URČITÝ INTEGRÁL

VIEME:

1. derivácia : $F'(x) = f(x)$ $\qquad (\sin x)' = \cos x$
2. N.I $\qquad \int f(x)\,dx = \underbrace{F(x)+C}_{\text{fcie}}$ ✓ $\qquad \int \cos x\,dx = \sin x + C$
3. U.I $\qquad \int_a^b f(x)\,dx \to$ číslo ✓

URČITÝ INTEGRÁL

1° formulácia prakt. problému

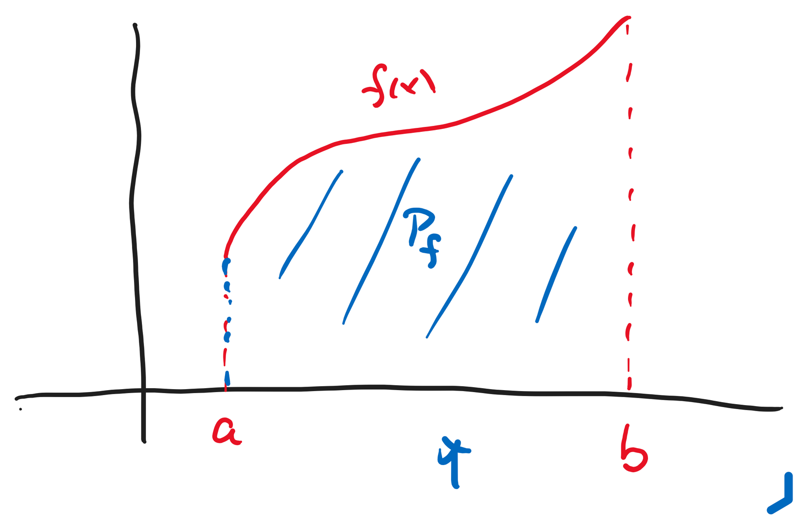
2° delenie intervalu $\langle a,b\rangle$

3° vybrané body (na aproximáciu / zjednodušenie)

4° aproximácia (integrálny súčet)

5° definícia $\int_a^b f(x)\,dx$ (limitný prechod)

