TEÓRIA CHÝB

meriam dĺžku predmetu, ktorého skutočná dĺžka $A = 10cm$

1. pozorovateľ nameral $a_1 = 9{,}8cm$

2. pozorovateľ –ıı– $a_2 = 10{,}1$

Rozdiel medzi presnou a nameranou hodnotou bude $\Delta_1 = a_1 - A = 9{,}8 - 10 = -0{,}2$

$\Delta_2 = a_2 - A = 10{,}1 - 10 = +0{,}1$

A NAZVEME HO CHYBOU MERANIA.

ČASTEJŠIE SA POUŽÍVA POJEM ABSOLÚTNA CHYBA $|\Delta|$

V MNOHÝCH PRÍPADOCH SKUTOČNÚ (PRESNÚ) HODNOTU NEPOZNÁME, ALE BUDE NÁS ZAUJÍMAŤ, O KOĽKO SME SA POMÝLILI, TAKŽE BUDEME ROBIŤ ODHAD ABSOLÚTNEJ CHYBY, TEDA $|\Delta|$ BUDEME OHRANIČOVAŤ ZHORA

$|\Delta| \leq ?$ alebo $|\underset{\text{NAMER.}}{a} - \underset{\text{SKUTOČ.}}{A}| \leq ?$ (NEJAKÉ KLADNÉ ČÍSLO)

PRIBLIŽNÉ RIEŠENIE ROVNÍC

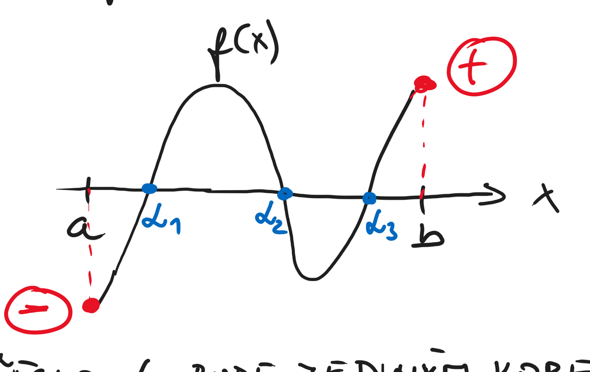
VÄČŠINA METÓD NA PRIBLIŽNÉ RIEŠENIE ROVNÍC JE METÓDOU SPRESŇOVANIA HODNOTY KOREŇA α = APROXIMÁCIA KOREŇA α.

PRETO JE POTREBNÉ VHODNE ZAČAŤ (POZNAŤ INTERVAL, NA KTOROM SA KOREŇ NACHÁDZA.

VÝBER SPOMÍNANÉHO INTERVALU ROBÍME NA ZÁKLADE VLASTNOSTÍ SPOJITÝCH F-CIÍ (MAT 1).

