

PR. 1 $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x-1}$, $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$
 2. ako sa správajú funkčné hodnoty ak $x \rightarrow 1$ (reálna os blízko 1)

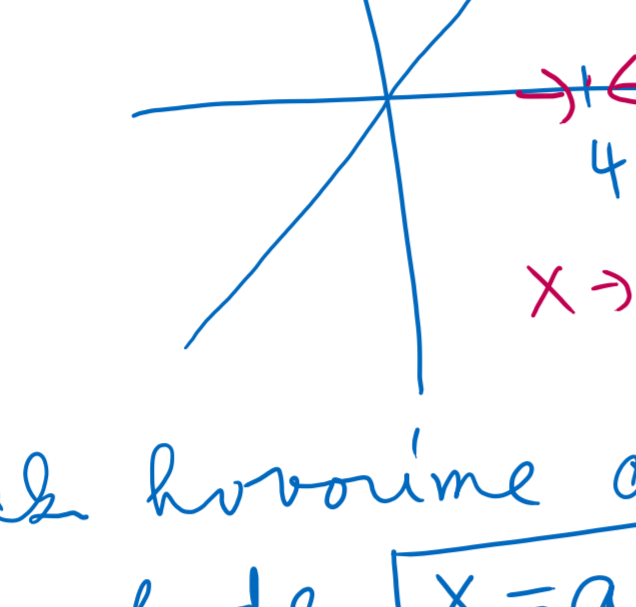
tabuľka hodnôt

x	0,9	0,99	1	1,01	1,1	...
f(x)	2,9	2,99	N	3,01	3,1	...

$\frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = x+2$

ak $x \rightarrow 1$ $f(x) \rightarrow 3$
 ! pozor $x=1$ funkcia nebola definovaná.
 zapisujeme $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$

PR. 2 $f(x) = 2x$, $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$
 ? ak $x \rightarrow 4$
 $f(x) \rightarrow ?$
 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} (2x) = 8$



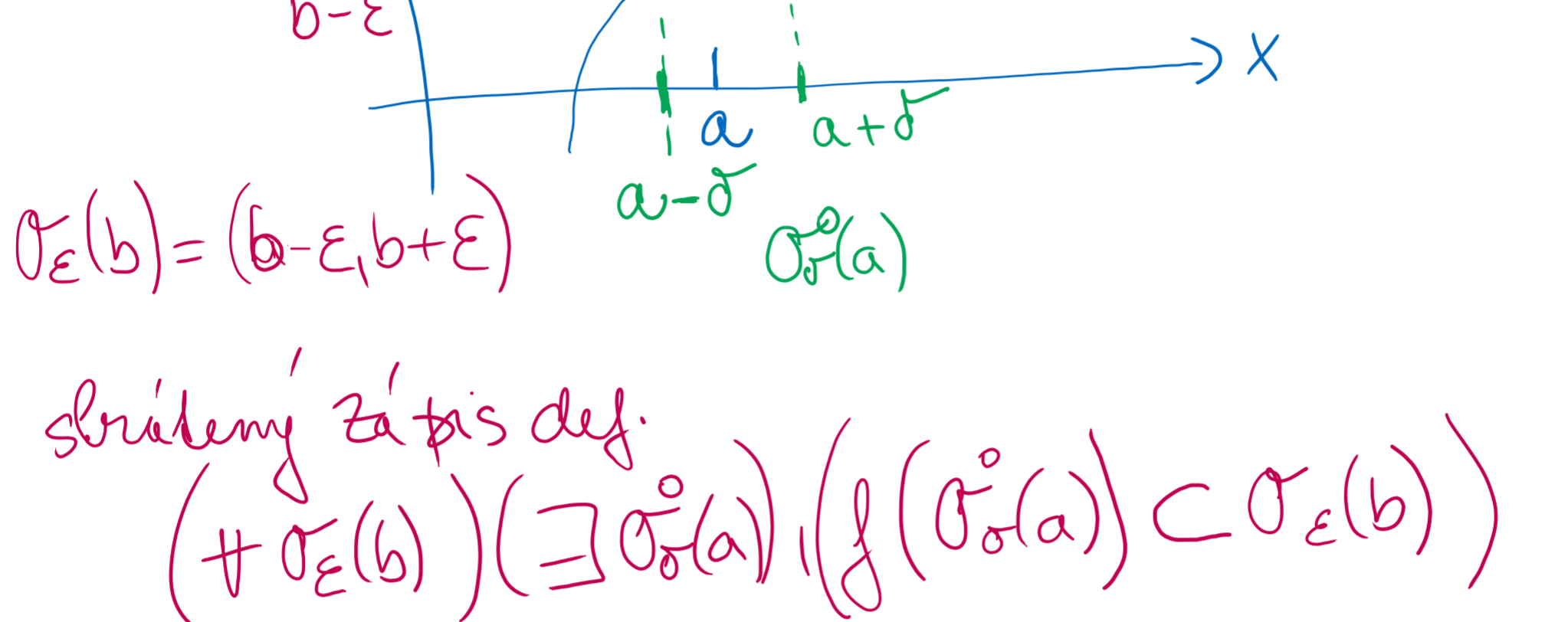
a funkcia bola v danom bode definovaná!

