

Matematika 1 – 7.cvičenie

RNDr. Z. Gibová, PhD.

Priebeh funkcie

- 1 Definičný obor funkcie
- 2 Limity funkcie v krajných bodoch definičného oboru
- 3 Limity (jednostranné) v bodoch nespojitosti funkcie
- 4 Asymptoty grafu funkcie
- 5 Párnosť, nepárnosť funkcie
- 6 Monotónnosť funkcie
- 7 Lokálne extrémny funkcie
- 8 Intervaly konvexnosti a konkávnosti
- 9 Inflexné body funkcie
- 10 Graf funkcie

Pr.1 : 47 /4 $y = 16x(x - 1)^3$ Vyšetrite priebeh funkcie.

1. definičný obor funkcie $D(f) = \mathbb{R}$

2. limity v krajných bodoch $D(f)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 16x(x - 1)^3 = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 16x(x - 1)^3 = \infty$$

3. bod nespojitosti $x_0 = \text{nemá}$

4. asymptoty ABS nemá

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{16x(x - 1)^3}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 16(x - 1)^2 = \pm\infty$$

ASS nemá

5. párnosť, nepárnosť

$$f(-x) = 16(-x)(-x - 1)^3 \quad \text{ani párna, ani nepárna}$$

6. monotónnosť

funkcia rastie na intervale $(\frac{1}{4}, 1)$ a $(1, \infty)$ a klesá na $(-\infty, \frac{1}{4})$

7. lokálne extrémny

lokálne minimum $x = \frac{1}{4}$,

$$y = 16 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4} - 1\right)^3 = -\frac{27}{16} = -1,6875$$

8. konvexnosť a konkávnosť

funkcia je konvexná na intervale $(-\infty, \frac{1}{2})$, $(1, \infty)$ a konkávna na $(\frac{1}{2}, 1)$

