MNOŽINY

Katedra matematiky a teoretickej informatiky,
Technická univerzita v Košiciach

Definícia

Množina je súbor navzájom rozlíšiteľných objektov.

- Množinu považujeme za určenú, ak vieme o ľubovoľnom objekte rozhodnúť, či patrí alebo nepatrí do danej množiny.
- Hovoríme, že objekt a je prvkom množiny M, ak patrí do množiny M, ozn. $a \in M$.
- Hovoríme, že objekt a nie je prvkom množiny M, ak nepatrí do množiny M, ozn. $a \notin M$.

Definícia

Množina je súbor navzájom rozlíšiteľných objektov.

- Množinu považujeme za určenú, ak vieme o ľubovoľnom objekte rozhodnúť, či patrí alebo nepatrí do danej množiny.
- Hovoríme, že objekt a je prvkom množiny M, ak patrí do množiny M, ozn. $a \in M$.
- Hovoríme, že objekt a nie je prvkom množiny M, ak nepatrí do množiny M, ozn. $a \notin M$.

Definícia

Množina je súbor navzájom rozlíšiteľných objektov.

- Množinu považujeme za určenú, ak vieme o ľubovoľnom objekte rozhodnúť, či patrí alebo nepatrí do danej množiny.
- Hovoríme, že objekt a je prvkom množiny M, ak patrí do množiny M, ozn. $a \in M$.
- Hovoríme, že objekt a nie je prvkom množiny M, ak nepatrí do množiny M, ozn. $a \notin M$.

Definícia

Množina je súbor navzájom rozlíšiteľných objektov.

- Množinu považujeme za určenú, ak vieme o ľubovoľnom objekte rozhodnúť, či patrí alebo nepatrí do danej množiny.
- Hovoríme, že objekt a je prvkom množiny M, ak patrí do množiny M, ozn. $a \in M$.
- Hovoríme, že objekt a nie je prvkom množiny M, ak nepatrí do množiny M, ozn. $a \notin M$.

Definícia

Dve množiny pokladáme za rovnaké, ak majú tie isté prvky. Označujeme $A = B$.

Definícia

Množinu A nazývame podmnožinou množiny B, ak každý prvok množiny A je tiež prvkom množiny B. Označujeme $A \subset B$.

Definícia

Množinu, ktorá neobsahuje žiadne prvky, nazývame prázdnou množinou. Označujeme $\emptyset$.

Definícia

Dve množiny pokladáme za rovnaké, ak majú tie isté prvky. Označujeme $A = B$.

Definícia

Množinu A *nazývame podmnožinou množiny* B, *ak každý prvok množiny* A *je tiež prvkom množiny* B. *Označujeme* $A \subset B$.

Definícia

Množinu, ktorá neobsahuje žiadne prvky, nazývame prázdnou množinou. Označujeme $\emptyset$.

Definícia

Dve množiny pokladáme za rovnaké, ak majú tie isté prvky. Označujeme $A = B$.

Definícia

Množinu A nazývame podmnožinou množiny B, ak každý prvok množiny A je tiež prvkom množiny B. Označujeme $A \subset B$.

Definícia

Množinu, ktorá neobsahuje žiadne prvky, nazývame prázdnou množinou. Označujeme $\emptyset$.

Nech A, $B \subset M$:

- zjednotenie množín $A \cup B = \{x \in M : (x \in A) \vee (x \in B)\}$
- prienik množín $A \cap B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \in B)\}$
- rozdiel množín $A - B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$
- karteziánsky súčin $A \times B = \{[a, b] : (a \in A), (b \in B)\}$
- komplement v M k A $A^c = \{x \in M : x \notin A\}$

Nech A, $B \subset M$:

- zjednotenie množín $A \cup B = \{x \in M : (x \in A) \vee (x \in B)\}$
- prienik množín $A \cap B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \in B)\}$
- rozdiel množín $A - B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$
- karteziánsky súčin $A \times B = \{[a, b] : (a \in A), (b \in B)\}$
- komplement v M k A $A^c = \{x \in M : x \notin A\}$

