$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} = A \qquad A = (a_{ij})$$

i – m riadkov, j – n stĺpcov

$m \times n$ – riadky, stĺpce

ak $m = n$ → štvorcová matica $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}_{2\times 2}$ (r, s)

Nulová matica: $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{2\times 2}$

Diagonálna matica: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Jednotková matica: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $E = I = 1$

Horná trojuholníková matica: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

Lichobežníková matica: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}_{3\times 5}$

Riadkový vektor: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}_{1\times 4}$

Stĺpcový vektor: $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}_{4\times 1}$

Transponovaná matica A^T

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}_{2\times 3} \qquad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

Symetrická matica: $a_{ij} = a_{ji}$ $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 6 \\ 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}_{3\times 3} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 3} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 3+(-1) & 1+1 & -2+0 \\ 2+3 & 0+2 & 1+1 \\ -1+1 & 2+0 & -3+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 5 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B - A = \begin{pmatrix} -1-3 & 1-1 & 0-(-2) \\ 3-2 & 2-0 & 1-1 \\ 1-(-1) & 0-2 & 3-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 6 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$$-7A = -7\begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 & -7 & 14 \\ -14 & 0 & -7 \\ 7 & -14 & 21 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$i\,(\;\;)\cdot(\;\;)\,j = (\;\;)\; \to a_{ij}$

$m \times k = k \times n$ (r, s) → $m \times n$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}_{3\times 3} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}_{3\times 3} = (\quad)_{3\times 3}$$

$$= \begin{pmatrix} \overset{a_{11}}{3\cdot(-1)+1\cdot 3+(-2)\cdot 1} & \overset{a_{12}}{3\cdot 1+1\cdot 2+(-2)\cdot 0} & \overset{a_{13}}{3\cdot 0+1\cdot 1+(-2)\cdot 3} \\ \overset{a_{21}}{2\cdot(-1)+0\cdot 3+1\cdot 1} & \overset{a_{22}}{2\cdot 1+0\cdot 2+1\cdot 0} & \overset{a_{23}}{2\cdot 0+0\cdot 1+1\cdot 3} \\ \overset{a_{31}}{(-1)(-1)+2\cdot 3+(-3)\cdot 1} & \overset{a_{32}}{(-1)\cdot 1+2\cdot 2+(-3)\cdot 0} & \overset{a_{33}}{-1\cdot 0+2\cdot 1+(-3)\cdot 3} \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & -7 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1\cdot 3+1\cdot 2+0\cdot(-1) & -1\cdot 1+1\cdot 0+0\cdot 2 & 1\cdot(-2)+1\cdot 1+0\cdot(-3) \\ 3\cdot 3+2\cdot 2+1\cdot(-1) & 3\cdot 1+2\cdot 0+1\cdot 2 & 3\cdot(-2)+2\cdot 1+1\cdot(-3) \\ 1\cdot 3+0\cdot 2+3\cdot(-1) & 1\cdot 1+0\cdot 0+3\cdot(2) & 1\cdot(-2)+0\cdot 1+3\cdot(-3) \end{pmatrix} =$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 12 & 5 & -7 \\ 0 & 7 & -11 \end{pmatrix} \quad !!! \quad \boxed{A \cdot B \neq B \cdot A} \quad !!!$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2} \qquad C^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3}$$

$$C \cdot C^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} = \begin{pmatrix} 1\cdot 1+2\cdot 2 & 1\cdot 1+2\cdot 1 & 1\cdot 0+2\cdot 2 \\ 1\cdot 1+1\cdot 2 & 1\cdot 1+1\cdot 1 & 1\cdot 0+1\cdot 2 \\ 0\cdot 1+2\cdot 2 & 0\cdot 1+2\cdot 1 & 0\cdot 0+2\cdot 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$$C^T \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 1\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 0 & 1\cdot 2+1\cdot 1+0\cdot 2 \\ 2\cdot 1+1\cdot 1+2\cdot 0 & 2\cdot 2+1\cdot 1+2\cdot 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}_{2\times 2}$$

$$C \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}_{3\times 3} = \text{nedá sa !} \qquad 2 \neq 3$$

$$A \cdot C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}_{3\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} 3\cdot 1+1\cdot 1+(-2)\cdot 0 & 3\cdot 2+1\cdot 1+(-2)\cdot 2 \\ 2\cdot 1+0\cdot 1+1\cdot 0 & 2\cdot 2+0\cdot 1+1\cdot 2 \\ -1\cdot 1+2\cdot 1+(-3)\cdot 0 & -1\cdot 2+2\cdot 1+(-3)\cdot 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 6 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}_{1\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}_{3\times 1} = \begin{pmatrix} 1\cdot 3+3\cdot(-3)+(-1)\cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \end{pmatrix}_{1\times 1}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}_{3\times 1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}_{1\times 3} = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -3 \\ -3 & -9 & 3 \\ 4 & 12 & -4 \end{pmatrix}_{3\times 3}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{3\times 2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 2 \end{pmatrix}_{2\times 4} = \begin{pmatrix} -3\cdot 1+(-1)0 & -3\cdot 2+(-1)(-4) & -3\cdot(-1)+(-1)\cdot 3 & (-3)\cdot 0+(-1)2 \\ 2\cdot 1+0\cdot 0 & 2\cdot 2+0\cdot(-4) & 2\cdot(-1)+0\cdot 3 & 2\cdot 0+0\cdot 2 \\ 3\cdot 1+1\cdot 0 & 3\cdot 2+1\cdot(-4) & 3\cdot(-1)+1\cdot 3 & 3\cdot 0+1\cdot 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & -2 & 0 & -2 \\ 2 & 4 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}_{3\times 4}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{4\times 3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_{3\times 2} = \begin{pmatrix} -1\cdot 1+0\cdot 1+2\cdot 0 & -1\cdot 2+0\cdot(-3)+2\cdot(-1) \\ 3\cdot 1+1\cdot 1+(-1)\cdot 0 & 3\cdot 2+1\cdot(-3)+(-1)(-1) \\ 0\cdot 1+1\cdot 1+2\cdot 0 & 0\cdot 2+1\cdot(-3)+2\cdot(-1) \\ 3\cdot 1+0\cdot 1+0\cdot 0 & 3\cdot 2+0\cdot(-3)+0\cdot(-1) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 4 & 4 \\ 1 & -5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}_{4\times 2}$$