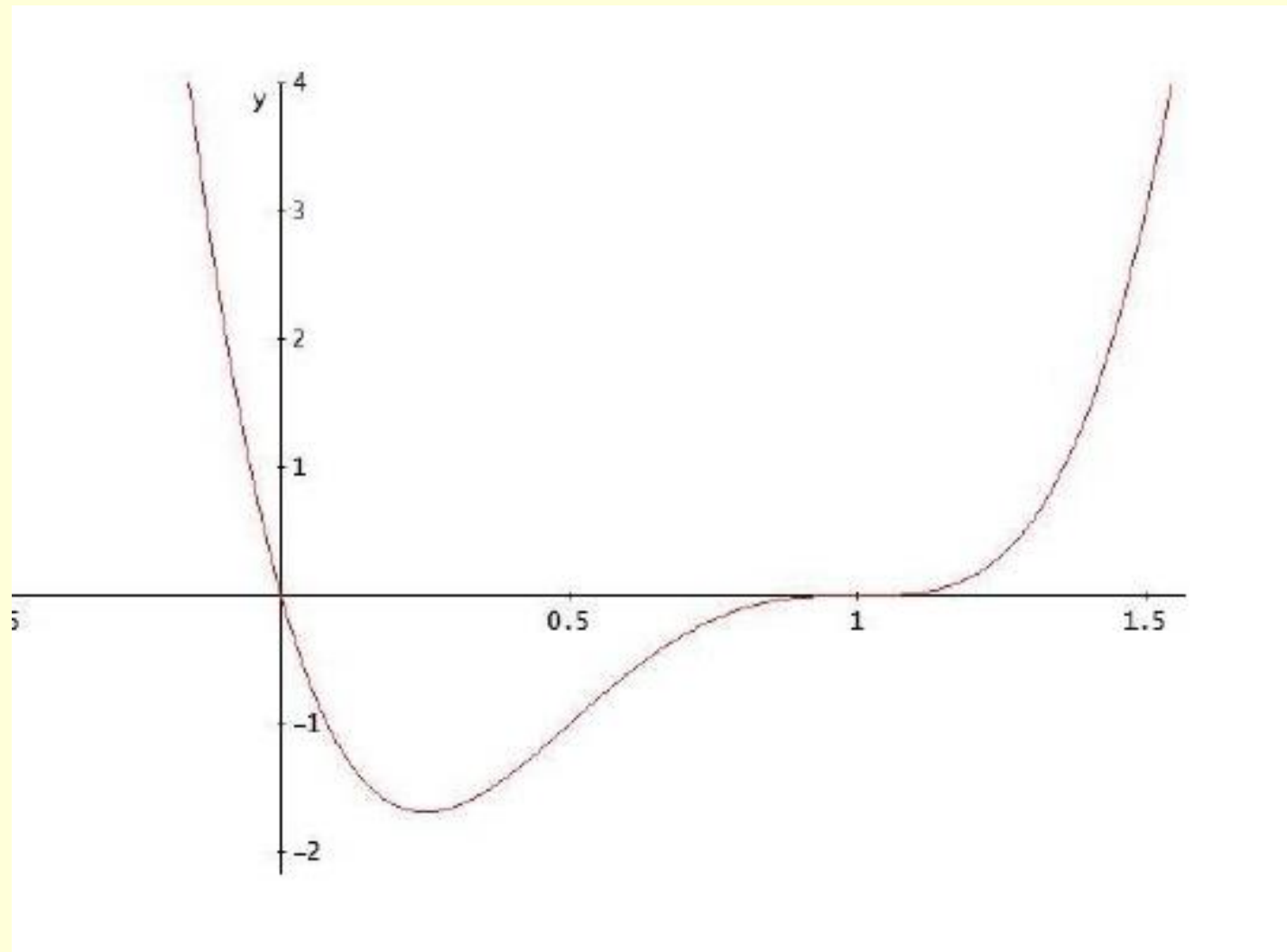
9. inflexné body

inflexné body má funkcia v bodoch $\frac{1}{2}, 1$

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} - 1\right)^3 = -1 \quad y(1) = 16 \cdot (1)(1 - 1)^3 = 0$$

10. priesečníky

$$x = 0, y = 0$$



Pr. 2: 47 / 11 Vyšetrite priebeh funkcie.

$$y = x - \frac{1}{x}$$

1. $D(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

2. **limity v krajných bodoch $D(f)$**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{1}{x} = \infty \qquad \lim_{x \rightarrow -\infty} x - \frac{1}{x} = -\infty$$

3. bod nespojitosti $x = 0$

4. **ABS** $x = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x - \frac{1}{x} = -\infty \qquad \lim_{x \rightarrow 0^-} x - \frac{1}{x} = \infty$$

ASS $y = x$ pre $x \rightarrow \pm\infty$

5. **párnosť, nepárnosť**

$$f(-x) = (-x) - \frac{1}{(-x)} = -x + \frac{1}{x} = -\left(x - \frac{1}{x}\right) = -f(x) \quad \text{je nepárna}$$

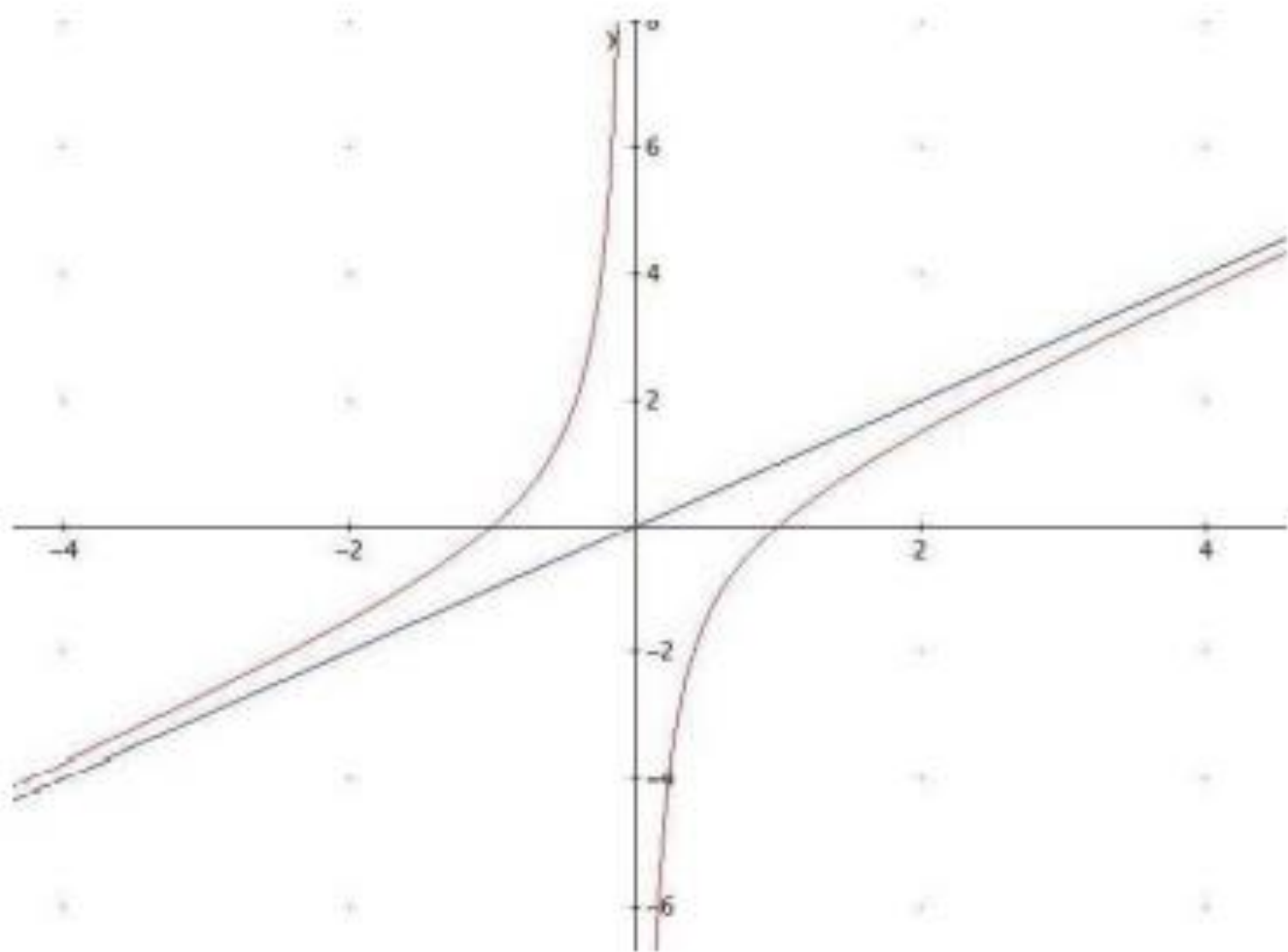
6. rastie na $(-\infty, 0)$, $(0, \infty)$