1° Nech $f(x)$ spoj. na $\langle a,b\rangle$, $f(x) > 0$



$P_f = ?$

časť roviny

zhora graf $f(x)$ $\qquad$ zľava $x = a$

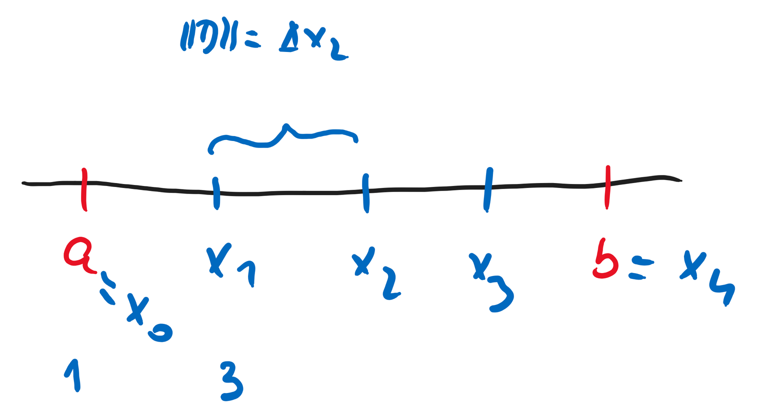
zdola os x $\qquad$ sprava $x = b$

P_f bude $\int_a^b f(x)\,dx$

2° Delenie

$D = \{x_0, x_1, \dots x_p\}$ je delenie $\langle a,b\rangle$ ak

$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_p = b$

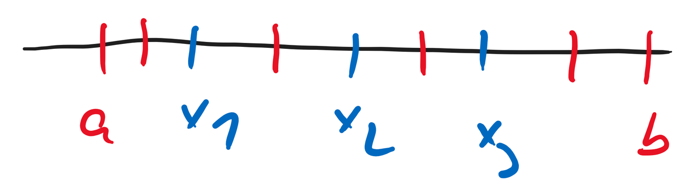


$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ dĺžka i-teho podintervalu

$\|D\| = \max_i \Delta x_i$ norma

Nech $D_1 = D$ – prvé delenie $\langle a,b\rangle$

D_2 vznikne z D_1 pridaním deliacich bodov



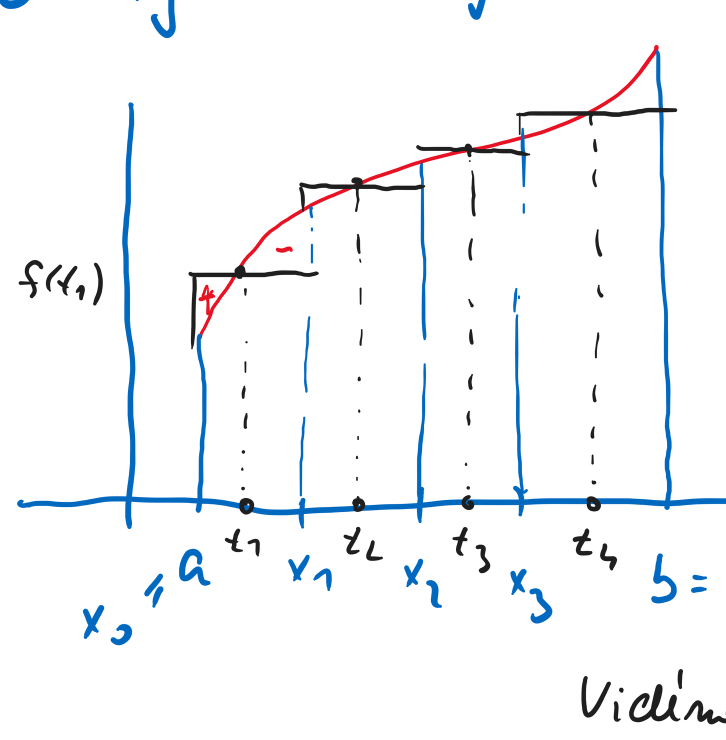
D_1 •

D_2 • + •

Dostaneme $\{D_n\}_{n=1}^{\infty}$ taký, že postupnosť $\|D_n\| \to 0$ pre $n \to \infty$

$|D_n| \to 0$ znamená, že $\langle x_{i-1}, x_i\rangle \to$ bodu

3° vybrané body $\qquad D_n$



z každého $\langle x_{i-1}, x_i\rangle$

vyberieme bod t_i (x_i)

4° aproximácia

zostrojíme obdĺžniky so stranami

Δx_i (dĺžka podint.)

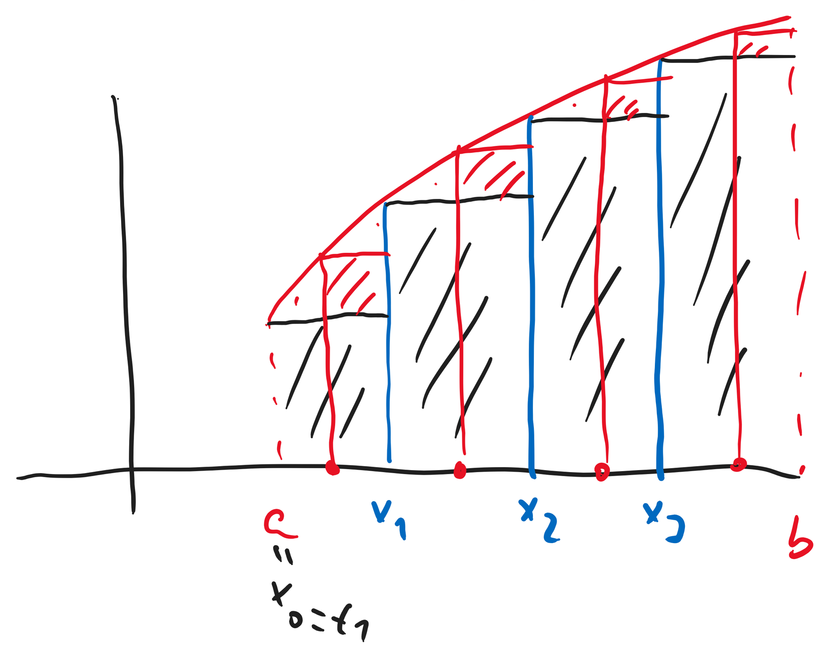
$f(t_i)$

Vidíme $\boxed{P_f \approx \sum_{i=1}^{p_n} f(t_i)\,\Delta x}$

detail

$n \to \infty$

=



Delenie D_n

$t_i = x_{i-1}$

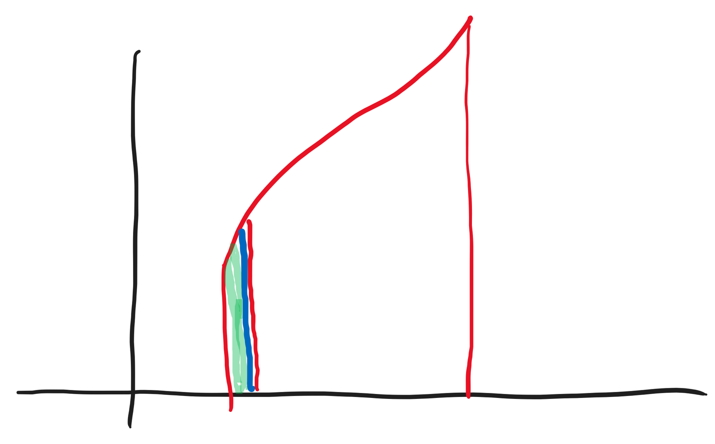
Delenie D_{n+1}

chyba je podstatne menšia

až $n \to \infty$

$\langle x_{i-1}, x_i\rangle$ – bodu

□ → úsečka



vyplnia plochu P_f úplne dokonale

5

$$P_f = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{p_n} f(t_i)\,\Delta x_i = \int_a^b f(x)\,dx$$

je to plocha pod grafom fcie f