

## V. RIZIKO A VÝNOS

### 0. Charakteristiky polohy a variability

V praxi často sledujeme priemerné (očakávané) tempo rastu výroby, priemerné ceny, priemerné mzdy a pod. Používame pri tom jednoduchý aritmetický priemer hodnôt sledovaného kvantitatívneho znaku. Podobnú základnú, informáciu o rozložení náhodnej premennej  $X$  poskytuje **stredná (očakávaná) hodnota**  $\mu = E(X)$  náhodnej premennej  $X$  (tzv. charakteristika polohy), kde

$$E(X) = \sum_i x_i \cdot p_i, \text{ resp. } E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

pre diskretnú, resp. pre spojitú náhodnú premennú. Nech postupnosť hodnôt  $x_1, \dots, x_n$  predstavuje nezávislé realizácie náhodnej premennej  $X$ , potom pre veľké  $n$  je

$$E(X) \approx \bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + \dots + x_n).$$

Aritmetický priemer  $\bar{x}$  je štatistickým odhadom strednej hodnoty  $E(X)$ .

Charakteristickou variability náhodnej premennej je **rozptyl** (variancia, disperzia)  $D(X)$  pričom

$$D(X) = E\{[X - E(X)]^2\}.$$

Druhá odmocnina z rozptylu je **smerodajná odchýlka**  $\sigma = \sigma_x = \sqrt{D(X)}$ . Ako odhad smerodajnej odchýlky sa používa modifikovaná výberová odchýlka, resp. štatistická smerodajná odchýlka

$$s_x^* = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \text{ resp. } s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

Najdôležitejším rozdelením spojitaj náhodnej premennej je **normálne rozdelenie**  $N(\mu, \sigma^2)$ , kde hustota pravdepodobnosti je daná vzťahom

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad x \in R, \quad \mu = E(X), \quad \sigma = \sigma_x = \sqrt{D(X)}.$$

Rozdelenie  $N(0,1)$  nazývame **normované normálne rozdelenie**.

Prostriedkom merania „tesnosti“ vzťahu medzi dvoma náhodnými premennými je **kovariancia** a je definovaná vzťahom

$$Cov_{XY} = E\{[X - E(X)] \cdot [Y - E(Y)]\} = E(XY) - E(X) \cdot E(Y)$$

Ak náhodné premenné  $X, Y$  zo systému  $(X, Y)$  sú nezávislé,  $Cov_{XY} = 0$ . Majme systém náhodných premenných  $(X_1, \dots, X_s)$  a nech  $Cov_{ij} = Cov_{X_i Y_j}$  a  $\sigma_i = \sigma_{X_i}$ . Potom maticu

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & Cov_{12} & \dots & Cov_{1s} \\ Cov_{21} & \sigma_2^2 & \dots & Cov_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Cov_{s1} & Cov_{s2} & \dots & \sigma_s^2 \end{pmatrix}$$

nazývame **kovariančnou maticou**. Štatistickým odhadom kovariancie  $Cov_{X_i Y_j}$  je

$$k_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i - \bar{x} \cdot \bar{y}.$$

Výberová modifikovaná kovariancia je  $k_{xy}^*$  číslo

$$k_{xy}^* = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y}) = \frac{n}{n-1} \cdot k_{xy}.$$

Mieru lineárnej závislosti medzi náhodnými premennými  $X, Y$  udáva **koeficient korelácie**  $Corr_{XY}$  a je daný vzťahom

$$Corr_{XY} = \frac{Cov_{XY}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}.$$

Koeficient korelácie nadobúda hodnoty z intervalu  $(-1, 1)$ . Ak je koeficient korelácie  $Corr_{XY}$  nulový, hovoríme, že náhodné premenné  $X, Y$  sú nekorelované. Majme systém náhodných

premenných  $(X_1, \dots, X_s)$  a nech  $\rho_{ij} = \frac{k_{ij}}{s_i \cdot s_j} = \frac{k_{ij}^*}{s_i^* \cdot s_j^*} \approx Corr_{X_i X_j}$ , potom maticu

$$\begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1s} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{s1} & \rho_{s2} & \dots & 1 \end{pmatrix},$$

kde  $\rho_{ij} = \rho_{ji}$  nazývame **korelačnou maticou**.

