

- v prípade degenerovaných úloh **LP** môže nastať v priebehu výpočtu nejednoznačnosť pri výbere pivota (v prípade nie jediného minimálneho podielu)

Cyklus v simplexovom algoritme

Cyklom v simplexovom algoritme rozumieme konečnú postupnosť krokov simplexového algoritmu, ktorý začína a končí rovnakou bázou, a teda aj rovnakou simplexovou tabuľkou.

- existuje nebezpečie vracania sa k bázam, ktoré sme už predtým prechádzali a tým vzniká riziko zacyklenia algoritmu

Veta (O vlastnostiach cyklov)

V priebehu každého cyklu sa hodnoty pravých strán ohraničení v nultom stĺpci nemenia a v každom kroku algoritmu pre i -ty riadok, ktorý obsahuje pivot platí, že $x_{i0} = 0$.

- úlohou anticyklických pravidiel (perturbačná metóda, lexikografické a Blandovo pravidlo) je jednoznačné stanovenie pravidiel výberu kľúčového stĺpca a riadka tak, aby bol výber vždy jednoznačný

Základný tvar úlohy LP

Uvažujme

$$\min\{\vec{c}^T \cdot \vec{x} : \mathbf{A} \cdot \vec{x} = \vec{b}, \vec{x} \geq \vec{0}\}, \quad (\text{LP})$$

kde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\vec{c} \in \mathbb{R}^n$, $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$ a $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$.

- autormi sú George B. Dantzig, Alex Orden a Philip Wolfe (1955)
- od základnej procedúry sa líši iba spresneným výberom pivotového riadku, ktorý sa určuje pomocou zložitejšieho pravidla (v prípade, ak by mohlo nastať zacyklenie úlohy)
- pravidlo je možné použiť v ľubovoľnej iterácii za predpokladu primárnej prípustnosti simplexovej tabuľky
- lexikografické pravidlo je nepoužiteľné v revidovanej metóde

Predpoklady použitia lexikografického pravidla pre úlohu LP

- predpokladáme primárnu prípustnosť
- predpokladáme duálnu neprípustnosť, t.j. úloha nie je prípustná

Lexikografické usporiadanie

Vektor $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^\top$ je **lexikograficky väčší** ako vektor $\vec{y} = (y_1, \dots, y_n)^\top$, píšeme $\vec{x} \succ \vec{y}$, ak

$$(\exists i)(x_i > y_i) \wedge (\forall j < i)(x_j = y_j).$$

Vektor \vec{x} je **lexikograficky kladný**, ak $\vec{x} \succ \vec{0}$ t.j. ak prvá jeho nenulová zložka je kladná.

- lexikografické pravidlo je veľmi dôležité pri triedení dát v počítačových programoch, ale aj pri zostavovaní slovníkov a encyklopédií
- lexikografické usporiadanie sa využíva aj v matematike napríklad pri porovnávaní racionálnych čísel

Pravidlá pre výber riadkov a stĺpcov:

- výber ľubovoľného stĺpca $j \in \{1, \dots, n\}$ so zápornou relatívnou cenou c_j^r ; odporúča sa výber stĺpca s najnižšou relatívnou cenou
- výber riadka $i \in \{1, \dots, m\}$, v ktorom sa nadobúda lexikografické minimum z $\frac{1}{x_{ij}}(x_{i0}, \dots, x_{in})^\top$ pre $x_{ij} > 0$

v prípade, ak výber pivota nie je jednoznačný:

$$\lambda(k) = \frac{x_{k0}}{x_{kj}} = \min \left\{ \frac{x_{l0}}{x_{lj}} : \text{pre } l \text{ s } x_{lj} > 0 \right\} \text{ pre } k \in K \subseteq \{1, \dots, m\}$$

- vyberáme i -ty riadok tak, aby vektor $\frac{1}{x_{ij}}(x_{i0}, \dots, x_{in})^\top$ bol lexikograficky minimálny zo všetkých vektorov $\frac{1}{x_{kj}}(x_{k0}, \dots, x_{kn})^\top$ pre dané $k \in K$

- autorom je Robert G. Bland (1977)
- Blandovo pravidlo je známe aj ako **pravidlo najmenších indexov** pretože požaduje voľbu pivotovaného stĺpca s najmenším indexom a z možných pivotovaných riadkov (ak výber pivota nie je jednoznačný kvôli viacerým rovnakým minimálnym podielom) volíme ten, ktorého bázická premenná má minimálny index
- medzi bázické indexy prichádza minimálny možný a odchádza tiež minimálny možný index
- predpokladom použitia Blandovho pravidla je **primárna prípustnosť** a **duálna neprípustnosť** úlohy **LP**
- Blandovo pravidlo je možné aplikovať **len v prípade použitia rovnakých premenných** s rôznymi indexami (za uvedených predpokladov **je použiteľné v revidovanej metóde**)

Pravidlá pre výber riadkov a stĺpcov:

- výber prvého stĺpca $j \in \{1, \dots, n\}$ zľava so zápornou relatívnou cenou c_j^r :

$$j = \min\{s : c_s^r < 0\}$$

- výber riadka $i \in \{1, \dots, m\}$ s pivotom $x_{ij} > 0$ tak, aby

$$\frac{x_{i0}}{x_{ij}} = \min \left\{ \frac{x_{k0}}{x_{kj}}, x_{kj} > 0 \right\}$$

v prípade, ak výber pivota nie je jednoznačný:

$$\lambda(k) = \frac{x_{k0}}{x_{kj}} = \min \left\{ \frac{x_{l0}}{x_{lj}} : \text{pre } l \text{ s } x_{lj} > 0 \right\} \text{ pre } k \in K \subseteq \{1, \dots, m\}$$

- vyberáme i -ty riadok tak, aby $i = \min\{B_k : k \in K\}$; B_k je index bázeickej premennej v k -tom riadku