Nech A, $B \subset M$:

- zjednotenie množín $A \cup B = \{x \in M : (x \in A) \vee (x \in B)\}$
- prienik množín $A \cap B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \in B)\}$
- rozdiel množín $A - B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$
- karteziánsky súčin $A \times B = \{[a, b] : (a \in A), (b \in B)\}$
- komplement v M k A $A^c = \{x \in M : x \notin A\}$

Nech A, $B \subset M$:

- zjednotenie množín $A \cup B = \{x \in M : (x \in A) \vee (x \in B)\}$
- prienik množín $A \cap B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \in B)\}$
- rozdiel množín $A - B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$
- karteziánsky súčin $A \times B = \{[a, b] : (a \in A), (b \in B)\}$
- komplement v M k A $A^c = \{x \in M : x \notin A\}$

Nech A, $B \subset M$:

- zjednotenie množín $A \cup B = \{x \in M : (x \in A) \vee (x \in B)\}$
- prienik množín $A \cap B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \in B)\}$
- rozdiel množín $A - B = \{x \in M : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}$
- karteziánsky súčin $A \times B = \{[a, b] : (a \in A), (b \in B)\}$
- komplement v M k A $A^c = \{x \in M : x \notin A\}$

Nech $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$:

- uzavretý interval $\langle a, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$
- otvorený interval $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$
- polouzavreté (polootvorené) intervaly

$$(a, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$
$$\langle a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$$

Nech $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$:

- uzavretý interval $\langle a, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$
- otvorený interval $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$
- polouzavreté (polootvorené) intervaly

$$(a, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$
$$\langle a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$$

Nech $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$:

- uzavretý interval $\langle a, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$
- otvorený interval $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$
- polouzavreté (polootvorené) intervaly

$$(a, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$
$$\langle a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$$

Nech $a, b \in \mathbb{R}$ a $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$:

- $(-\infty, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$
- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
- $\langle a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$
- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$
- $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

Nech $a, b \in \mathbb{R}$ a $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$:

- $(-\infty, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$
- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
- $\langle a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$
- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$
- $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

Nech $a, b \in \mathbb{R}$ a $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$:

- $(-\infty, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$
- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
- $\langle a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$
- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$
- $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

Nech $a, b \in \mathbb{R}$ a $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$:

- $(-\infty, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$
- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
- $\langle a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$
- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$
- $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

Nech $a, b \in \mathbb{R}$ a $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{-\infty, \infty\}$:

- $(-\infty, b\rangle = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$
- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
- $\langle a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$
- $(a, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$
- $(-\infty, \infty) = \mathbb{R}$

Definícia

Nech $\varepsilon > 0$ *a* $a \in \mathbb{R}$*:*

- ε*-ové okolie bodu a* $O_\varepsilon(a) = (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$
- *prstencové* ε*-ové okolie bodu a* $O_\varepsilon^0(a) = O_\varepsilon - \{a\}$
- *pravé* ε*-ové okolie bodu a* $O_\varepsilon^+(a) = (a, a + \varepsilon)$
- *ľavé* ε*-ové okolie bodu a* $O_\varepsilon^-(a) = (a - \varepsilon, a)$

Definícia

Nech $a \in \mathbb{R}$. Číslo $|a|$ definované vzťahom

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{pre } a \geq 0 \\ -a, & \text{pre } a < 0 \end{cases}$$

nazývame absolútnou hodnotou čísla a.

Nech $a, b \in \mathbb{R}$, potom platí

- $||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$
- $|a \, . \, b| = |a| \, . \, |b|$
- ak $b \neq 0$: $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

Definícia

Nech $a \in \mathbb{R}$. Číslo $|a|$ definované vzťahom

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{pre } \ a \geq 0 \\ -a, & \text{pre } \ a < 0 \end{cases}$$

nazývame absolútnou hodnotou čísla a.

