Okruhy otázok z teórie

1. a) Definujte karteziánsky súčin množín A, B a binárnu reláciu z množiny A do množiny B.
   b) Pre dané množiny napíšte ich karteziánsky súčin a dve (3,4,...) neprázdne relácie.
2. Definujte reláciu na množine A a vlastnosti reflexívnosť, symetria, antisymetria a tranzitívnosť.
3. Definujte zobrazenie a vlastnosti zobrazení - injektívnosť, surjektívnosť a bijektívnosť.
4. Definujte čiastočne usporiadanú množinu a lineárne usporiadanú množinu. Uveďte príklad čiastočne usporiadanej množiny a príklad lineárne usporiadanej množiny.
5. Definujte najmenší a minimálny prvok čiastočne usporiadanej množiny.
6. Definujte najväčší a maximálny prvok čiastočne usporiadanej množiny.
7. Definujte množinu horných ohraničení a supremum čiastočne usporiadanej množiny.
8. Definujte množinu dolných ohraničení a infimum čiastočne usporiadanej množiny.
9. Definujte priesek a spojenie dvojice prvkov čiastočne usporiadanej množiny a uveďte ich vlastnosti.
10. Definujte zväz, distributívny a komplementárny zväz.
11. Definujte boolovskú funkciu a vyslovte vetu o počte boolovských funkcií n premenných.
12. Definujte abecedu výrokovej logiky.
13. Definujte pojmy z výrokovej logiky: tautológia, kontradikcia, splniteľná formula, splniteľný systém formúl.
14. Definujte pravdivostné ohodnotenie a pravdivostnú hodnotu (aký je medzi nimi rozdiel?).
15. Definujte pojmy z výrokovej logiky: elementárna konjunkcia a disjunkcia, disjunktívny normálny tvar (DNT) a konjunktívny normálny tvar (KNT). Napíšte úplný konjunktívny (disjunktívny) normálny tvar boolovskej funkcie $f(x, y, z)$, ktorá nadobúda hodnotu 0 v argumentoch 010, 001, 110, 100. (príklad môže byť iný)
16. Vysvetlite, čo rozumieme pod pojmom formula α vyplýva zo systému formúl $\mathcal{S}$ ($\mathcal{S} \models \alpha$). Z definície rozhodnite, či tvrdenie pod čiarou je dôsledkom tvrdení nad čiarou.

    Nie je pravda, že Peter hraje futbal aj hokej.
    Peter nehraje futbal. (Príklad môže byť iný)

    Peter hraje hokej.

17. Definujte pojmy: graf, incidencia, susednosť, izomorfizmus grafov. Špeciálne typy grafov – kompletný graf, diskrétny graf, kružnica.
18. Vyslovte vetu o vzťahu medzi stupňami vrcholov a počtom hrán v grafe.
19. Definujte pojmy: súvislý graf, komponent grafu, most, artikulácia.
20. Definujte pojem komplement grafu, uveďte vzťah medzi počtom hrán v grafe G a jeho komplemente $\overline{G}$.
21. Definujte pojmy: vzdialenosť vrcholov v grafe, excentricita vrchola, priemer, polomer, stred grafu.
22. Definujte maticu incidencie a maticu susednosti a napíšte ku každej aspoň 3 vlastnosti.
23. Napíšte aspoň 3 vlastnosti matice incidencie a matice susednosti pre digraf.
24. Definujte pojem strom, napíšte vzťah medzi počtom hrán a počtom vrcholov v neorientovanom strome.
25. Algoritmus na nájdenie stredu v strome.
26. Definujte pravidelný graf stupňa k.
27. Definujte pojmy: regulárne farbenie vrcholov grafu a chromatické číslo grafu. Uveďte, aké hodnoty môže nadobúdať chromatické číslo v grafe s maximálnym stupňom vrchola m.
28. Definujte pojmy: regulárne farbenie hrán graf a chromatický index grafu. Uveďte, aké hodnoty môže nadobúdať chromatický index v grafe s maximálnym stupňom vrchola m.
29. Definujte hamiltonovský graf a napíšte aspoň dve postačujúce podmienky a dve nutné podmienky pre hamiltonovské grafy.
30. Napíšte Eulerovu vetu o planárnych grafoch.
31. Vyslovte nutnú a postačujúcu podmienku pre acyklickosť digrafu.

32. Definujte stupeň vrchola, vonkajší a vnútorný stupeň vrchola v digrafe a napíšte vzťah medzi nimi. Definujte prameň a ústie.

