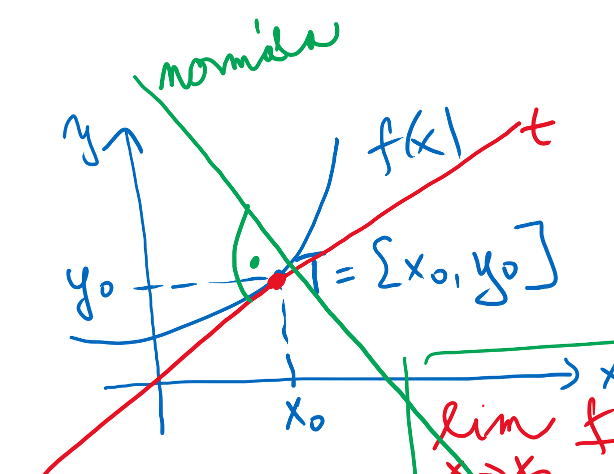
APLIKÁCIE derivácie:
(využitie)



$$\boxed{\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)}$$

smernica dotyčnice ku grafu $f(x)$ v bode $T=[x_0, y_0]$

! geometrický význam derivácie !

derivácia $f(x)$ v bode x_0 $\underbrace{(f'(x_0))}_{}$ $= k_t$ vyjadruje smernicu dotyčnice ku grafu $f(x)$ v bode $[x_0, y_0]$

ROVNICA DOTYČNICE:

$$t: \quad y - \underbrace{f(x_0)}_{y_0} = \overbrace{\boxed{f'(x_0)}}^{k_t}(x - x_0)$$

ROVNICA NORMÁLY:

$$n: \quad y - \underbrace{f(x_0)}_{y_0} = \overbrace{\boxed{-\frac{1}{f'(x_0)}}}^{k_n}(x - x_0)$$

príklad určme rovnicu dotyčnice a normály ku $f(x) = \boxed{x^3 - 2x}$; $T = [1, ?]$.
dotykový bod.

riešenie:

$\boxed{T = [1, -1]}$ — $x_0 = 1$, $y_0 = f(x_0) = -1$

je z grafu funkcie
$f(1) = 1^3 - 2.1 = -1$

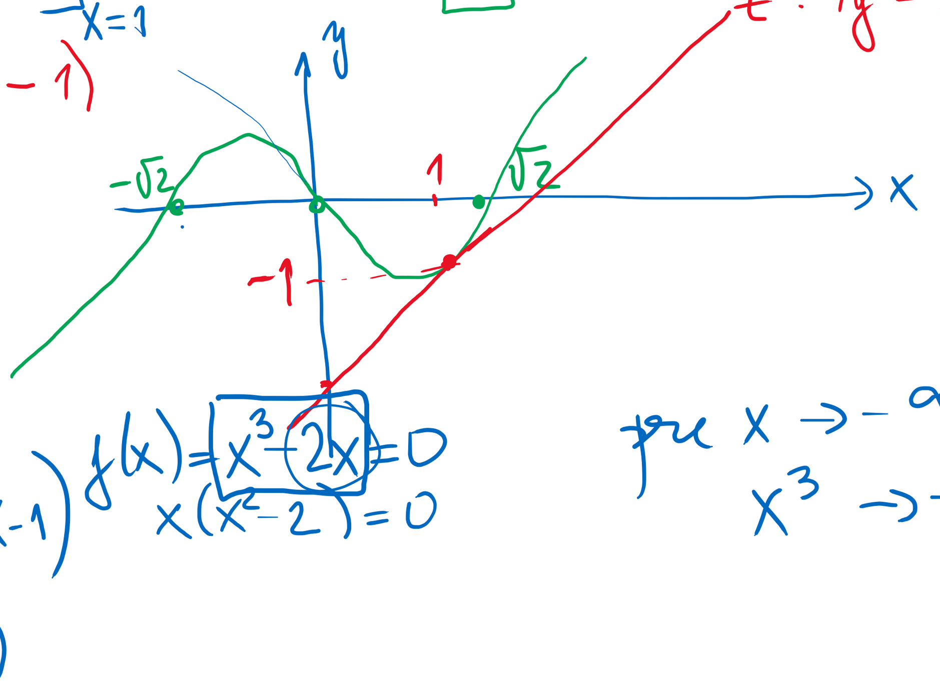
$f'(x) = 3x^2 - 2$

$\boxed{f'(x_0 = 1)} = \left[3x^2 - 2\right]_{x=1} = 3.1 - 2 = \boxed{1} = k_t$

$t: \boxed{y - (-1)} = 1(x - 1)$

$y + 1 = x - 1$

$\boxed{t: y = x - 2}$



$f(x) = \boxed{x^3 - 2x} = 0$
$x(x^2 - 2) = 0$

pre $x \to -\infty$
$x^3 \to -\infty$

n:

$$y - (-1) = -\frac{1}{\underbrace{1}_{f'(x_0)}}(x - 1)$$

$y + 1 = -(x - 1)$

$y + 1 = -x + 1$

$n: y = -x$

L'Hospitalovo pravidlo

(výpočet niektorých limít pomocou derivácie funkcie)

derivácii definovaná cez limitu a teraz limitu cez deriváciu.

príklad

$$\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \left(\frac{f(x_0)}{g(x_0)} = \frac{0}{0}\right) = \lim_{x\to x_0} \frac{f(x) - \overbrace{f(x_0)}^{0}}{g(x) - \underbrace{g(x_0)}_{0}} \cdot \frac{\frac{1}{x-x_0}}{\frac{1}{x-x_0}}$$

neurčitý výraz

$$= \lim_{x\to x_0} \frac{\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}}{\frac{g(x) - g(x_0)}{x - x_0}} = \frac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$$

presné znenie L'Hospitalovho pravidla:

prezentácia.

použitie: $\boxed{\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}} = \left(\frac{0}{0}, \frac{\pm\infty}{\pm\infty}\right) =$

$= \boxed{\lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}}$ (cieľ: odstránenie neurčitosti).

(L'Hospital hovorí, ak $\exists \lim_{x\to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$,
potom $\exists \lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$), v príkladoch využívame naopak.

príklady: (typ neurčitosti $\frac{0}{0}$, $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$), $0.\infty$, $\infty - \infty$, ... náročnejšie.

používam priamo L'H

① $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = \left(\frac{0}{0}\right) \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{1} = \frac{1}{1} = \underline{\underline{1}}$

super ü

② $\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2} = \left(\frac{0}{0}\right) \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0} \frac{-\sin x - 3.\cos^2 x.(-\sin x)}{2x}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{-\sin x + \boxed{3.\cos^2 x.\sin x}}{2x} = \left(\frac{0+0}{0}\right) \overset{L'H}{=}$

ostáva neurčitý výraz

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\overset{-1}{-\cos x} + \boxed{6\cos x.(-\sin x)}.\overset{0}{\sin x} + \overset{3.1}{3\cos^2 x.\cos x}}{2} = \frac{2}{2} = \underline{\underline{1}}$$