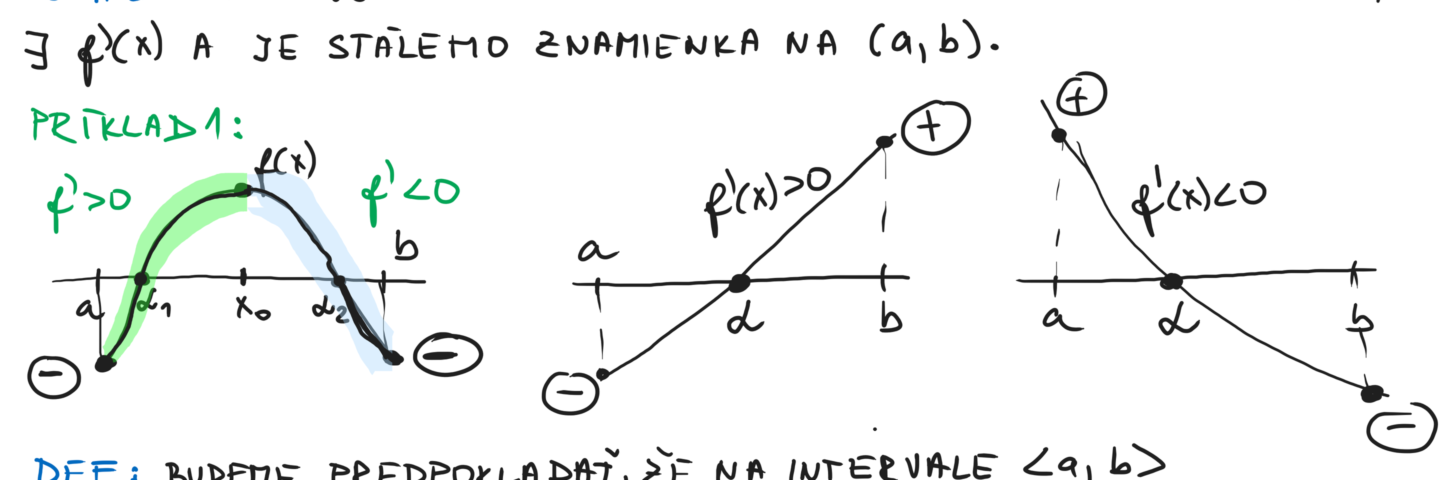
RIEŠIME ROVNICU $f(x) = 0$

VETA 1: AK JE FCIA $f(x)$ SPOJITÁ NA UZAVRETOM INTERVALE $\langle a, b\rangle$ A PLATÍ $f(a) \cdot f(b) < 0$, POTOM $\exists$ ASPOŇ 1 BOD $\alpha \in (a, b)$ TAKÝ, ŽE $f(\alpha) = 0$.



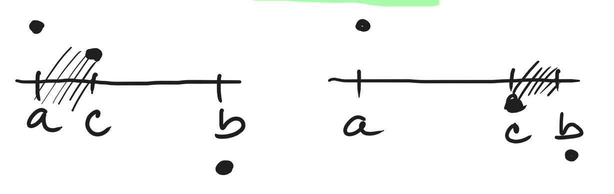
VETA 2: ČÍSLO α BUDE JEDINÝM KOREŇOM NA INTERVALE $\langle a, b\rangle$, AK $\exists\, f'(x)$ A JE STÁLEHO ZNAMIENKA NA (a, b).

PRÍKLAD 1:



DEF.: BUDEME PREDPOKLADAŤ, ŽE NA INTERVALE $\langle a, b\rangle$ $\exists$ PRÁVE 1 KOREŇ α ROVNICE $f(x) = 0$. POTOM HOVORÍME, ŽE KOREŇ α JE SEPAROVANÝ A INTERVAL $\langle a, b\rangle$ NAZVEME INTERVALOM SEPARÁCIE KOREŇA α.

ČASTO BUDEME ROBIŤ ZÚŽENIE INTERVALU SEPARÁCIE JEDNODUCHÝM SPÔSOBOM.



(PRÍKLAD 2)

VEZMEME ĽUBOVOĽNÝ BOD $c \in (a, b)$, MÔŽE TO BYŤ AJ STRED INTERVALU $\langle a, b\rangle$, VYPOČÍTAME $f(c)$.

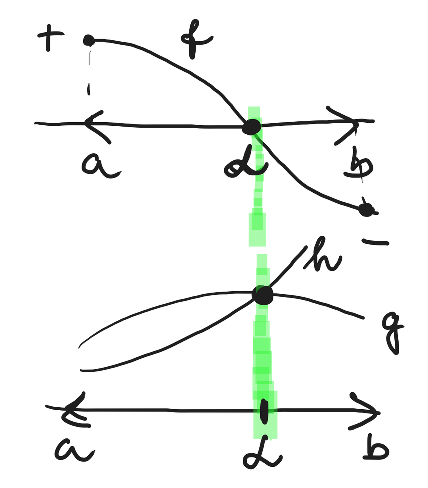
ZA NOVÝ (ZÚŽENÝ) INTERVAL SEPARÁCIE VEZMEME TÚ ČASŤ PÔVODNÉHO INTERVALU $\langle a, b\rangle$, KDE PLATÍ, ŽE FUNKČNÉ HODNOTY F-CIE V KONCOVÝCH BODOCH NOVÉHO INTERVALU MAJÚ OPAČNÉ ZNAMIENKA.

GRAFICKÉ HĽADANIE INTERVALU SEPARÁCIE

$f(x) = 0$

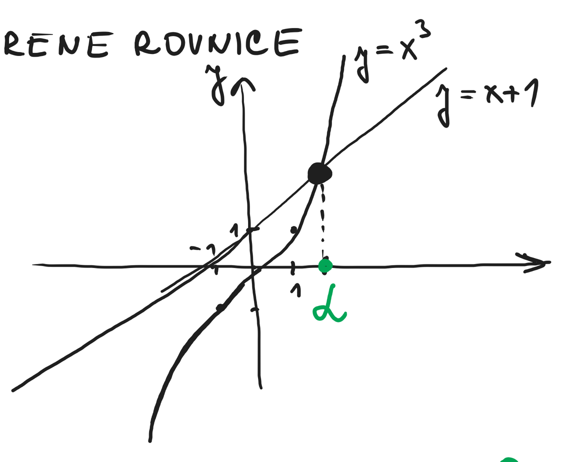
⋮

$g(x) = h(x)$



PRÍKLAD 3: ODSEPARUJTE VŠETKY KORENE ROVNICE

$\underbrace{x^3 - x - 1}_{f(x)} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underbrace{x^3}_{g(x)} = \underbrace{x + 1}_{h(x)}$



