

NMPaMŠ – 7.cvičenie

RNDr. Z. Gibová, PhD.

Kombinatorika

Princíp násobenia

Ak činnosť pozostáva z k krokov po sebe nasledujúcich a prvý krok môže byť uskutočnený n_1 spôsobmi, druhý krok môže byť uskutočnený n_2 spôsobmi,

⋮

k -ty krok môže byť uskutočnený n_k spôsobmi,

tak počet rôznych spôsobov vykonania činnosti je $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$.

Princíp sčítania

Majme množiny A_1, A_2, \dots, A_k , ktoré sú po dvojiciach disjunktné. Nech $|A_i| = n_i$.

Potom $|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k| = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

Permutácie

Permutácie sú usporiadané n -tice prvkov n -prvkovej množiny. Ak sú všetky prvky navzájom rôzne, jedná sa o **permutácie bez opakovania**. Ak sú niektoré prvky množiny rovnaké, jedná sa o **permutácie s opakovaním**.

Počet permutácií n -tej triedy bez opakovania je

$$P(n) = n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$$

Počet permutácií n -tej triedy s opakovaním je

$$P'_{n_1, n_2, \dots, n_c}(n) = \frac{n!}{n_1! n_2! \cdot \dots \cdot n_c!} \quad (n_1 + n_2 + \dots + n_c = n)$$

Variácie

Variácie sú usporiadané k -tice z n navzájom rôznych prvkov. Rozoznávame **variácie bez opakovania** a **variácie s opakovaním**.

Počet variácií k -tej triedy z n prvkov ($k \leq n$) je

$$V(n, k) = \frac{n!}{(n - k)!}.$$

V prípade $n = k$ dostávame permutácie.

Počet variácií k -tej triedy z n prvkov s opakovaním je

$$V'(n, k) = n^k.$$

Pri variáciách s opakovaním môže byť $k > n$.

Závisí na poradí prvkov.

Kombinácie

Kombinácie sú podmnožiny danej veľkosti odobraté z daného vstupného súboru. Počet prvkov súboru označíme n a počet prvkov podmnožiny označíme k . Počet kombinácií z n prvkov k -tej triedy ($k \leq n$) je

$$C(n, k) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Ak $n = k$, dostávame $C(n, n) = 1$.

Nezávisí na poradí prvkov.

Pre kombinačné čísla platí:

$$\binom{n}{0} = 1, \quad \binom{n}{n} = 1, \quad \binom{0}{0} = 1, \quad \binom{n}{n-1} = n.$$

Pr. 1: a) Koľkými spôsobmi môžeme usadiť za stôl päť hostí?

b) Ako by sa zmenilo rozsadenie, ak jeden hosť chce sedieť na prvom mieste?

Pr. 2: Na policičke treba rozostaviť vedľa seba 3 zelené, 2 červené a 2 žlté hrnčeky.

a) Koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť?

b) Koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť, ak hrnčeky rovnakej farby stoja vedľa seba?

c) Koľko rôznych spôsobov rozostavenia môže vzniknúť, ak hrnčeky rovnakej farby stoja vedľa seba, ak navyše jeden červený hrnček má uško a druhý nie?

b) ako tri prvky (celky)

Z Z Z C C Z Z
1 2 3 4 5 6 7



□□□ □□ □□
1 2 3

$$P(3) = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Pr. 3: Koľko je párnych prirodzených čísel, v zápise ktorých sa vyskytujú cifry 2, 3, 4, 5 iba raz?

Pr. 4: Koľko je 4 – ciferných prirodzených čísel deliteľných 4, v ktorých sa vyskytujú iba číslice 1, 2, 3, 4, 5 a každé z nich sa môže ľubovoľne opakovať.

číslo je deliteľné 4, ak jeho posledné dvojčíslenie je deliteľné 4

cifry 1, 2, 3, 4, 5

výber štvoríc z 5 cifier - variácie

 12, 24, 32, 44, 52 – je ich 5 = n_1

vyberáme 5 cifier na 2 miesta, môžu sa opakovať = variácie s opakovaním

$$n_2 = V(5,2) = 5^2 = 25$$

5 5 5 možností

spolu - počet všetkých 4 - ciferných prirodzených čísel deliteľných 4

$$n = n_1 \cdot n_2 = 5 \cdot 25 = 125$$

Pr. 5: Hokejový zápas sa skončil víťazstvom domácich 11:7, pričom po 1. tretine bol stav 4:6, po druhej 9:7. Koľko rôznych priebehov mohol mať tento zápas z hľadiska domácich?

Pravdepodobnosť

Klasická pravdepodobnosť

Jav (A) - výsledok pokusu, ktorý je možné opakovať za určitých podmienok niekoľkokrát

Istý jav I , nemožný jav \emptyset .

Pravdepodobnosť javu A

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

$$P(A) = \frac{\text{počet všetkých možných priaznivých výsledkov javu } A}{\text{počet všetkých možných výsledkov pokusu}}$$

Pre istý a nemožný jav je $P(I) = 1$ a $P(\emptyset) = 0$.

Pre opačný jav platí $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Žiadny = znamená 0 a nie viac

Najviac 3 = znamená 0, 1, 2, 3 a nie viac

Aspoň 2 = znamená dva a viac

Najmenej 5 = znamená 5 a viac

Pr. 1: Na policičke je náhodne rozostavených 20 rôznych kníh, medzi ktorými sú 4 knihy o počítačoch. Aká je pravdepodobnosť, že tieto štyri knihy sú postavené vedľa seba?

Pr. 2: Každá z troch krabíc obsahuje 10 lístkov očíslovaných od 1 do 10. Z každej krabice je náhodne vytiahnutý jeden lístok. Určte pravdepodobnosť toho, že súčet čísel na vytiahnutých lístkoch je väčší ako 4?

Pr. 3: Máme 10 vstupeniek po 200 eur, 3 vstupenky po 300 eur a 2 vstupenky po 500 eur. Určte pravdepodobnosť, že aspoň dve z týchto vstupeniek budú mať rovnakú cenu?