Matematika 1 – 1.cvičenie

RNDr. Z. Gibová, PhD.

Cvičiaca: RNDr. Z. Gibová, PhD.

zuzana.gibova@tuke.sk

Boženy Nemcovej 32, 6. poschodie, č.k.: 614

Konzultácie: pondelok 11:00 – 12:00, 13:30 – 14:30, iný deň po dohode

- cvičenia (povinné), prednášky (link na stránke KMTI – Výučba – aktuálne predmety – Matematika I - Oznamy)

Prenášajúca: doc. RNDr. Blanka Baculíková, PhD.

Predmet končí KZ: 2 zápočtové písomky – získať v súčte aspoň 51 bodov

1ZP - 8. týždeň za 45 b (30 b + 15 b za teóriu)

2ZP – 2. týždeň skúškového obdobia za 55 b (40 b +15 b za teóriu)

OZP – v 3. a 4. týždni skúškového obdobia

Bonusové body za aktivitu na cvičeniach – max. 5 bodov

Všetky materiály z prednášok (ppt) ale aj dú z cvičenia na stránke KMTI

Literatúra k cvičeniam

- *Baculíková, Grinčová*: MATEMATIKA I v príkladoch (2021) (elektronická zbierka, link v časti prílohy)

Rovnice a nerovnice
1. Rovnice

Všeobecný zápis rovníc **P(x) = Ľ (x)**

- zápis výsledku K = $\{x\}$, množina všetkých koreňov rovnice
- potrebná skúška správnosti, ak nepoužijeme ekvivalentné úpravy

a) **Lineárne:** $\boldsymbol{ax + b = 0}$, $\boldsymbol{x}$ **– premenná,** $\boldsymbol{a, b}$ **– koeficienty (čísla ∈ R),** $\boldsymbol{a \neq 0}$

Pr. 1 Riešte nasledujúce rovnice v R:

a) $-1 + 4x + 5 = x - 6 - 2x$

b) $1 + \frac{x}{1-2x} = \frac{x+3}{2x+1}$ Dú výsledok: K = $\{1/3\}$

Pr. 2 Riešte nasledujúcu rovnicu v R:

$$\frac{2}{1-x^2} - \frac{1}{1+x} = \frac{1}{1-x}$$

a) **Kvadratické:** $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$**,** $\boldsymbol{x}$ **– premenná,** $\boldsymbol{a, b, c}$**– koeficienty (čísla ∈ R),** $\boldsymbol{a \neq 0}$

Pr. 3 Riešte nasledujúce rovnice v R:

a) $x^2 - 5x = 0$
b) $x^2 + 2x - 3 = 0$
c) $2x^2 + 3x - 2 = 0$
d) $x^2 - 7x + 10 = 0$ Dú výsledok: K = {2; 5}
e) $3x^2 - 18x + 24 = 0$ Dú výsledok: K = {2; 4}

Metóda doplnením na štvorec:

1. upravíme kvadratickú rovnicu $x^2 \pm \mathrm{B}x \pm \mathrm{C} = 0$
 na tvar

$$(x \pm \frac{\mathrm{B}}{\mathbf{2}})^2 \pm \mathrm{C} - (\frac{\mathrm{B}}{\mathbf{2}})^{\mathbf{2}} = 0$$

2. Využijeme vzorec pri úprave $a^2 - b^2 = (a-b)\,(a+b)$

$c)\ \ x^2 - 7x + 10 = 0$ $\qquad$ $x^2 - Bx + C = 0$

Riešenie:

$(x - \frac{7}{2})^2 + 10 - \frac{49}{4} = 0$ $\qquad$ $(x - \frac{B}{2})^2 + C - (\frac{B}{2})^2 = 0$

$(x - \frac{7}{2})^2 + \frac{40}{4} - \frac{49}{4} = 0$

$(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{9}{4} = 0$

$(x - \frac{7}{2})^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 0$ $\qquad$ $a^2 - b^2 = (a - b)\,(a + b)$

a $\qquad$ b

$\left(x - \frac{7}{2} - \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2} + \frac{3}{2}\right) = 0$

$(x - 5)(x - 2) = 0$

$x - 5 = 0 \ \vee \ x - 2 = 0$

$x = 5 \ \vee \ x = 2$

K = {2; 5}

Skúška:

x = 2

Ľ: $(2 - 5)(2 - 2) = 0$
P: 0
Ľ = P

x = 5

Ľ: $(5 - 5)(5 - 2) = 0$
P: 0
Ľ = P

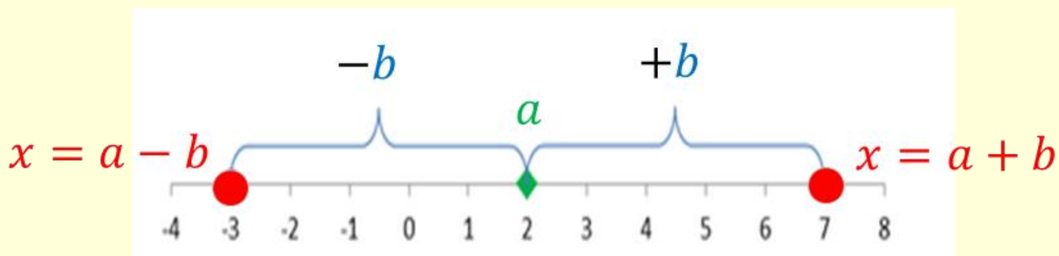
c) rovnice s absolútnou hodnotou $\quad |x - a| = 0$

absolútna hodnota čísla $|x|$ je vždy kladné číslo, napr. $\quad |-2| = 2, |2| = 2$

Pri úprave, ak $\; x \geq 0, |x| = x$

$x < 0, |x| = -x$

Geometrický význam AH: $\quad |x - a| = b$ vyjadruje vzdialenosť bodu x od bodu a na číselnej osi o hodnotu b.



