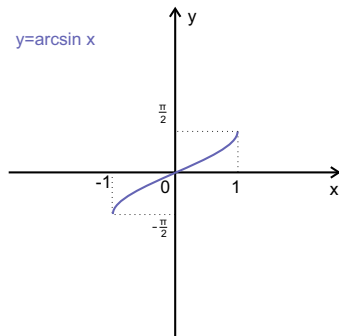
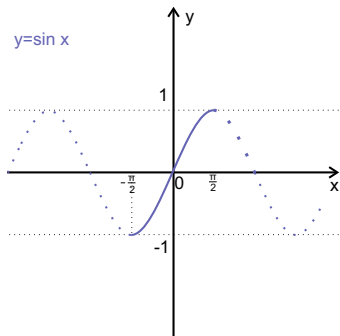


Goniometrické funkcie $y = \sin x$, $y = \cos x$

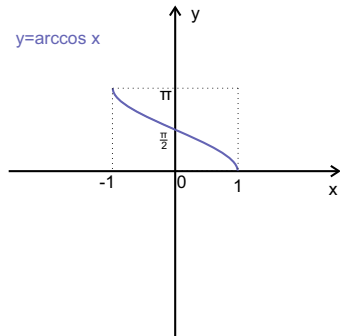
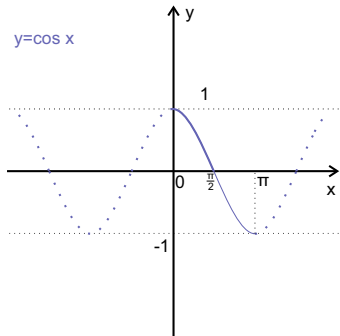


Goniometrické funkcie $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{cotg} x$ 

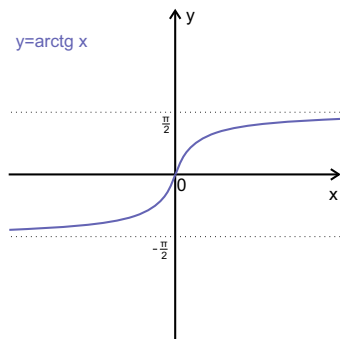
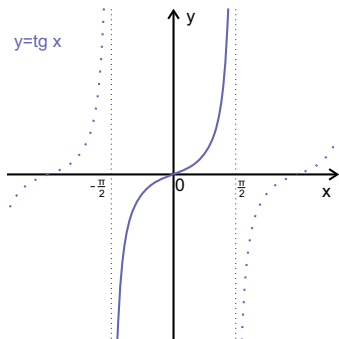
Cyklometrické funkcie $y = \arcsin x$



Cyklometrické funkcie $y = \arccos x$



Cyklometrické funkcie $y = \operatorname{arctg} x$



Cyklometrické funkcie $y = \operatorname{arccotg} x$

