➢ Hypotézu H_0 nezamietame, keď bude platiť $\chi^2 \notin K_\alpha$, pričom v tomto prípade je kritická oblasť $K_\alpha = \left(0,\ \chi^2_{\alpha,\,2n}\right)$. Použijeme kvantil $\chi^2_{\alpha,\,2n} = \chi^2_{0{,}05;\,46} = 31{,}4390$ (z tabuliek).

Výpočet príslušného kvantilu pomocou MATLABu: **`q=chi2inv(.05,46)`**

➢ Pretože $\chi^2 = 45{,}4154 \notin K_\alpha = \left(0;\ 31{,}4390\right)$, hypotézu H_0 nezamietame.

Úlohy:

5.1. Pri sledovaní doby bezporuchového chodu určitého výrobného zariadenia boli namerané tieto výsledky [hod.]: 300, 320, 315, 298, 310, 322, 318, 286, 270, 270, 302, 298. Za predpokladu, že doba bezporuchového chodu zariadenia má exponenciálne rozdelenie, testujte na hladine významnosti $\alpha = 0{,}05$ hypotézu H_0: $\lambda = 300$ proti H_1: $\lambda > 300$.

Výsledok: $\chi^2 = 24{,}0600 \notin K_\alpha = \left(\chi^2_{0{,}95;\,24},\ \infty\right) = \left(36{,}415;\ \infty\right) \Rightarrow H_0$.

Poznámka: Vo všetkých nasledujúcich úlohách budeme predpokladať, že náhodná premenná X základného súboru (náhodné premenné X_1 a X_2 dvoch základných súborov) má (majú) normálne rozdelenie pravdepodobnosti.

5.2. Meral sa percentuálny obsah cínu vo vzorkách rudy. Výsledky sú v tabuľke, pričom z_i je triedny znak:

z_i	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
n_i	1	3	4	10	15	20	11	5	3	2

Vieme, že $\sigma^2 = 85$. Na hladine významnosti $\alpha = 0{,}05$ testujte hypotézu H_0: $\mu = 52$ proti H_1: $\mu \neq 52$.

Výsledok: $Y = 1{,}16 \notin K_\alpha = \left(-\infty, -y_{0{,}975}\right) \cup \left(y_{0{,}975}, \infty\right) = \left(-\infty; -1{,}96\right) \cup \left(1{,}96; \infty\right) \Rightarrow H_0$.

5.3. Priemerný odpad železa v továrni bol 25,5 ton. Vo výrobe sa urobili úsporné opatrenia. V priebehu dvoch týždňov sa sledovali odpady a boli namerané tieto hodnoty: 23,8; 24,5; 26,1; 22,8; 25,0; 21,9; 24,0; 23,5; 25,2; 22,0; 23,0; 25,0. Na hladine významnosti $\alpha = 0{,}05$ testujte hypotézu, že po vykonaní úsporných opatrení sa znížil odpad železa.

Výsledok: H_0: $\mu = 25{,}5$; H_1: $\mu < 25{,}5$;

$t = -\,4{,}2040 \in K_\alpha = \left(-\infty, -t_{0{,}95;\,11}\right) = \left(-\infty; -1{,}7959\right) \Rightarrow H_1$, t. j. odpad železa sa znížil.

5.4. Linka mestskej autobusovej dopravy má v dobe dopravnej špičky priemernú rýchlosť v centre mesta 8 km/hod. Uvažovalo sa o tom či by zmena trasy viedla k zvýšeniu priemernej rýchlosti. Nová trasa bola prejdená v desiatich náhodne vybraných dňoch a boli zistené tieto priemerné rýchlosti: 8,5; 9,5; 7,8; 8,2; 9,0; 7,5; 8,2; 7,8; 9,0; 8,5. Uvážte či zmena trasy vedie k zvýšeniu priemernej rýchlosti. Použite hladinu významnosti: a) $\alpha = 0{,}01$; b) $\alpha = 0{,}05$.

Výsledok: H_0: $\mu = 8$, H_1: $\mu > 8$, a) $t = 2{,}0112 \notin K_\alpha = \left(t_{0{,}99;\,9}, \infty\right) = \left(2{,}8214; \infty\right) \Rightarrow H_0$,

b) $t = 2{,}0112 \in K_\alpha = \left(t_{0{,}95;\,9}, \infty\right) = \left(1{,}8331; \infty\right) \Rightarrow H_1$.

5.5. Bola sledovaná tučnota mlieka [%] s týmito výsledkami: 3,84; 4,06; 3,67; 3,97; 4,16; 3,98; 3,76; 4,02; 3,82; 3,71; 3,94; 4,04; 4,07; 3,61; 4,01. Na hladine významnosti $\alpha = 0{,}05$ testujte hypotézu H_0: $\sigma^2 = 0{,}03$ proti H_1: $\sigma^2 \neq 0{,}03$.

Výsledok:

$\chi^2 = 12{,}7364 \notin K_\alpha = \left(0, \chi^2_{0{,}025;\,14}\right) \cup \left(\chi^2_{0{,}975;\,14}, \infty\right) = \left(0;\ 5{,}6287\right) \cup \left(26{,}1189;\ \infty\right) \Rightarrow H_0$.

5.6. Presnosť nastavenia automatického obrábacieho stroja je charakterizovaná disperziou dĺžky súčiastok. Ak je táto hodnota väčšia ako 20 mm^2, automat treba znova nastaviť. Meranie kontrolných súčiastok poskytlo tieto výsledky [mm]: 792, 803, 790, 804, 801, 803, 798, 799, 806, 797, 802, 796, 802, 801, 798, 799, 806, 809, 797, 803. Vhodným testom na hladine významnosti $\alpha = 0{,}05$ posúďte či je potrebné urobiť nové nastavenie.