33. Definujte pojmy: súvislý digraf, silne súvislý digraf a silný komponent. Znázornite diagram digrafu s aspoň 6 vrcholmi, ktorý je súvislý, ale nie je silne súvislý. Vyznačte jeho silné komponenty.

34. Definujte orientovaný strom, koreň stromu a koreňový strom. Znázornite dva orientované stromy: jeden koreňový a druhý taký, ktorý nie je koreňový. V koreňovom strome vyznačte jeho koreň.

35. Definujte pojmy: binárny strom, hĺbka binárneho stromu, kompletný binárny strom hĺbky h.

36. Definujte váhu kostry v ohodnotenom grafe a minimálnu kostru.

37. Definujte dĺžku cesty a dĺžku minimálnej cesty medzi dvoma vrcholmi v ohodnotenom grafe.

38. Definujte vnútornú a vonkajšiu dĺžku binárneho stromu a vyslovte vetu o vzťahu medzi nimi.

39. Čo rozumieme pod pojmom ohodnotený binárny strom? Definujte vonkajšiu w-dĺžku ohodnoteného binárneho stromu.

Vzor teórie

1. Rozhodnite, či je tvrdenie pravdivé alebo nie (môže ich byť aj viac):

	áno	nie
• a) Ak je zväz komplentárny, potom je boolovský.	☐	☐
b) Ak v komplementárnom zväze má každý prvok práve jeden komplement, zväz je distributívny.	☐	☐
c) Ak má nejaký prvok v zväze viac komplementov, zväz nie je distributívny.	☐	☐
d) Ak graf nie je komplementárny, môže, ale nemusí byť distributívny.	☐	☐
• a) Ak graf obsahuje artikuláciu, nie je hamiltonovský.	☐	☐
b) Ak graf neobsahuje most, je hamiltonovský.	☐	☐
c) Ak graf je hamiltonovský, každý vrchol má stupeň aspoň dva.	☐	☐
d) Ak graf neobsahuje artikuláciu, je hamiltonovský.	☐	☐

2. Doplňte správnu odpoveď:

   (a) Relácia R na množine A je ekvivalencia, má nasledujúce vlastnosti: ....

   (b) De Morganove pravidlá sú: $\overline{(\alpha \vee \beta)} \models\!\!\mid$ ...., $\overline{(\alpha \wedge \beta)} \models\!\!\mid$ ....

   (c) Relácia R na množine A je antisymetrická, ak platí.................

   (d) Nech $(A, \mathcal{R})$ je čiastočne usporiadaná množina a pre x, $y \in A$ platí $(x, y) \in \mathcal{R}$. Potom $x \dot{\wedge} y =$ ......, $x \dot{\vee} y =$ ......

   (e) Nech $G = (V, H)$ je súvislý planárny graf. Potom medzi počtom vrcholov a počtom hrán platí vzťah

$$|H| \leq \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

3. Definujte čiastočne usporiadanú množinu a lineárne usporiadanú množinu. Rozhodnite, ktorá z množín $(D_{12}, |)$, $(D_{16}, |)$ je lineárne usporiadaná. Svoje tvrdenie zdôvodnite.

4. Napíšte aspoň 3 vlastnosti (spolu) matice incidencie a matice susednosti pre digraf.

5. Definujte boolovskú funkciu a vyslovte vetu o počte boolovských funkcií n premenných.

6. Napíšte Eulerovu vetu (celé znenie, nie iba vzorec). Vysvetlite význam použitých symbolov. Znázornite diagram planárneho grafu so 6 vrcholmi a 11 hranami a ukážte na ňom platnosť Eulerovej vety.

Príklady

Praktická časť bude obsahovať:

- príklad z výrokovej logiky – splniteľnosť formuly, relácia vyplývania, boolovské funkcie – úplný normálny tvar, minimalizácia pomocou Karnaughovej mapy.
- príklad z grafov z toho, čo bolo na 2. písomke – grafová postupnosť, maticová reprezentácia gragov, stromy a kostry;
- príklad na hamiltonovský, eulerovský, planárny graf (hlavne použitie Eulerovej vety) alebo farbenie vrcholov a hrán grafov;
- príklad na digrafy – acyklickosť digrafov, maticová reprezentácia a jej použitie pre výpočet počtu kostier, koreňových kostier;
- grafový algoritmus – minimálna kostra v ohodnotenom grafe (Primov alebo Kruskalov algoritmus) alebo vzdialenosť od daného vrchola v ohodnotenom grafe – Dijkstrov algoritmus.