ak hovoríme o limite funkcie $f(x)$ v bode $x=a$ [$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$], máme na myšli to, že $f(x) \rightarrow b$, ak x je „dostatočne“ blízko k a .

! v bode a funkcia $f(x)$ nemusí byť definovaná, ale pozor na ohrovi! $\neq 0$!

DEF $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$

geometrická definícia:



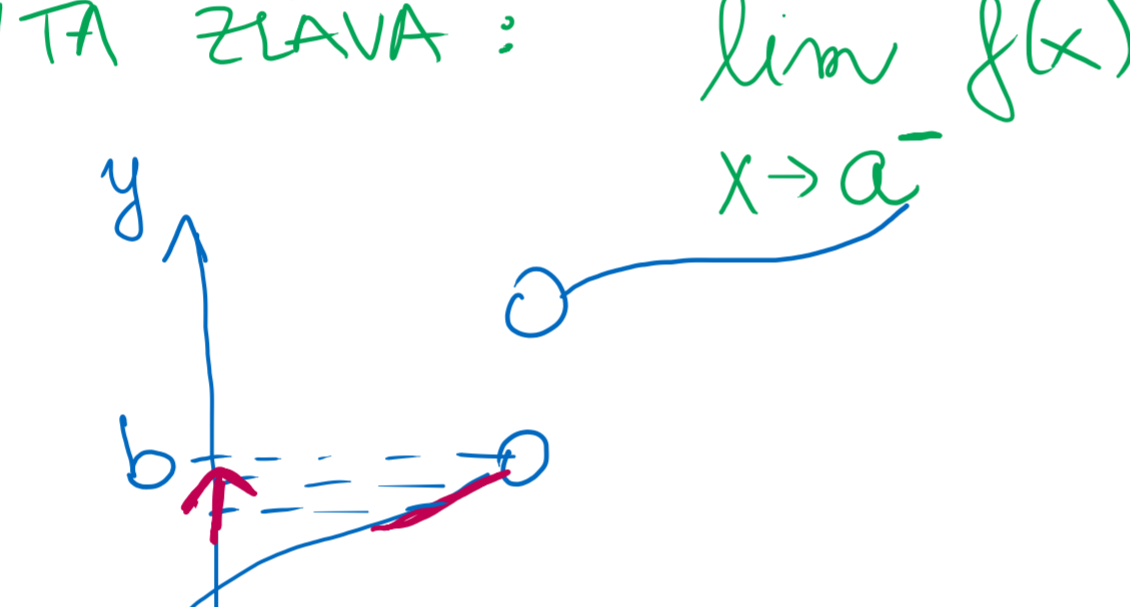
$O_\epsilon(b) = (b-\epsilon, b+\epsilon)$
 ak $x \rightarrow a$ $f(x) \rightarrow b$
 skratkový zápis def: $(\forall O_\epsilon(b)) (\exists O_\delta(a)) (f(O_\delta(a)) \subset O_\epsilon(b))$

! funkcia v bode $x=a$ môže, ale nemusí mať limitu!