Pr. 4 Riešte nasledujúce rovnice v R:

a) $|x + 3| = 4$
b) $|5x - 3| = 2$
c) $|x - 2| = 5$ Dú výsledok: K = $\{7$ pre x ≥ 2; - 3 pre x $< 2\}$
d) $|4x + 2| = 10$ Dú výsledok: K = $\{2$ pre x $\geq$ - 1/2; - 3 pre x $<$ - 1/2$\}$

2. Nerovnice

Všeobecný zápis nerovníc

P(x) < Ľ (x)
P(x) > Ľ (x)
P(x) ≤ Ľ (x)
P(x) ≤ Ľ (x)

a) **lineárne:** $\boldsymbol{ax + b > 0}$**,** intervalová metóda
b) **kvadratické:** $\boldsymbol{ax^2 + bx + c \leq 0}$ intervalová metóda

Pr. 5 Riešte nasledujúce nerovnice v R:

a) $x^2 - x - 2 \leq 0$

b) $\frac{x+1}{x-5} > \frac{x-2}{x-5}$ Dú — výsledok : K = (5, ∞)

c) $\frac{1-3x}{x+4} < 2$

d) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$ sami — výsledok: K = $(-\infty, 1\rangle \cup \langle 3, \infty)$

d) $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

Riešenie:

$(x - 2)^2 + 3 - 4 \geq 0$

$(x - 2)^2 - 1 \geq 0$

$(x - 2)^2 - (1)^2 \geq 0$

a b

$(x - 2 - 1)(x - 2 + 1) \geq 0$

$(x - 3)(x - 1) \geq 0$

Intervalová metóda

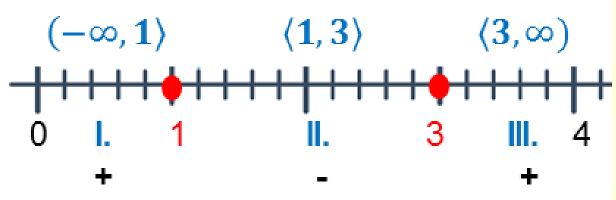
1. určíme nulové body (NB)

$x - 3 = 0,\ x - 1 = 0$ NB: 1;3

2. Rozdelíme číselnú os na intervaly pomocou NB

3. Na každom intervale určíme znamienko výrazu – zvolíme ľubovoľné číslo z daného intervalu, dosadíme do zátvoriek za *x* a zistíme výsledné znamienko na danom intervale, ktoré zapíšeme pod interval

I. interval, x = 0, -.- = +
II. interval, x = 2, -.+ = -
III. interval, x = 4, +.+ = +



Výsledkom sú intervaly, kde bude súčin zátvoriek ≥ 0, teda kde je výsledné znamienko +

K = $(-\infty, 1\rangle \cup \langle 3, \infty)$

c) nerovnice s absolútnou hodnotou

$|x-a|<b$ $\qquad -b<x-a<b \quad \rightarrow \quad -b<x-a \quad \wedge \quad x-a<b$

$|x-a|>b$ $\qquad x-a>b \quad \wedge \quad x-a<-b$

Pr. 6 Riešte nasledujúce nerovnice v R:

a) $|x-1|<4$

b) $|x+2|\geq 6$

c) $|3x+1|>4$ sami $\qquad$ výsledok : K = $(-\infty,-\frac{5}{3})\cup(1,\infty)$

d) $|2x-4|\leq 5$ Dú $\qquad$ výsledok : K = $\left\langle -\frac{1}{2},\frac{9}{2}\right\rangle$

d) $|3x+1|>4$

Riešenie:

1. výpočtom

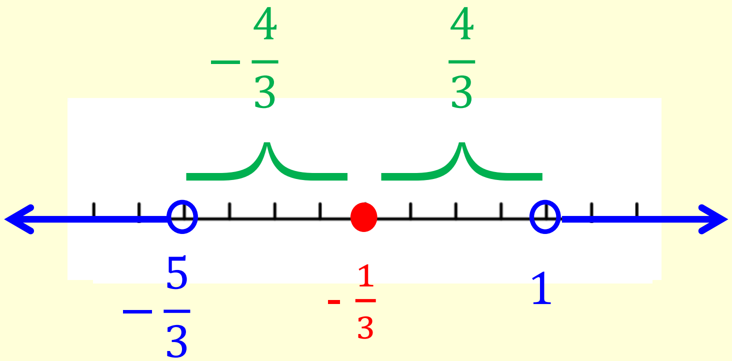
$$|3x+1|>4$$

$$-4>3x+1 \;\wedge\; 3x+1>4$$

$$x<-\frac{5}{3} \qquad \wedge \qquad x>1$$

2. graficky

$$\left|x+\frac{1}{3}\right|>\frac{4}{3}$$



$K=(-\infty,-\frac{5}{3})\cup(1,\infty)$