## 1. Finančné riziko

Finančné transakcie sú ovplyvňované mnohými náhodnými faktormi, ktorých dopad na konkrétnu ekonomickú veličinu zväčša nie je možné presne určiť. Veličinu vtedy považujeme za náhodnú veličinu. Snažíme sa stanoviť jej očakávanú hodnotu, prípadne variabilitu. V tejto kapitole budú takýmito veličinami budúce miery výnosu a riziká kapitálových aktív.

**Mierou výnosu (výnosnosťou)** aktíva za isté časové obdobie nazveme podiel hodnoty dodatočných finančných tokov z aktíva s hodnotou aktíva na začiatku obdobia. Kvôli názornosti pod aktívami budeme rozumieť zväčša rizikové cenné papiere a budeme uvažovať obdobie v dĺžke jedného roka, hoci nasledujúce úvahy budú mať všeobecnú platnosť.

Budeme používať takéto označenie:

- $r$  - miera výnosu cenného papiera alebo portfólia,
- $\bar{r}$  - stredná (očakávaná) hodnota miery výnosu,
- $\sigma$  - smerodajná odchýlka (riziko) miery výnosu,
- $k_{ij}$  - kovariancia výnosnosti medzi  $i$ -tým a  $j$ -tým cenným papierom,
- $\rho_{ij}$  - korelácia medzi  $i$ -tým a  $j$ -tým cenným papierom,
- $w_i$  - váha  $i$ -tého cenného papiera.

Uvažujme portfólio vytvorené z  $n$  rizikových cenných papierov (alebo portfólií, či iných aktív) s očakávanými mierami výnosu  $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n$  a kovariančnou maticou

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1s} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{s1} & k_{s2} & \dots & k_{ss} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2\rho_{12} & \dots & \sigma_1\sigma_s\rho_{1s} \\ \sigma_2\sigma_1\rho_{21} & \sigma_2^2 & \dots & \sigma_2\sigma_s\rho_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_s\sigma_1\rho_{s1} & \sigma_s\sigma_2\rho_{s2} & \dots & \sigma_s^2 \end{pmatrix}, \text{ kde } k_{ii} = \sigma_i^2 \text{ je rozptyl miery}$$

výnosu  $i$ -teho cenného papiera (ďalej len *CP*) a  $k_{ij} = \sigma_i\sigma_j\rho_{ij}$  je kovariancia miery výnosu  $i$ -teho a  $j$ -teho *CP* a  $\rho_{ij}$  je korelácia medzi  $i$ -tym a  $j$ -tym *CP* (pozri prílohy).

Nech  $w_1, w_2, \dots, w_n$  sú váhy príslušnej kombinácie ( $w_i \geq 0$  a  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ ), váha  $w_i$  je pomerná časť hodnoty  $i$ -teho *CP* z hodnoty celého portfólia.

Pre strednú hodnotu  $\bar{r}_p$  a smerodajnú odchýlku  $\sigma_p$  miery výnosu portfólia platí

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \bar{r}_i$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot k_{ij} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{w}^T,$$

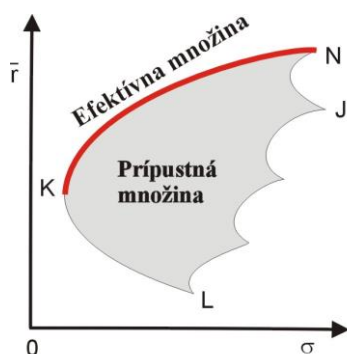
kde  $\mathbf{w}$  je riadkový vektor váh a  $\mathbf{w}^T$  je odpovedajúci stĺpcový vektor váh.

Ak uvažujeme portfólio vytvorené z dvoch CP s očakávanými mierami výnosu  $\bar{r}_1$  a  $\bar{r}_2$ , smerodajnými odchýlkami  $\sigma_1$  a  $\sigma_2$  a váhami  $w$  a  $1-w$ , potom

$$\bar{r}_P = w \cdot \bar{r}_1 + (1-w) \cdot \bar{r}_2$$

$$\sigma_P^2 = w^2 \cdot \sigma_1^2 + 2w(1-w)\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12} + (1-w)^2 \cdot \sigma_2^2.$$

Prípustná množina portfólií vytvorených z viacerých CP má tvar dáždika. Body  $J, K$  na obrázku reprezentujú portfóliá s najväčším a najmenším možným rizikom v danej prípustnej množine portfólií a body  $L, N$  predstavujú portfóliá s najmenšou a najväčšou možnou očakávanou mierou výnosu.