TIP: $\alpha \in \langle 1, 2\rangle$ ✓

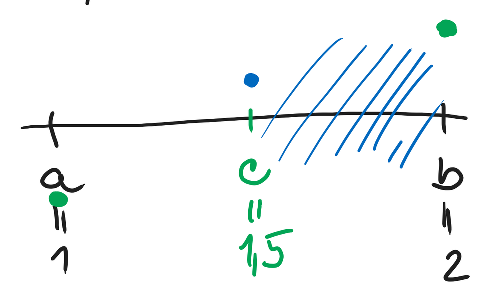
OVERENIE: $f(1) = 1^3 - 1 - 1 = -1$

$f(2) = 2^3 - 2 - 1 = +5$

ZÚŽENIE: NECH $c = 1{,}5$

$f(c) = (1{,}5)^3 - 1{,}5 - 1 = +0{,}875$

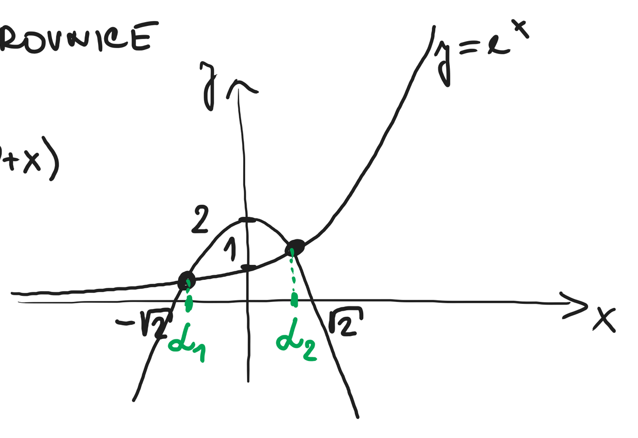
$\alpha \in \langle 1; 1{,}5\rangle$



PRÍKLAD 4: ODSEPARUJTE $\forall$ KORENE ROVNICE

$\underbrace{e^x + x^2 - 2}_{f(x)} = 0 \quad \Rightarrow \quad e^x = 2 - x^2$

$(\sqrt{2} - x)(\sqrt{2} + x)$



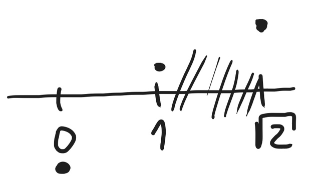
TIP: $\alpha_1 \in \langle -\sqrt{2}; -1\rangle$

OVERENIE: $f(-\sqrt{2}) = +0{,}243$

$f(-1) = -0{,}632$

ZÚŽENIE: NIE JE POTREBNÉ

TIP: $\alpha_2 \in$ ~~$\langle 1; \sqrt{2}\rangle$~~

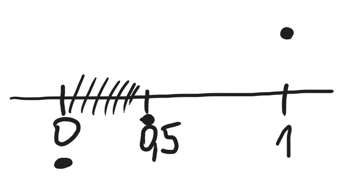


OVERENIE: $f(1) = +1{,}718$

$f(\sqrt{2}) = +4{,}11$

$f(0) = -1$

$\alpha_2 \in \langle 0, 1\rangle$



ZÚŽENIE: NECH $c = 0{,}5$

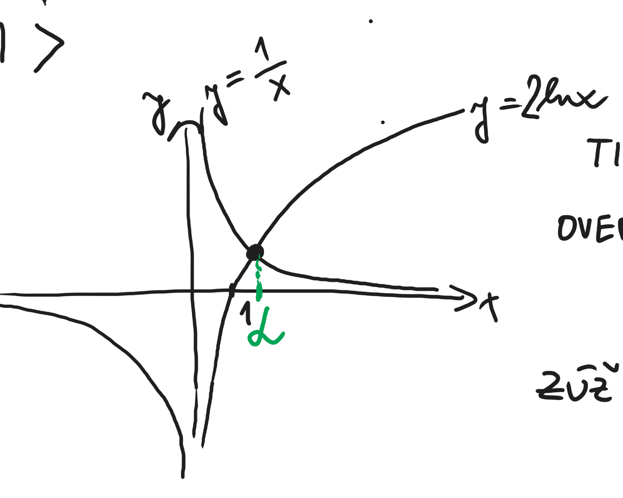
$f(c) = -0{,}101$

$\alpha_2 \in \langle 0{,}5; 1\rangle$

PRÍKLAD 5:

