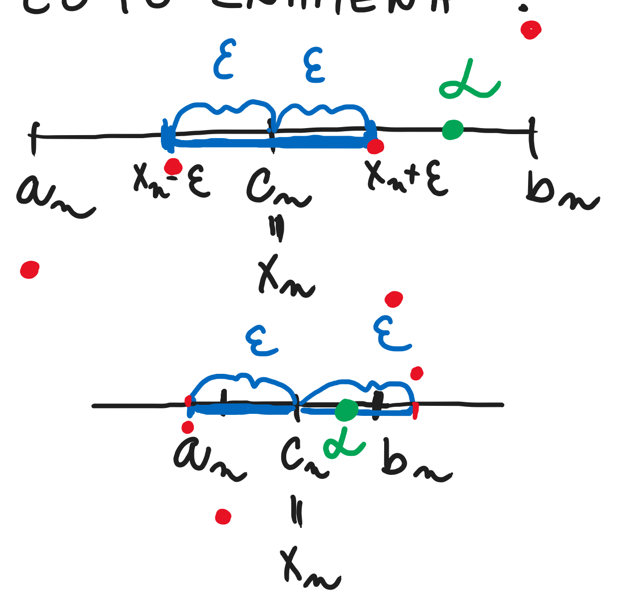
KEDY CELÝ TENTO PROCES UKONČÍME ?

1) AK SA NECHCEM DOPUSTIŤ CHYBY VÄČŠEJ AKO VOPRED STANOVENÉ ε, VYUŽIJEME DÔSLEDOK VETY 1: NECH PRE x_n – (N-TÁ ITERÁCIA) KOREŇA α PLATÍ $f(x_n-\varepsilon)\cdot f(x_n+\varepsilon)<0$. POTOM NA $(x_n-\varepsilon\,;\,x_n+\varepsilon)$ SA NACHÁDZA KOREŇ α, TEDA x_n POVAŽUJEME ZA RIEŠENIE ZÍSKANÉ S PRESNOSŤOU ε

$$\alpha \approx x_n \pm \varepsilon$$

ČO TO ZNAMENÁ ?



SPOMÍNANÁ PODMIENKA $f(x_n-\varepsilon)\cdot f(x_n+\varepsilon)<0$ BUDE SPLNENÁ, AK DĹŽKA INTERVALU $\langle a_n; b_n\rangle$ BUDE MENŠIA AKO DĹŽKA ε-OVÉHO INTERVALU.

TEDA PLATÍ: $|b_n-a_n| < 2\cdot\varepsilon$

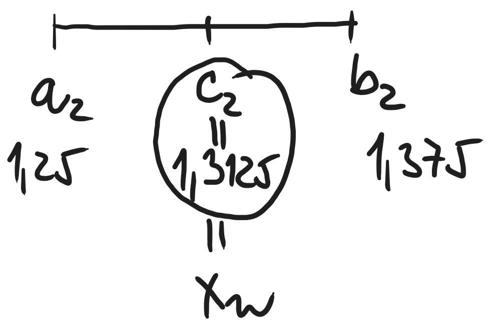
2) AK PRI POUŽITÍ BISEKCIE UROBÍME n-ITERÁCIÍ, CHCEME VEDIEŤ, AKEJ CHYBY SME SA DOPUSTILI, AK SME VÝPOČET UKONČILI V n-TOM KROKU ?

CHCEME VEDIEŤ, AKO ĎALEKO SA NACHÁDZAME S x_n OD KOREŇA α.

KEĎŽE SEPARAČNÝ INTERVAL DELÍME NA POLOVICU $n+1$ KRÁT $\Rightarrow$

PLATÍ $\underset{\substack{\parallel \\ c_n}}{|x_n-\alpha|} \leq \dfrac{b-a}{2^{n+1}}$

V PRÍKLADE 6 NEBOLA ZADANÁ CHYBA, KTOREJ SA MÔŽEME DOPUSTIŤ, ODHADNIME CHYBU, KTOREJ SME SA DOPUSTILI PRI UKONČENÍ PROCESU PO $n=2$



$$|c_2-\alpha| \leq \frac{1{,}5-1}{2^3} = \frac{1}{16} = \underline{\underline{0{,}0625}}$$

ZHRNUTIE: HĽADANIE KOREŇA PRI BISEKCII

$$f(x)=0$$

1) HĽADÁME INTERVALY SEPARÁCIE PRE VŠETKY KORENE $f(x)=0 \iff g(x)=h(x)$

2) APLIKUJEM ITERAČNÝ PROCES $\Rightarrow$ $c_n = \dfrac{a_n+b_n}{2}$; $n=0,1,2\dots$

3A) AK JE VOPRED DANÉ ε $\Rightarrow$ VÝPOČET KONČÍME, AK PLATÍ $|b_n-a_n| < 2\cdot\varepsilon$ A ZA PRÍPUSTNÚ APROXIMÁCIU KOREŇA α VEZMEME ČÍSLO $x_n = c_n = \dfrac{a_n+b_n}{2}$

3B) AK ε NEPOZNÁME, ALE UROBÍME $\underline{\underline{n}}$ ITERÁCIÍ, UROBÍME ODHAD ABSOLÚTNEJ CHYBY $\Rightarrow$ $\underset{\substack{\parallel \\ x_n}}{|c_n-\alpha|} \leq \dfrac{b-a}{2^{n+1}}$