

## ASYMPTOTY GRAFU FUNKCIE

↓ priamky, ktoré charakterizujú graf funkcie (graf funkcie sa k nim "blíži").

### ① ASYMPTOTY BEZ SMERNICE (ABS)

$x = x_0$  je ABS ku grafu  $f(x)$ , ak aspoň jedna jednostrana limita je nevladna!

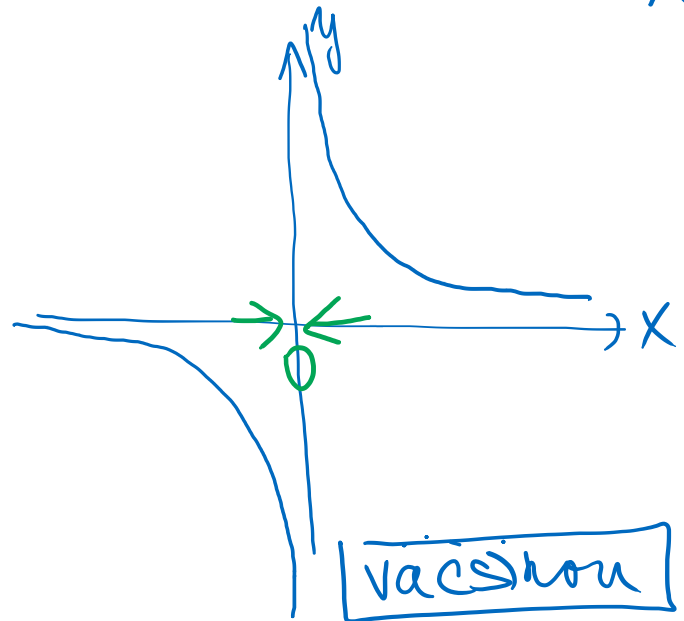
$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \infty$  alebo  $-\infty$

alebo  $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \infty$  alebo  $-\infty$

**Príklad**  $f(x) = \frac{1}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \left(\frac{1}{0^+}\right) = \infty$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = \left(\frac{1}{0^-}\right) = -\infty$



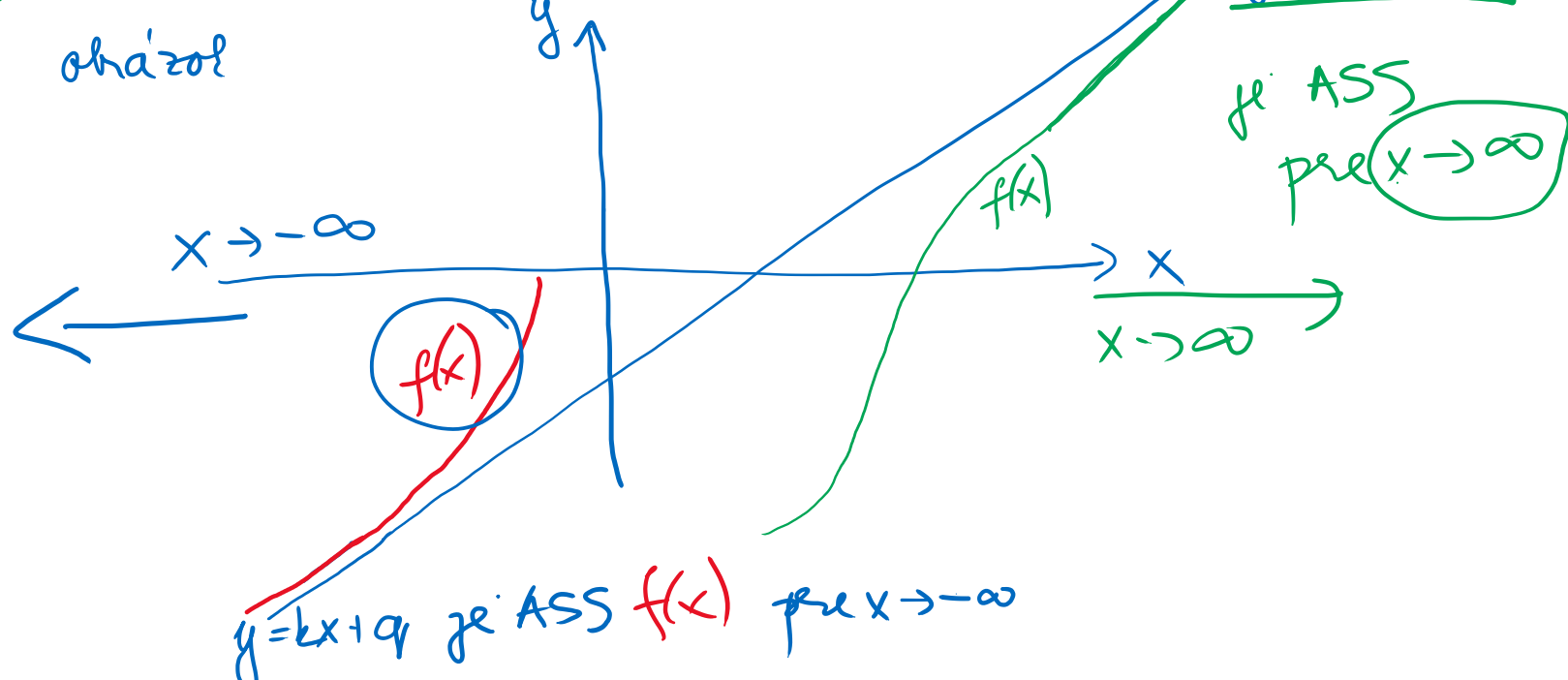
$x=0$  je ABS

**Vacsnou** ABS:

$x = \text{brd}$ , kde funkcia nie je definovaná

### ② ASYMPTOTY SO SMERNICOU (ASS)

ohľad



**Hľadanie ASS** vzťahy:

$y = kx + q$  i  $\lim_{x \rightarrow \infty}$

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$

$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$

$y = kx + q$  i  $x \rightarrow -\infty$

$k = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

$q = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx)$

**Príklad** Určime asymptoty ku grafu funkcie  $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2}$ ,  $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$

**ABS**  $x = -2$  priamka "podozrivá", že môže byť ABS

$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2} = \left( \frac{4 - 6 - 1}{0^-} = \frac{-3}{0^-} \right) = \infty$

alebo  $x = -2$  je ABS

nepotrebuje, ale chceme

$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2} = \left( \frac{-3}{0^+} \right) = -\infty$

**ASS** ideme vypočítať  $k, q$ .

začnem pre  $x \rightarrow \infty$

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1x^2 + 3x - 1}{1x^2 + 2x} = 1$

$q = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 2} - 1 \cdot x \right) =$

$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 1 - x^2 - 2x}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 1}{x + 2} = 1$

teda ASS pre  $x \rightarrow \infty$  je priamka  $y = kx + q = x + 1$

podobne vypočítame aj pre  $x \rightarrow -\infty$  vyjde to isté  $y = x + 1$

**POZOR**

10 minút prestávka

**9:10** pokračujeme **MAT 1**