$2\ln x - \frac{1}{x} = 0$

$2\ln x = \frac{1}{x}$



TIP: $\alpha \in \langle 1; 2\rangle$

OVER.: $f(1) = -1$

$f(2) = +0{,}886$

ZÚŽ.: $c = 1{,}5$

$f(c) = +0{,}144$

$\alpha \in \langle 1; 1{,}5\rangle$

POZNÁMKA: AK NEJAKÉ ČÍSLO MÁ BYŤ SPRÁVNE ZAOKRÚHLENOU HODNOTOU NA d DESATINNÝCH MIEST, TAK SA OD PÔVODNÉHO ČÍSLA NESMIE LÍŠIŤ O VIAC AKO $\frac{1}{2} \cdot 10^{-d}$

(3 – DESATINNÉ MIESTA $\Rightarrow 0{,}5 \cdot 10^{-3} = 0{,}0005$)

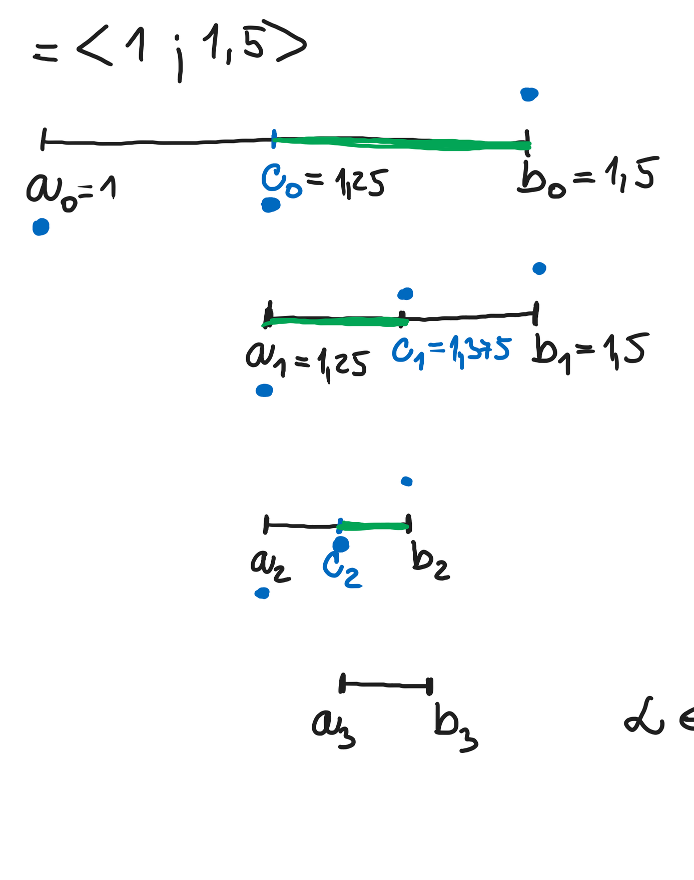
POSTUP NA ZUŽOVANIE INTERVALU SEPARÁCIE NÁS PRIVEDIE K PRVEJ NAJJEDNODUCHŠEJ METÓDE PRE PRIBL. RIEŠ. ROVNÍC

METÓDA BISEKCIE (METÓDA POLOVIČNÉHO DELENIA INTERVALU)

PRÍKLAD 6: RIEŠME ROVNICU

$x^3 - x - 1 = 0$

Z PRÍKLADU 3 VIEME, ŽE KOREŇ α LEŽÍ V INTERVALE $\langle a, b\rangle = \langle 1; 1{,}5\rangle$



$f(1) = -$, $f(1{,}5) = +$ $\Rightarrow$ $c_0 = \frac{a_0 + b_0}{2} = 1{,}25$, $f(c_0) = -$

$f(1{,}25) = -$, $f(1{,}5) = +$ $\Rightarrow$ $c_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} = 1{,}375$, $f(c_1) = +$

$f(1{,}25) = -$, $f(1{,}375) = +$ $\Rightarrow$ $c_2 = \frac{a_2 + b_2}{2} = 1{,}3125$, $f(c_2) = -$

$\alpha \in \langle a_3; b_3\rangle = \langle 1{,}3125; 1{,}375\rangle$