Funk. Komp. Prem.

Pod FKP rozumieme pravidlo, ktoré každému

$z = x+iy$ priradí $\underbrace{\text{jedno}}_{\text{jednoznačná}}$ alebo $\underbrace{\text{viac kompl. čísel}}_{\text{viacznačná}}$ $w = u+iv$

$= u(x,y)+i\,v(x,y)$

v reál. $\sqrt{9} = 3$

v kompl. $\sqrt{9} = \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases}$

$\boxed{f(z) = z^2}$ jednoznač.

$f(z) = \sqrt{z}$ dvojznačná fcia

ŠTANDARTNÝ ZÁPIS

$$f(x+iy) = u(x,y) + i\,v(x,y)$$

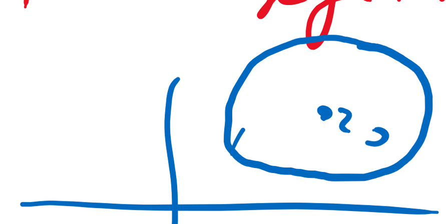
Zapíšte $f(z) = z^2$ v št. tvare

$$\boxed{f(\underbrace{x+iy}_{z}) = (x+iy)^2 = \underbrace{x^2-y^2}_{u} + i\,\underbrace{2xy}_{v}}$$

Limita, spojitosť, derivácia FKP sú def. analogicky ako v reálnom obore

$\underbrace{z = x+iy \to z_0 = x_0+iy_0}_{\substack{x\to x_0 \\ y\to y_0}} \Rightarrow f(z) \to l$ Limita

$\Rightarrow f(z) \to f(z_0)$ Spojitosť



Derivácia FKP

Nech $f(z)$ je def na $O(z_0)$. Derivácia f v čísle z_0 je číslo

$$f'(z_0) = \lim_{z\to z_0} \frac{f(z)-f(z_0)}{z-z_0}$$

/ zhoda FRP

Vypočítajte $f'(z_0)$ ak $f(z) = z^2$

$$f'(z_0) = \lim_{z\to z_0} \frac{f(z)-f(z_0)}{z-z_0} = \lim_{z\to z_0} \frac{z^2-z_0^2}{z-z_0} = \lim_{z\to z_0} \frac{\cancel{(z-z_0)}(z+z_0)}{\cancel{z-z_0}} = 2z_0$$

Vo všeob. $(z^2)' = 2z$; $(z^n)' = n z^{n-1}$

Pozor $\cos z$, $\sin z$ ešte nemáme def. ? $\cos(2+3i) = ?$

FORMÁLNE : $(\sin z)' = \cos z$

$(\cos z)' = -\sin z$

Platí $(f(z)g(z))' = f'(z)g(z) + f(z)g'(z)$

Ak f má deriváciu (všade) tak je nazývaná ANALYTICKÁ

STRUČNÝ ÚVOD DO FKP