**Efektívne portfólio** má spomedzi prvkov prípustnej množiny najväčšiu očakávanú mieru výnosu pri danej smerodajnej odchýlke miery výnosu a súčasne najmenšiu smerodajnú odchýlku pri danej očakávanej miere výnosu.

**Efektívnou množinou** nazývame množinu efektívnych portfólií.

**Príklad.** Nech portfólio P je tvorené akciami A, B, C podľa tabuľky

Akcie	Počet	Cena jednej akcie	Miery výnosu
A	100	40	0.12, 0.10, 0.13, 0.14, 0.11
B	100	50	0.09, 0.08, 0.07, 0.10, 0.09
C	200	30	0.19, 0.18, 0.20, 0.18, 0.21

Aký je odhad strednej hodnoty a smerodajnej odchýlky miery výnosu tohto portfólia, ak výnosy za obdobie posledných 5 rokov boli také, ako je uvedené v tabuľke.

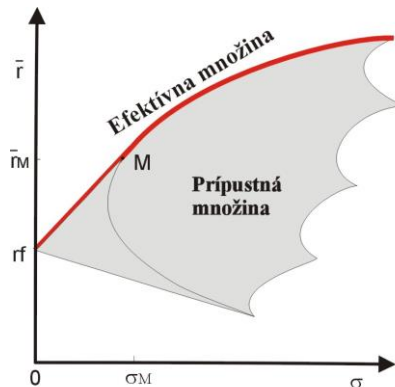
## 2. Priamka kapitálového trhu

Uvažujme portfóliá vytvorené zo skupiny rizikových CP a s časťou investície v **bezrizikovom aktíve**, ktoré je určené zaručenou mierou výnosu  $r_f$  a nulovou smerodajnou odchýlkou miery výnosu. Portfólio  $M$  s parametrami  $\bar{r}_M, \sigma_M$  sa nazýva **trhové portfólio**, v ktorom je každý CP zastúpený takou pomernou časťou  $w_i$  ako na celom trhu rizikových CP. Keďže kovariancia mier výnosu bezrizikového aktíva s mierou výnosu ktorejkoľvek skupiny rizikových CP je nulová, portfólio vytvorené z rizikových CP a bezrizikového aktíva bude ležať na

polpriamke (dotyčnica k efektívnej množine) so začiatočným bodom  $(0, r_f)$  a prechádzajúcej bodom  $(\sigma_M, \bar{r}_M)$ . Jej rovnica má tvar

$$\bar{r}_P = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_P,$$

a nazýva sa **priamka kapitálového trhu** (*CML* – Capital Market Line) a je súčasne **efektívnou množinou portfólií** v prípade kombinovania rizikových CP a bezrizikového aktíva.



### 3. Priamka trhu cenných papierov

Priamka kapitálového trhu sa týkala len efektívnych portfólií. Podobný vzťah sa dá odvodiť aj pre ľubovoľné **prípustné portfólio**. V tomto prípade hovoríme o **priamke trhu cenných papierov** (*SML* – Security Market Line)

$$r_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f) \beta_i,$$

kde  $\beta_i = \frac{Cov(r_i, \bar{r}_M)}{\sigma_M^2} = Corr(r_i, \bar{r}_M) \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$  je **koeficient** vyjadrujúci **mieru rizika** *i*-teho cenného papiera.

Ak  $\beta_i > 1$ , investícia je agresívna-prudko reaguje na zmenu výnosov trhového portfólia.

Ak  $\beta_i < 1$ , investícia je defenzívna-nevýrazné zmeny pri zmene výnosov trhového portfólia.

Ak  $\beta_i = 1$ , ako sa mení trh, tak sa mení aj CP.

**Poznámka.** Podrobnejšie sa s danou tematikou môžete oboznámiť v [Cipra, T.: *Finanční matematika v praxi*].

### 4. Investovanie

Investovanie je činnosť zameraná na umiestnenie a rozloženie peňažných prostriedkov investora s cieľom ich budúceho zhodnotenia alebo získania výnosu plynúceho z rozdielu ceny, za ktorú nakúpime a predáme konkrétnu investíciu alebo výnosu vo forme úroku, či dividendy. Je jedným zo spôsobov, ako budovať majetok a zlepšiť si finančnú situáciu v budúcnosti.