Nech $a, b \in \mathbb{R}$, potom platí

- $||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$
- $|a \,.\, b| = |a| \,.\, |b|$
- ak $b \neq 0$: $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

Definícia

Nech $a \in \mathbb{R}$. Číslo $|a|$ definované vzťahom

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{pre} \quad a \geq 0 \\ -a, & \text{pre} \quad a < 0 \end{cases}$$

nazývame absolútnou hodnotou čísla a.

Nech $a, b \in \mathbb{R}$, potom platí

- $||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$
- $|a \,.\, b| = |a| \,.\, |b|$
- ak $b \neq 0$: $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

Definícia

Nech $a \in \mathbb{R}$. Číslo $|a|$ definované vzťahom

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{pre } a \geq 0 \\ -a, & \text{pre } a < 0 \end{cases}$$

nazývame absolútnou hodnotou čísla a.

Nech $a, b \in \mathbb{R}$, potom platí

- $||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$
- $|a \,.\, b| = |a| \,.\, |b|$
- ak $b \neq 0$: $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$

Definícia

Nech M je podmnožina $\mathbb{R}$.

Ak existuje také reálne číslo $D \in M$, že pre každé $x \in M$ je $x \leq D$, tak číslo D nazývame maximom množiny M.
Označujeme: $D = max\ M$

Ak existuje také reálne číslo $d \in M$, že pre každé $x \in M$ je $x \geq d$, tak číslo d nazývame minimom množiny M.
Označujeme: $d = min\ M$

Definícia

Nech M je neprázdna podmnožina $\mathbb{R}$.

Ak existuje také číslo $K \in \mathbb{R}$ ($k \in \mathbb{R}$), že $\forall x \in M$ platí $x \leq K$ ($x \geq k$) tak číslo K (číslo k) nazývame horným (dolným) ohraničením množiny M a hovoríme, že M je zhora (zdola) ohraničená.

Ak je neprázdna množina zdola aj zhora ohraničená, tak hovoríme, že je ohraničená.

Definícia

Najmenšie horné ohraničenie S množiny M nazývame supremom množiny M.
Označujeme: $S = sup\ M$.

Najväčšie dolné ohraničenie s množiny M nazývame infimom množiny M.
Označujeme: $s = inf\ M$.

Definícia

Nech $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ *s vlastnosťami*

- $1 \in \mathbb{N}$,
- *ak* $n \in \mathbb{N}$, *tak aj* $n + 1 \in \mathbb{N}$.

Potom $\mathbb{N}$ *nazývame množinou všetkých prirodzených čísel*

Definícia

Množinu

$$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{-a \in \mathbb{R} : a \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$$

nazývame množinou celých čísel.

Definícia

Nech $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$ *s vlastnosťami*

- $1 \in \mathbb{N}$,
- *ak* $n \in \mathbb{N}$, *tak aj* $n + 1 \in \mathbb{N}$.

Potom $\mathbb{N}$ *nazývame množinou všetkých prirodzených čísel*

Definícia

Množinu

$$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{-a \in \mathbb{R} : a \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$$

nazývame množinou celých čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \in \mathbb{R} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N} \right\}$$

nazývame množinou racionálnych čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{I} = \{x \in \mathbb{R} : x \notin \mathbb{Q}\}$$

nazývame množinou iracionálnych čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}, i^2 = -1$$

nazývame množinou komlexných čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \in \mathbb{R} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N} \right\}$$

nazývame množinou racionálnych čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{I} = \{x \in \mathbb{R} : x \notin \mathbb{Q}\}$$

nazývame množinou iracionálnych čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}, i^2 = -1$$

nazývame množinou komlexných čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \in \mathbb{R} : p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N} \right\}$$

nazývame množinou racionálnych čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{I} = \{x \in \mathbb{R} : x \notin \mathbb{Q}\}$$

nazývame množinou iracionálnych čísel.

Definícia

Množinu

$$\mathbb{C} = \{a + bi : a, b \in \mathbb{R}\}, i^2 = -1$$

nazývame množinou komlexných čísel.