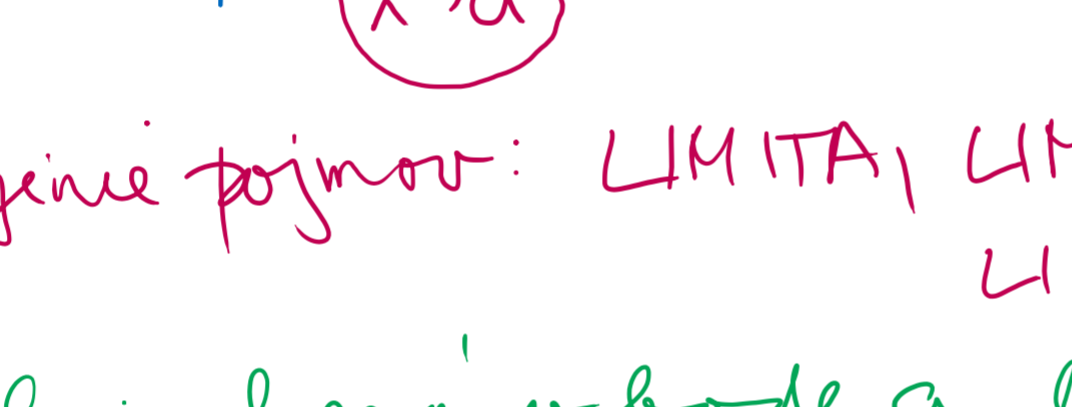
ak má limitu, tak len jednu!

JEDNOSTRANÉ LIMITY:

limita sprava: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = b$



LIMITA ZĽAVA: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = b$



malé ϵ (Explicitne! hľadaj reálne číslo $\epsilon > 0$)

prepojitívne pojmy: **LIMITA, LIMITA SPRAVA, LIMITA ZĽAVA**

! Funkcia f má v bode a limitu, ak má v bode a limitu sprava aj zľava a tieto limity sa rovnajú!

VLASTNOSTI LIMIT

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$, $b \in \mathbb{R}$
 $b = 2, 3, 4, 100, \dots$ vlastná limita
 $b = \infty$ alebo $-\infty$ (nevlastná limita)

nech $b \in \mathbb{R}$

príklady:

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{|x|} = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x}{f(x)} = -1$

príklad

$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

! vlastné limity

pr. $\lim_{x \rightarrow 2} (2x + x^2) = \lim_{x \rightarrow 2} 2x + \lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4 + 4 = 8$

③ $\lim_{x \rightarrow a} (k \cdot f(x)) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x) = k \cdot b$

④ $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = b \cdot c$

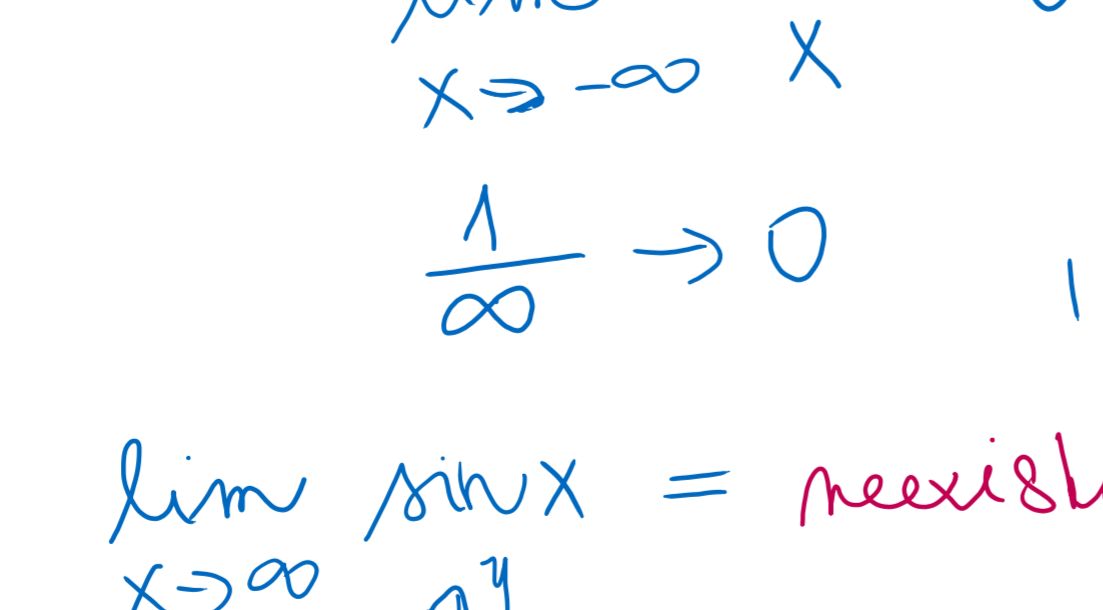
! vlastné limity!

⑤ $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$

⑥ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$, $g(x)$ obmedzená

$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = 0$
 melová obmedzená!

príklad: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} \right) = 0$



resp. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ak hovoríme o limitách v nevlastnom bode.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$
 $\frac{1}{\infty} \rightarrow 0$, $\frac{1}{-\infty} \rightarrow 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sin x =$ neexistuje

