

Hodnoty x_i , resp. y_i zoradíme do variačných radov a stanovíme ich poradové čísla R_i^x , resp. R_i^y . Pre prehľadnosť si môžeme zostaviť pomocnú tabuľku:

R_i^x	1	2	3	4	5,5	5,5	7	9	9	9	11	12	13	14	15	16
R_i^y	4	2	6,5	5	8	3	1	9,5	9,5	11	14	6,5	12	13	15	16
d_i	-3	0	-3,5	-1	-2,5	2,5	6	-0,5	-0,5	-2	-3	5,5	1	1	0	0

Keďže niektoré hodnoty premennej X , resp. Y sú rovnaké, je potrebné vypočítať korigovaný Spearmanov koeficient poradovej korelácie.

Výber X : hodnota 22 sa opakuje dvakrát a hodnota 26 sa opakuje trikrát.

Výber Y : hodnoty 29 a 32 sa opakujú dvakrát.

$$T_x = \sum (t_x^3 - t_x) / 2 = (2^3 - 2 + 3^3 - 3) / 2 = 15, \quad T_y = \sum (t_y^3 - t_y) / 2 = (2^3 - 2 + 2^3 - 2) / 2 = 6,$$

$$r_s^* = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n \cdot (n^2 - 1) - T_x - T_y} = 1 - \frac{6 \cdot 116,5}{16 \cdot (256 - 1) - 15 - 6} = 0,8278.$$

b) Teraz otestujeme významnosť Spearmanovho koeficienta poradovej korelácie.

- Budeme testovať nulovú hypotézu H_0 : náhodné premenné sú nekorelované proti alternatívnej hypotéze H_1 : náhodné premenné sú korelované.
- Použijeme hladinu významnosti $\alpha = 0,05$.
- Vypočítaná hodnota Spearmanovho koeficienta poradovej korelácie je $r_s = 0,8278$.
- Hypotézu H_0 zamietame, keď bude platiť $|r_s| > r_{\alpha, n}$, kde $r_{\alpha, n}$ je kritická hodnota, ktorú vyhladáme v tabuľkách. V tabuľkách kritických hodnôt Spearmanovho korelačného koeficienta nájdeme kritickú hodnotu $r_{0,05;16} = 0,5$.
- Platí, že $|r_s^*| = 0,8278 > r_{0,05;16} = 0,5$. Teda hypotézu H_0 zamietame. Znamená to, že na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ nám dáta dávajú dostatok argumentov, aby sme urobili záver, že počet úrazov a počet pracovníkov sú korelované veličiny.

Ukážeme ešte ďalší spôsob aplikácie MATLABu na testovanie nekorelovanosti, t. j. v tomto prípade na testovanie významnosti Spearmanovho koeficienta poradovej korelácie.

```
x=[18,19,20,21,22,22,25,26,26,26,27,28,29,30,31,33];
y=[26,23,29,27,31,25,22,32,32,33,38,29,36,37,41,42];
[r,p]=corr(x',y','type','Spearman')
```

Výstup z MATLABu: $r = 0.8278$, $p = 7.5387e-05$

Aj týmto spôsobom dostaneme ten istý výsledok. Pretože $p = 7,5387 \cdot 10^{-5} < \alpha = 0,05$, tak hypotézu H_0 zamietame.

Úlohy:

9.1. Pri meraní závislosti Brinelovho koeficientu tvrdosti ocele (Y) [MPa] od deformácie (X) [mm] boli zistené nasledujúce údaje:

x_i	6	9	11	13	22	26	28	33	35
y_i	68	67	65	53	44	40	37	34	32

Predpokladáme, že medzi veličinami X, Y je lineárny vzťah a že ide o náhodný výber z dvojrozmerného normálneho rozdelenia. Riešte úlohy: a) Vypočítajte Pearsonov výberový

korelačný koeficient. b) Na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ posúďte či Brinelov koeficient tvrdosti ocele a deformácia sú negatívne korelované.

Výsledok: a) $r = -0,9773$;

b) $H_0: \rho = 0, H_1: \rho < 0; t = -12,2119 \in K_\alpha = (-\infty; -1,8946) \Rightarrow H_1$.

9.2. Firma realizuje opravy registračných pokladní. V tabuľke sú dáta z 18 ohlásených opráv. Pri každej oprave je uvedený počet opravených pokladní X a celková doba opravy Y v minútach:

x_i	7	6	5	1	5	4	7	3	4	2	8	5	2	5	7	1	4	5
y_i	97	86	78	10	75	62	101	39	53	33	118	65	25	71	105	17	49	68

Predpokladáme, že medzi veličinami X, Y je lineárny vzťah a že ide o náhodný výber z dvojrozmerného normálneho rozdelenia. Riešte úlohy: a) Vypočítajte Pearsonov výberový korelačný koeficient. b) Na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ posúďte či počet opravených pokladní a celková doba opravy sú korelované veličiny.

Výsledok: a) $r = 0,9902$;

b) $H_0: \rho = 0, H_1: \rho \neq 0; t = 28,3834 \in K_\alpha = (-\infty; -2,1199) \cup (2,1199; \infty) \Rightarrow H_1$.

9.3. Na výstave potravinárskych výrobkov bolo vystavených 12 nových druhov výrobkov, ktoré označíme písmenami A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L. Porota odborníkov stanovila poradie výrobkov (čo sa týka ich chuťových vlastností) nasledovne: G, A, J, E, K, B, C, L, D, I, H, F. Na základe názorov návštevníkov výstavy, ktorí sa zúčastnili ochutnávky, bolo stanovené toto poradie: J, G, K, A, L, I, E, B, F, C, D, H. Riešte úlohy: a) Posúďte zhodu medzi názormi odborníkov a laikov na základe Spearmanovho koeficienta poradovej korelácie. b) Na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ vykonajte test štatistickej významnosti tohto koeficienta.

Výsledok: a) $r_s = 1 - \frac{6 \cdot 74}{12 \cdot 143} = 0,7413$; b) H_0 : náhodné premenné sú nekorelované, H_1 :

náhodné premenné sú korelované; $|r_s| = 0,7413 > r_{0,05;12} = 0,58044 \Rightarrow H_1$. Teda existuje štatisticky významná zhoda v hodnotení výrobkov medzi odborníkmi a laikmi.

9.4. U 15 chlapcov sa zisťovala korelácia medzi počtom vykonaných zhybov (X) a klikov (Y). Výsledky sú uvedené v tabuľke:

x_i	1	3	2	0	5	6	1	4	3	5	6	2	1	1	8
y_i	10	15	15	0	40	25	7	31	30	35	41	10	14	9	64

Riešte nasledujúce úlohy: a) Vypočítajte hodnotu Spearmanovho koeficienta poradovej korelácie medzi počtom zhybov a počtom klikov. b) Na hladine významnosti $\alpha = 0,05$ vykonajte test významnosti tohto koeficienta.

Výsledok: a) $r_s^* = 0,9240$; b) H_0 : náhodné premenné sú nekorelované, H_1 : náhodné premenné sú korelované; $|r_s^*| = 0,924 > r_{0,05;15} = 0,5179 \Rightarrow H_1$. Teda existuje štatisticky významná zhoda v počte vykonaných zhybov a klikov u sledovanej skupiny chlapcov.