7. lokálne extrémymy **nemá**

8. konvexná \cup na $(-\infty, 0)$, konkávna \cap na $(0, \infty)$,

9. inflexný bod **nemá**

10. **priesečníky** $y = 0, 0 = x - \frac{1}{x}, x = \frac{1}{x}, x^2 = 1, x = \pm 1$



Pr. 3: 47 / 1 Vyšetrite priebeh funkcie.

$$y = x^3 + 3x^2 - 2$$

1. $D(f) = \mathbb{R}$

2. limity v krajných bodoch $D(f)$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 + 3x^2 - 2 = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + 3x^2 - 2 = -\infty$$

3. nemá bod nespojitosti

4. ABS nemá

ASS nemá

5. párnosť, nepárnosť

$$f(-x) = (-x)^3 + 3(-x)^2 - 2 = -x^3 + 3x^2 - 2$$

ani párna, ani nepárna

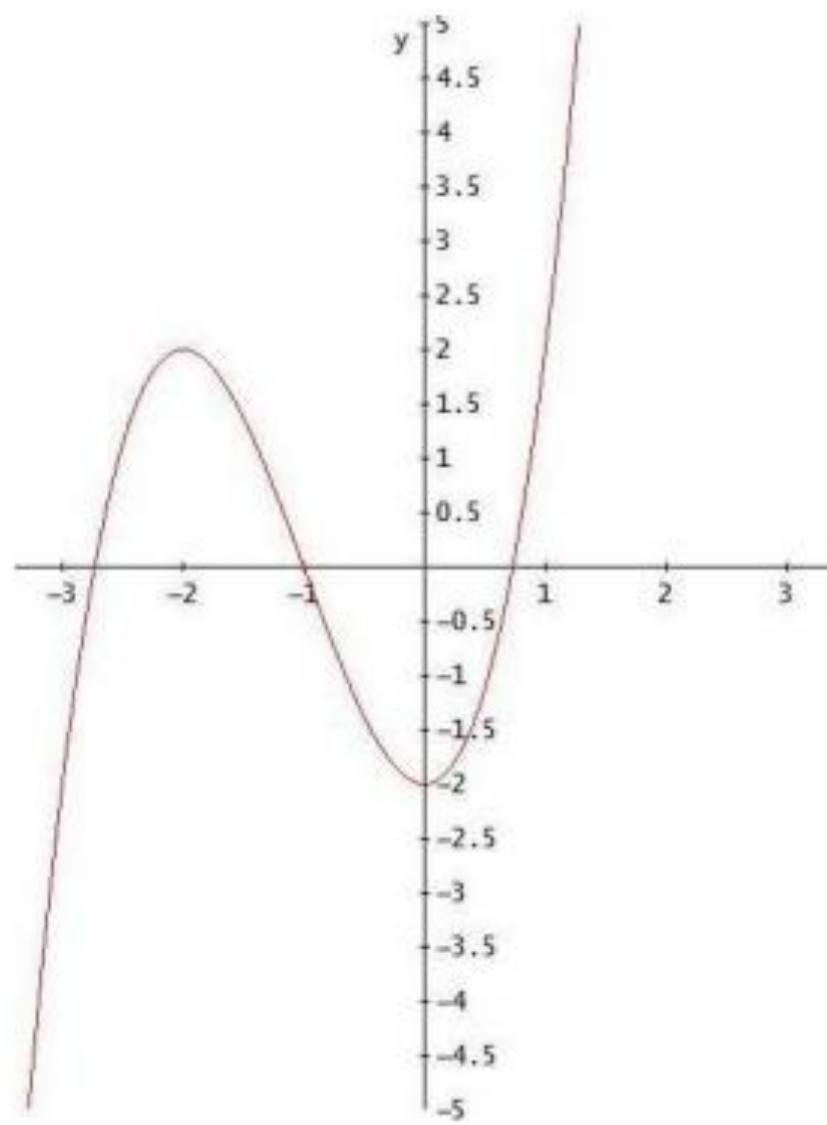
6. rastie na $(-\infty, -2)$, $(0, \infty)$, klesá $(-2, 0)$