Výsledok: H_0: $\sigma^2 = 20$, H_1: $\sigma^2 > 20$,

$\chi^2 = 20{,}6100 \notin K_\alpha = \left(\chi^2_{0{,}95;\,19}\,,\infty\right) = \left(30{,}1435\,;\infty\right) \Rightarrow H_0$, t. j. netreba robiť nové nastavenie.

5.7. Odberateľ dostáva žiarivky od dvoch dodávateľov. Pri hodnotení kvality žiariviek sa sleduje tiež počet zapojení, ktoré žiarivky znesú bez poškodenia. Skúšky výrobkov viedli k týmto výsledkom u prvého dodávateľa: 2139, 2041, 1968, 1903, 1952, 1980, 2089, 1915, 2389, 2163, 2072, 1712, 2018, 1792, 1849. U druhého dodávateľa sa dosiahli výsledky: 1947, 1602, 1906, 2031, 2072, 1812, 1942, 2074, 2132. Na hladine významnosti $\alpha = 0{,}05$ overte či je štatisticky významný rozdiel v kvalite oboch dodávok.

Výsledok: Overenie predpokladu: H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$,

$F = 1{,}0288 \notin K_\alpha = \left(0\,,F_{0{,}025;\,14;\,8}\right) \cup \left(F_{0{,}975;\,14;\,8}\,,\infty\right) = \left(0\,;0{,}3044\right) \cup \left(4{,}1297\,;\infty\right) \Rightarrow H_0$.

H_0: $\mu_1 = \mu_2$, H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$,

$t = 0{,}7559 \notin K_\alpha = \left(-\infty, -t_{0{,}975;\,22}\right) \cup \left(t_{0{,}975;\,22}, \infty\right) = \left(-\infty\,; -2{,}0739\right) \cup \left(2{,}0739\,;\infty\right) \Rightarrow H_0$.

Medzi kvalitou oboch dodávok nie je štatisticky významný rozdiel.

5.8. Pri antropologických meraniach obyvateľov Egypta bola okrem iného sledovaná šírka nosa v centimetroch u skupiny mužov vo veku 21 − 50 rokov zo severnej časti krajiny a u skupiny rovnako starých mužov z južnej časti. Výskum viedol k týmto výsledkom pre severnú časť: 3,6; 4,1; 3,3; 3,4; 3,7; 3,1; 4,0; 4,0; 3,6; 3,0; 3,3; 3,7; 4,3; 3,3; 3,4; 3,4; 3,3; 3,6; 4,0; 3,4; 3,7. Pre južnú časť sa získali výsledky: 4,1; 3,9; 4,0; 3,8; 4,1; 4,2; 3,8; 3,9; 3,8; 3,8; 4,0; 3,7; 3,9; 4,4; 3,7; 3,8; 3,9; 3,9; 4,0; 4,1; 3,8; 4,0; 4,3. Posúďte významnosť rozdielov vo výsledkoch meraní na hladine významnosti $\alpha = 0{,}05$.

Výsledok: Overenie predpokladu: H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$,

$F = 3{,}5390 \in K_\alpha = \left(0\,,F_{0{,}025;\,20;\,22}\right) \cup \left(F_{0{,}975;\,20;\,22}\,,\infty\right) = \left(0\,;0{,}4109\right) \cup \left(2{,}3890\,;\infty\right) \Rightarrow H_1$.

H_0: $\mu_1 = \mu_2$, H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$,

$t = -4{,}4038 \in K_\alpha = \left(-\infty, -t_{0{,}975;\,30}\right) \cup \left(t_{0{,}975;\,30}, \infty\right) = \left(-\infty\,; -2{,}0423\right) \cup \left(2{,}0423\,;\infty\right) \Rightarrow H_1$.

Šírky nosov mužov zo severu Egypta sa líšia od tých na juhu.

5.9. Na skupine dobrovoľníkov bol testovaný prostriedok na zníženie hmotnosti. Hmotnosti v kg dvanástich testovaných ľudí pred a po diétnej kúre sú uvedené v tabuľke:

Pred diétou	85	75	90	65	150	80	110	56	88	73	67	134
Po diéte	76	75	81	64	155	72	99	45	89	66	56	110

Na hladine významnosti $\alpha = 0{,}05$ vykonajte párový test stredných hodnôt, pričom použite obojstrannú alternatívnu hypotézu.

Výsledok: Overenie predpokladu: H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$,

$F = 0{,}9594 \notin K_\alpha = \left(0\,,F_{0{,}025;\,11;\,11}\right) \cup \left(F_{0{,}975;\,11;\,11}\,,\infty\right) = \left(0\,;0{,}2879\right) \cup \left(3{,}4737\,;\infty\right) \Rightarrow H_0$.

H_0: $\mu_d = 0$, H_1: $\mu_d \neq 0$,

$t = 3{,}2196 \in K_\alpha = \left(-\infty, -t_{0{,}975;\,11}\right) \cup \left(t_{0{,}975;\,11}, \infty\right) = \left(-\infty\,; -2{,}2010\right) \cup \left(2{,}2010\,;\infty\right) \Rightarrow H_1$.

Test preukázal štatisticky významný rozdiel v hmotnosti testovaných ľudí pred a po diétnej kúre.