ZJEDNODUŠTE VÝRAZ

Pr. $\dfrac{x}{x^2-6x+9} : \dfrac{5x}{3-x} =$

PODMIENKY

$x^2-6x+9 \neq 0$
$(x-3)^2 \neq 0$
$x-3 \neq 0$
$x \neq 3$

$3-x \neq 0$
$x \neq 3$

$x \neq 0$

$\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{3, 0\}$

$= \dfrac{x}{(x-3)^2} \cdot \dfrac{3-x}{5x} = \dfrac{\cancel{x} \cdot \cancel{(3-x)}}{(3-x)^{\cancel{2}} \cdot 5\cancel{x}} =$

$= \dfrac{1}{5 \cdot (3-x)}$

$(x-3)^2 = (-(3-x))^2 = (-1)^2 \cdot (3-x)^2 =$
$= (3-x)^2$

Pr. $\dfrac{\dfrac{2-x}{x+3}}{\dfrac{4-4x}{x^2+3x}} = \dfrac{(2-x) \cdot (x^2+3x)}{(x+3) \cdot (4-4x)} = \dfrac{(2-x) \cdot x \cdot \cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+3)} \cdot 4 \cdot (1-x)} =$

$= \dfrac{x \cdot (2-x)}{4 \cdot (1-x)}$

$\mathcal{D}$: $x+3 \neq 0$ ∧ $x^2+3x \neq 0$ ∧ $4-4x \neq 0$
$x \neq -3$; $x(x+3) \neq 0$; $x \neq 1$
$x \neq 0 \wedge x \neq -3$

$\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{-3; 0; 1\}$

Pr. $\dfrac{2x(4-x^2) - x^2 \cdot (-2x)}{(4-x^2)^2} = \dfrac{2x(4 \cancel{-x^2} \cancel{+x^2})}{(4-x^2)^2} = \dfrac{8x}{(4-x^2)^2}$

$\mathcal{D}$: $(4-x^2)^2 \neq 0$
$4-x^2 \neq 0$
$x^2 \neq 4$
$x \neq \pm 2$

$\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

RIEŠENIE ALGEBRAICKÝCH ROVNÍC

$L(x) = P(x)$ Rovnica je zápis dvoch výrazov.

- Obor riešenia rovnice $\mathcal{O}$
- neznáma / premenná ... x
- koreň rovnice, resp. riešenie rovnice

EKVIVALENTNÉ ÚPRAVY

1. Vzájomná výmena strán rovnice
2. Nahradenie ľub. strany rovnice výrazom, kt. sa jej rovná.
3. Pripočítanie výrazu, kt. je definovaný v obore neznámej k obidvom stranám rovnice.
4. Vynásobenie obidvoch strán nenulovým výrazom.
5. Umocnenie obidvoch strán na druhú, štvrtú, šiestu atď., ak obe strany nadobúdajú nezáporné hodnoty.
6. Odmocnenie obidvoch strán, ak sú to nezáporné výrazy.

DÔSLEDKOVÉ (IMPLIKAČNÉ) ÚPRAVY
- SKÚŠKA JE NUTNÁ !

1. Vynásobenie obidvoch strán rovnice výrazom, kt. je definovaný v obore neznámej.

Pr. $x = 1 \quad / \cdot x$
$x^2 = x \quad \rightarrow$ riešenie $x = 1; \cancel{0}$

2. Umocnenie na druhú, tretiu, štvrtú ...

Pr. $x = 2$
$x^2 = 4 \quad \rightarrow$ riešenia $x = 2; \cancel{-2}$

LINEÁRNA ROVNICA

$ax + b = 0 \qquad a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

$x = \dfrac{-b}{a} \qquad \mathcal{K} = \left\{\dfrac{-b}{a}\right\}$

KVADRATICKÁ ROVNICA

$ax^2 + bx + c = 0 \qquad a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

DISKRIMINANT

$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$

ak $D > 0$ ... 2 KORENE x_1, x_2
$\mathcal{K} = \{x_1, x_2\}$

ak $D = 0$ ... 1 DVOJNÁSOBNÝ KOREŇ x_1
$\mathcal{K} = \{x_1\} = \left\{\dfrac{-b}{2a}\right\}$

ak $D < 0$ $\mathcal{K} = \emptyset$ ROVNICA NEMÁ KOREŇ V $\mathbb{R}$

$ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$

VIETOVE VZŤAHY

$x^2 + px + q = 0$ ... x_1, x_2 KORENE ROVNICE

$x_1 + x_2 = -p \qquad x^2 + px + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$
$x_1 \cdot x_2 = q$

Upravte výraz na súčin koreňových činiteľov.