7. lokálne maximum $x = -2$ ($y = -8 + 12 - 2 = 2$)

lokálne minimum $x = 0$ ($y = 0 + 0 - 2 = -2$)

8. konkávna \cap na $(-\infty, -1)$, konvexná \cup na $(-1, \infty)$,

9. inflexný bod $x = -1$ ($y = -1 + 3 - 2 = 0$)



Dú – 47 / 1, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 16

4. Malá písomka

Skupina A (aj online): Vypočítajte deriváciu funkcie

$$f(x) = \frac{\ln x}{\operatorname{arctg}(x)} - \sqrt{(\sin x)} + (5^x + 2)(x^4 + 2x)$$

Skupina B: (online): Vypočítajte deriváciu funkcie

$$f(x) = \frac{9^x}{x^2 + 1} + \ln \cos(3x + 2) + \arcsin(x) \cdot \log_5 x$$

4. Malá písomka

Skupina C: Vypočítajte deriváciu funkcie

$$f(x) = 8^x \cdot \arcsin x + \sqrt{\ln x} + \frac{3x^4 + 2x}{\sin x + e^x}$$

4. Malá písomka

Skupina A (aj online): Vypočítajte deriváciu funkcie

$$f(x) = \frac{\ln x}{\operatorname{arctg}(x)} - \sqrt{(\sin x)} + (5^x + 2)(x^4 + 2x)$$

$$f'(x) = \frac{\overset{0,15 \text{ b}}{\frac{1}{x}} \operatorname{arctg}(x) - \overset{0,15 \text{ b}}{\ln x} \frac{1}{1-x^2}}{\underset{0,1 \text{ b}}{(\operatorname{arctg} x)^2}} - \frac{1}{2} \frac{\overset{0,1 \text{ b}}{\cos x}}{\underset{0,1 \text{ b}}{\sqrt{(\sin x)}}} + \overset{0,15 \text{ b}}{(5^x \ln 5 + 0)}(x^4 + 2x) + \overset{0,1 \text{ b}}{(5^x + 2)}(\overset{0,15 \text{ b}}{4x^3 + 2})$$

Skupina B: (online): Vypočítajte deriváciu funkcie

$$f(x) = \frac{9^x}{x^2 + 1} + \ln \cos(3x + 2) + \arcsin(x) \cdot \log_5 x$$

$$f'(x) = \frac{\overset{0,15 \text{ b}}{9^x \ln 9} \cdot (x^2 + 1) - 9^x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} + \frac{1}{\cos(3x + 2)} \overset{0,15 \text{ b}}{(-\sin(3x + 2) \cdot 3)} + \overset{0,2 \text{ b}}{\frac{\log_5 x}{\sqrt{1-x^2}}} + \arcsin(x) \cdot \frac{1}{x \cdot \ln 5}$$

4. Malá písomka

Skupina C: Vypočítajte deriváciu funkcie

$$f(x) = 8^x \cdot \arcsin x + \sqrt{\ln x} + \frac{3x^4 + 2x}{\sin x + e^x}$$

$$f'(x) = 8^x \cdot \ln 8 \cdot \arcsin x + 8^x \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\ln x}} \frac{1}{x} \quad 0,1 \text{ b}$$

$$+ \frac{(3 \cdot 4x^3 + 2)(\sin x + e^x) - (3x^4 + 2x)(\cos x + e^x)}{(\sin x + e^x)^2} \quad 0,1 \text{ b}$$