

- Nulovú hypotézu  $H_0$  zamietame na hladine významnosti  $\alpha$ , ak  $U < U_\alpha$ , kde  $U_\alpha$  je tabuľková kritická hodnota. V tabuľkách dvojitýberového Wilcoxonovho testu zistíme pre hodnoty  $m = 12$  a  $k = 9$  (prvá hodnota je podľa dohody vždy väčšia alebo rovná druhej hodnote) a hladinu významnosti  $\alpha = 0,05$  kritickú hodnotu  $U_\alpha = 26$ .
- Pretože  $U = 29 > U_\alpha = 26$ , tak nulovú hypotézu nemôžeme zamietnuť. So spoľahlivosťou 95 % môžeme tvrdiť, že medzi účinnosťou sledovaných výchovných metód nie je štatisticky významný rozdiel.

Teraz ukážeme ešte veľmi jednoduchý spôsob riešenia tejto úlohy pomocou MATLABu a jeho príkazu  $[p, h] = \text{ranksum}(x, y, \alpha)$ .

```
x=[5,8,3,2,4,5,1,10,4,6,8,9];y=[5,6,8,7,10,10,6,8,8];  
[p,h]=ranksum(x,y,0.05)
```

Výstup z MATLABu:  $p = 0.0784$     $h = 0$

Výsledok  $h = 0$  hovorí, že nulovú hypotézu nezamietame na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$ . Rovnaký záver dostaneme aj na základe  $p$ -hodnoty, pretože  $p = 0,0784 > \alpha = 0,05$ .

## Úlohy:

**6.1.** Hodnoty priemerných plátov [€] v niektorých krajinách európskej únie sú nasledujúce: 3880, 3222, 2951, 2935, 2873, 2801, 2799, 2412, 2346, 1775, 1710, 1617, 1381, 1344, 1253, 678. Na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  testujte pomocou znamienkového testu hypotézu  $H_0 : \tilde{x} = 2300$  proti  $H_1 : \tilde{x} \neq 2300$ .

Výsledok:  $Z = \min(Z^+, Z^-) = \min(9, 7) = 7$ ,  $Z \in (k_1, k_2) = (3; 13) \Rightarrow H_0$ .

**6.2.** U ôsmych osôb bol zmeraný systolický krvný tlak [mmHg] pred pokusom a po pokuse. Vstupné údaje sú v nasledujúcej tabuľke:

Osoba	1	2	3	4	5	6	7	8
Tlak pred pokusom	130	185	162	136	147	181	138	139
Tlak po pokuse	139	190	175	135	155	175	158	149

Na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  zistite pomocou znamienkového testu či pravdepodobnosť zvýšenia systolického krvného tlaku počas pokusu je rovnaká ako pravdepodobnosť jeho poklesu.

Výsledok:  $H_0 : \tilde{x}_d = 0$ , t. j. rozdiely krvného tlaku pred pokusom a po ňom majú symetrické rozdelenie okolo nuly,  $H_1 : \tilde{x}_d \neq 0$ ;  $Z = \min(Z^+, Z^-) = \min(2, 6) = 2$ ,  $Z \in (0; 8) \Rightarrow H_0$ . Nepreukázalo sa, že pokus má systematický vplyv na zmenu systolického krvného tlaku.

**6.3.** Desiat ľudí držalo špeciálnu diétu. Po troch týždňoch diéty sa zmenila hmotnosť [kg] tak, ako je uvedené v tabuľke:

Osoba	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Hmotnosť pred diétou	68	80	92	81	70	79	78	66	57	76
Hmotnosť po diéte	60	84	87	79	74	71	72	67	57	60

Na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  zistite pomocou znamienkového testu či špeciálna diéta mala vplyv na hmotnosť sledovaných osôb.

**Výsledok:**  $H_0 : \tilde{x}_d = 0$ , t. j. rozdiely hmotnosti pred diétou a po nej majú symetrické rozdelenie okolo nuly,  $H_1 : \tilde{x}_d \neq 0$ ;  $Z = \min(Z^+, Z^-) = \min(6, 3) = 3$ ,  $Z \in (1; 8) \Rightarrow H_0$ . Teda špeciálna diéta nemala systematický vplyv na zmenu hmotnosti sledovaných osôb.

