# SÚSTAVY LINÉRNYCH ROVNÍC

pr. $\boxed{\begin{matrix} x+y=2 \\ x-y=0 \end{matrix}}$

riešenie: $x=1$, $y=1$

$2x=2$
$x=1$
$y=1$

POZRIEM a vidím :)
ak by bol zložitejší príklad:
metódy: napr. súčavacia metóda
eliminačná metóda (vylučovacia metóda)

pre jednoduchšie (z hľadiska počtu neznámych).

cieľ: naučiť sa elegantne riešiť súst. lineárnych rovníc pomocou MATÍC a DETERMINANTOV

## MATICA

**Def.** matica typu $m \times n$ je sústava prvkov usporiadaných do $m$ riadkov a $n$ stĺpcov; $m, n \in \mathbb{N}$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$a_{ij}$ sú prvky matice
$i$ ... index riadku, $i = 1, \dots, m$
$j$ ... index stĺpca, $j = 1, \dots, n$

pozn. $a_{12}$ sa nachádza v 1. riadku a 2. stĺpci

skrátený zápis matice
$A = (a_{ij})$

pr. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ matica typu $2 \times 3$

$a_{23} = 6$
$a_{33}$ neexistuje

### ZÁKLADNÉ VLASTNOSTI:

príkl. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $2 \times 2$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $2 \times 2$ sú rovnakého typu

submatica matice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

submatica $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

štvorcová matica – rovnaký počet riadkov a stĺpcov

$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ štvorcová matica 3. stupňa (resp. $3 \times 3$)

RIADKOVÝ VEKTOR: matica typu $1 \times n$

pr. $D = (1, 3, 4, 0, 1) = \vec{d}$ (spôsob označenia)

STĹPCOVÝ VEKTOR: matica typu $m \times 1$

$E = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix}$

LINEÁRNA KOMBINÁCIA (LK) vektorov: $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$
$k_1, \dots, k_n \in \mathbb{R}$, vektor

$\underbrace{k_1 . \vec{a}_1 + k_2 . \vec{a}_2 + \dots + k_n . \vec{a}_n}$ je LK vektorov $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n$

**príklad:**

$\vec{a}_1 = (1, 2, 3)$
$\vec{a}_2 = (0, -1, 2)$
$\vec{a}_3 = (2, 4, 5)$

lineárna kombinácia týchto vektorov je napr.:

$2.\vec{a}_1 + 1.\vec{a}_2 - 2.\vec{a}_3 =$
$= 2.(1,2,3) + 1.(0,-1,2) - 2.(2,4,5) =$
$= (\boxed{2},4,6) + (\boxed{0},-1,2) + (\boxed{-4},-8,-10) =$

sčítam vektory po zložkách $= (-2, -5, -2)$

pojem: DIAGONÁLNA MATICA (štvorcová matica s nulami mimo hlavnej diagonály)

pr. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ hlavná diagonála

JEDNOTKOVÁ MATICA – diagonálna s jednotkami na diagonále
označ. $E$ alebo $I$

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

SYMETRICKÁ MATICA ($a_{ij} = a_{ji}$)

$$\begin{array}{cccc} & & a_{12} & a_{13} \\ A = & & & \\ & & & a_{23} \\ & a_{21} & & \\ & a_{31} & a_{32} & \end{array}$$

$A = \begin{pmatrix} -1 & \boxed{3} & \boxed{4} \\ \boxed{3} & 0 & \boxed{8} \\ \boxed{4} & \boxed{8} & 2 \end{pmatrix}$

TRANSPONOVANÁ MATICA k matici $A = (a_{ij})$ $(m \times n)$ je $A^T = (a_{ji})$ $(n \times m)$
(vymením riadky a stĺpce)

pr. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ $3 \times 2$, $A^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ $2 \times 3$

HORNÁ TROJUHOLNÍKOVÁ MATICA – štvorcová matica, ktorej prvky pod hlavnou diagonálou sú nulové.

pr. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -8 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

LICHOBEŽNÍKOVÁ MATICA – pod každým vedúcim prvkom v riadku (prvý nenulový) sú nuly.

pr. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 8 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
napr. $3 \times 5$

## OPERÁCIE S MATICAMI

① SÚČET MATÍC (! iba ak sú rovnakého typu!)

$A + B = C = (a_{ij} + b_{ij})$
$A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ typu $m \times n$; $C$ typu $m \times n$

**príklad** 1) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ $3 \times 2$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $2 \times 2$

$A + B =$ neexistuje

2) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ $3 \times 2$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$ $3 \times 2$ ($a_{11}$, $b_{11}$)

$A + B = \begin{pmatrix} 2+(-1) & 3+0 \\ 4+2 & 5+4 \\ 6+(-5) & 7+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 6 & 9 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$

② NÁSOBENIE MATICE konštantou

pr. $3 . \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.2 & 3.3 \\ 3.4 & 3.5 \\ 3.6 & 3.7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 12 & 15 \\ 18 & 21 \end{pmatrix}$