- investovanie možno považovať za vyššiu a sofistikovanejšiu formu sporenia, kedy sa snažíme vyššou mierou zhodnotiť svoje úspory, a to na úkor súčasnej spotreby,
- ide teda o činnosť zameranú na umiestňovanie finančných prostriedkov, ktoré máme v súčasnosti k dispozícii, do rôznych finančných nástrojov, či aktív za účelom ich vyššieho zhodnotenia, zároveň slúži na vytváranie si istej rezervy do budúcnosti,
- svoje financie môžeme, okrem ich uloženia na rôzne formy účtov v bankách (napr. termínovaný účet), investovať napr. do kúpy nehnuteľnosti, drahých kovov, umenia, či do kúpy cenných papierov, môžeme tiež využiť investičné životné poistenie,
- pri investovaní znášame riziko, že o vložené peniaze prídem; spravidla platí, že čím vyšší výnos, tým vyššiemu riziku čelíme,
- je preto dôležité investíciu rozdeliť do viacerých aktív a tým rozložiť riziko investície.

### Do čoho môžeme investovať

- **do reálnych aktív** – napr. kúpa nehnuteľnosti, umeleckého diela, komodity (suroviny) alebo drahých kovov,
- **do „nehmotných“ aktív alebo inak povedané do sporenia** – napr. využívanie sporiacich účtov, stavebných sporení, investičného poistenia alebo doplnkového dôchodkového sporenia,
- **do nástrojov kapitálového trhu** – t. j. obchodovanie s cennými papiermi (dlhopisy, akcie a pod.) na burze alebo na mimoburzovom trhu.

Pri investovaní spravidla platí, že čím vyšší výnos očakávame, tým budeme musieť čeliť vyššiemu riziku. Nesprávnym investovaním môžeme prísť o časť, či celú investíciu. Jednou z možností ako účelne riziku čeliť, je investíciu rozložiť do viacerých nástrojov či aktív, odborne tomu vravíme diverzifikácia portfólia. Tým docielime rozloženie rizika a zvýšime pravdepodobnosť návratnosti investície. Pravdepodobnosť a výška prípadnej straty záleží od rizikového profilu zvoleného aktíva.

### Spôsoby investovania

- **individuálne** – ide o spôsob investovania, kedy sa sami staráme o svoje investície, sami si vyberáme, kam budeme investovať (do čoho budeme investovať, do akého finančného nástroja, ktorý si sami vyberieme, ako napr. konkrétne akcie, dlhopisy, či iné finančné nástroje), na ako dlho, aký chceme mať výnos a aké riziko podstúpime,
- **kolektívne** – ide o spôsob investovania, kedy skupina investorov spojí svoj majetok (financie) a zverí ho do správy finančnej inštitúcie za stanovený poplatok, všetky povinnosti spojené s nákupom a predajom prechádzajú na plecia správcu fondu, pričom do kolektívneho investovania môže investovať aj jednotlivец, ktorý nie je znalý trhu s cennými papiermi; kolektívne investovanie sa uskutočňuje prostredníctvom fondov, ktoré za neho vykonávajú nákup finančných nástrojov a jednotlivец si zvyčajne vyberá, do akého druhu fondu, či rôznych fondov vloží prostriedky.

Investičná stratégia závisí aj od toho, akým spôsobom plánujete investovať, či individuálne alebo kolektívne. V prípade individuálneho investora si sám investor určuje v jednotlivých prípadoch

do ktorých konkrétne akcií, dlhopisov alebo iných finančných nástrojov investuje. V prípade kolektívneho investovania si investor vyberá druh fondu, do ktorého má záujem investovať. Avšak v tomto prípade konkrétne finančné nástroje za neho vyberá samotný fond.

## Zhrnutie

<b>Miera výnosu portfólia</b> ( <i>n</i> - zložkové portfólio)	$\bar{r}_P = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \bar{r}_i$
<b>Rozptyl výnosu portfólia</b> ( <i>n</i> - zložkové portfólio)	$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot k_{ij} = \mathbf{w} \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{w}^T$
<b>Miera výnosu portfólia</b> (2 - zložkové portfólio)	$\bar{r}_P = w \cdot \bar{r}_1 + (1-w) \cdot \bar{r}$
<b>Rozptyl výnosu portfólia</b> (2 - zložkové portfólio)	$\sigma_P^2 = w^2 \cdot \sigma_1^2 + 2w(1-w)\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \rho_{12} + (1-w)^2 \cdot \sigma_2^2$
<b>Priamka kapitálového trhu</b>	$\bar{r}_P = r_f + \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M} \sigma_P$
<b>Priamka trhu cenných papierov</b>	$r_i = r_f + (\bar{r}_M - r_f)\beta_i$