**6.4.** Uchádzači o štúdium absolvovali IQ-test. V tabuľke sú uvedené výsledky tohto testu v kontrolnej skupine chlapcov ( $x_i$ ) a dievčat ( $y_i$ ):

$x_i$	113	115	109	100	107	97	118	135	125
$y_i$	107	131	128	118	111	114	112	102	—

Na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  otestujte pomocou dvojvýberového Wilcoxonovho testu či existuje štatisticky významný rozdiel v inteligencii medzi pohlaviami.

**Výsledok:**  $H_0 : F = G$  proti  $H_1 : F \neq G$ , kde  $F$  a  $G$  sú distribučné funkcie 1. a 2. výberu;  $S_x = 77$ ,  $S_y = 76$ ,  $U = \min(40, 32) = 32$ ,  $U_\alpha = 15$ ,  $U > U_\alpha \Rightarrow H_0$ . Rozdiel v inteligencii medzi pohlaviami sa nepreukázal.

**6.5.** Zisťoval sa vplyv dvoch katalyzátorov na konverziu plynu. Pre 1. katalyzátor sa dosiahli nasledujúce výsledky [%]: 24,1; 22,8; 24,4; 24,7; 23,9. Výsledky pre 2. katalyzátor [%]: 23,2; 24,5; 24,1; 25,1; 22,6; 24,2; 24,0. Zistite či existuje štatisticky významný rozdiel vo vplyve týchto dvoch katalyzátorov na konverziu plynu. Aplikujte dvojvýberový Wilcoxonov test na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$ .

**Výsledok:**  $H_0 : F = G$  proti  $H_1 : F \neq G$ , kde  $F$  a  $G$  sú distribučné funkcie 1. a 2. výberu;  $S_x = 32,5$ ;  $S_y = 45,5$ ;  $U = \min(17,5; 17,5) = 17,5$ ;  $U_\alpha = 5$ ,  $U > U_\alpha \Rightarrow H_0$ . Rozdiel vo vplyve týchto dvoch katalyzátorov na konverziu plynu sa nepreukázal.

**6.6.** Máme dva výberové súbory nameraných údajov rozmeru odliatku [mm]. Prvý výberový súbor: 3,7; 3,6; 4,0; 3,8; 4,0; 3,2; 3,7; 4,0; 3,5; 4,1. Druhý výberový súbor: 3,9; 4,6; 3,9; 4,9; 4,7; 3,7; 4,8; 5,5. Na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$  otestujte pomocou dvojvýberového Wilcoxonovho testu či existuje štatisticky významný rozdiel medzi rozmermi odliatkov uvedených výberových súborov.

**Výsledok:**  $H_0 : F = G$  proti  $H_1 : F \neq G$ , kde  $F$  a  $G$  sú distribučné funkcie 1. a 2. výberu;  $S_x = 69$ ,  $S_y = 102$ ,  $U = \min(66; 14) = 14$ ,  $U_\alpha = 17$ ,  $U < U_\alpha \Rightarrow H_1$ . Medzi rozmermi odliatkov uvedených výberových súborov je štatisticky významný rozdiel.

**6.7.** Na základe údajov z úlohy 5.7. zistite či je štatisticky významný rozdiel v kvalite oboch dodávok. Aplikujte dvojvýberový Wilcoxonov test na hladine významnosti  $\alpha = 0,05$ .

**Výsledok:**  $H_0 : F = G$  proti  $H_1 : F \neq G$ , kde  $F$  a  $G$  sú distribučné funkcie 1. a 2. výberu;  $S_x = 196,5$ ;  $S_y = 103,5$ ;  $U = \min(58,5; 76,5) = 58,5$ ;  $U_\alpha = 34$ ;  $U > U_\alpha \Rightarrow H_0$ . Rozdiel v kvalite oboch dodávok sa nepreukázal.