Pr. $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

Pr. $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$

Pr. $x^2 - 5x + 6 = (x-2) \cdot (x-3)$

$\boxed{2 \cdot 3}$
$(-2) \cdot (-3)$
$1 \cdot 6$
$(-1) \cdot (-6)$

$x_1 \cdot x_2 = 6$
$x_1 + x_2 = -(-5)$
$x_1 + x_2 = 5$

$x_1 = 2 \qquad 2 \cdot 3 = 6$
$x_2 = 3 \qquad 2 + 3 = 5$

Rozložte výraz na súčin

Pr. $x^4 - 8x^2 + 16 = \left| \begin{matrix} \text{SUBSTITÚCIA} \\ x^2 = A \end{matrix} \right| =$
$= A^2 - 8A + 16 = (A-4)^2 = (x^2-4)^2 =$
$= ((x-2) \cdot (x+2))^2 = (x-2)^2 \cdot (x+2)^2$

Pr. $x^4 + 18x^2 + 81 \overset{\text{SUB.}}{=} |x^2 = A| =$
$= A^2 + 18A + 81 = (A+9)^2 =$
$= (x^2+9)^2$

$x^2 + 9 = 0$
$D = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = -36 < 0$ ... $\nexists$ rozklad na $\mathbb{R}$

VYRIEŠTE V $\mathbb{R}$ ROVNICE

Pr. $\dfrac{3-x}{2} - \left(\dfrac{7-x}{3} - \dfrac{x+3}{4}\right) + \dfrac{7-x}{6} - \dfrac{9+7x}{8} + x = 0 \quad / \cdot 24$

$12(3-x) - 8(7-x) + 6(x+3) + 4(7-x) - 3(9+7x) + 24x = 0$
$36 - 12x - 56 + 8x + 6x + 18 + 28 - 4x - 27 - 21x + 24x = 0$
$x - 1 = 0 \qquad \mathcal{D} = \mathbb{R}$
$x = 1 \in \mathcal{D}$
$\mathcal{K} = \{1\}$

Pr. $\dfrac{2}{1-x^2} - \dfrac{1}{1+x} = \dfrac{1}{1-x} \quad / \cdot (1+x) \cdot (1-x)$

$\mathcal{D}$: $1-x^2 \neq 0$ ∧ $1+x \neq 0$ ∧ $1-x \neq 0$
$x \neq \pm 1$; $x \neq -1$; $x \neq 1$

$\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

$2 - (1-x) = 1 + x$
$1 + x = 1 + x$
$0 = 0$ ✓ $\qquad \mathcal{K} = \mathcal{D} = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

Pr. $\dfrac{1 \cdot (-1)}{3-x \cdot (-1)} - \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{x}{2(x-3)} + \dfrac{(x-1)^2}{x^2-2x-3}$

$\mathcal{D}$: $3-x \neq 0$ ∧ $x+1 \neq 0$ ∧ $2(x-3) \neq 0$ ∧ $x^2-2x-3 \neq 0$
$x \neq 3$; $x \neq -1$; $x-3 \neq 0$, $x \neq 3$; $(x-3)(x+1) \neq 0$, $x \neq 3 \wedge x \neq -1$

$\dfrac{-1}{x-3} - \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{x}{2(x-3)} + \dfrac{(x-1)^2}{(x-3)(x+1)} \quad / \cdot 2 \cdot (x-3) \cdot (x+1)$

$-2 \cdot (x+1) - 2(x-3) = x(x+1) + 2(x-1)^2$
$-\cancel{2}x - 2 - \cancel{2x} + 6 = x^2 + x + 2x^2 \cancel{-4}x + 2$
$0 = 3x^2 + x - 2$
$3x^2 + x - 2 = 0$
$D = (1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 1 + 24 = 25$

$x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 3} = \dfrac{-1 \pm 5}{6} =$ $\dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \in \mathcal{D}$; $-1 \notin \mathcal{D}$ $\qquad \mathcal{K} = \left\{\dfrac{2}{3}\right\}$

Pr. $\dfrac{5-x}{2x-1} = \dfrac{15-4x}{3x+1} \quad / \cdot (2x-1) \cdot (3x+1)$

PODMIENKY: $2x - 1 \neq 0$ ∧ $3x + 1 \neq 0$
$x \neq \frac{1}{2}$; $x \neq -\frac{1}{3}$

$\mathcal{D} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$

$(3x+1)(5-x) = (2x-1)(15-4x)$
$15x + 5 - 3x^2 - x = 30x - 15 - 8x^2 + 4x$
$5x^2 - 20x + 20 = 0 \quad / : 5$
$x^2 - 4x + 4 = 0$
$(x-2)^2 = 0$
$x = 2 \in \mathcal{D} \Rightarrow \mathcal{K} = \{2\}$

Pr. $a^3x + 8 - 2a^2x = a^3$