Matematika 2 – 8.cvičenie

príprava

Určitý integrál

3.1 Newton – Leibnizov vzorec

Nech funkcia *f* je integrovateľná na intervale $\langle a, b\rangle$ a nech má na tomto intervale primitívnu funkciu *F*(*x*). Potom platí

$$\underbrace{\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x}_{\text{určitý integrál}} = [F(x)]_a^b = \mathrm{F}(b) - \mathrm{F}(a) = \text{čislo}$$

určitý integrál

dané hranice integrovania

a dolná hranica

b horná hranica

Určitý integrál

3.2 Substitučná metóda

Nech funkcia *f* je spojitá na intervale $\mathrm{I} \in \langle a, b \rangle$ a nech funkcia má spojitú deriváciu na ohraničenom intervale $\mathrm{J} \in \langle c, d \rangle$ a zobrazuje interval I do J. Potom platí

$$\int_a^b f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x = \int_c^d f(t)\mathrm{d}t = [F(t)]_c^d = \mathrm{F}(d) - \mathrm{F}(c)$$

$$\left|\begin{matrix} \varphi(x) = t \\ \varphi'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}t \\ a \to c = \varphi(a) \\ b \to d = \varphi(b) \end{matrix}\right|$$

c, d nové hranice po substitúcii pre t

a, b pôvodné hranice pre x

Určitý integrál

3.3 Metóda per partes

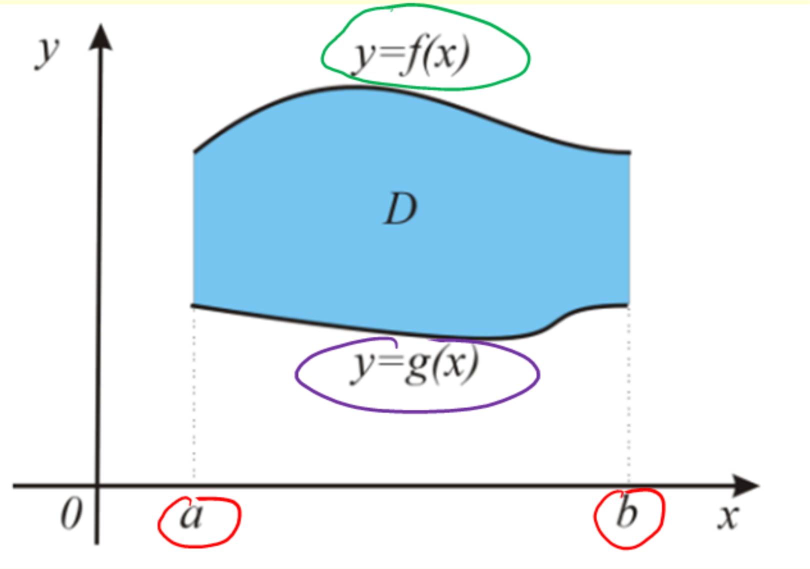
Nech funkcie *u*,*v* sú spojito diferencovateľné na intervale $\mathrm{I} \in \langle a, b\rangle$. Potom platí

$$\int_a^b u(x).\,v'(x)\,\mathrm{d}x = [u(x).\,v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,\mathrm{d}x$$

Použitie určitého integrálu
Plošný obsah rovinných útvarov

elementárna oblasť vzhľadom na os *x* **typ [x, y]**

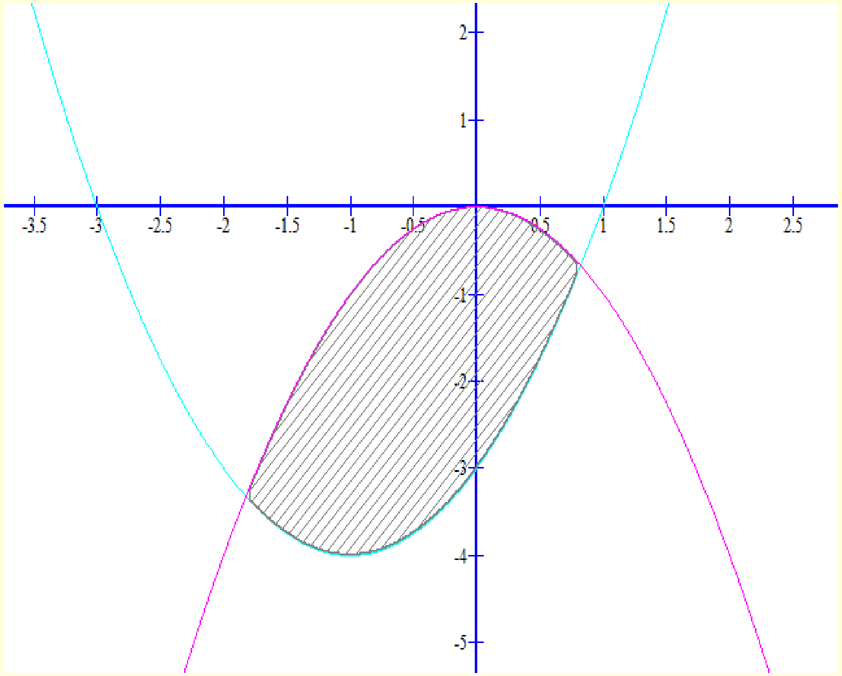
$$a \leq \boldsymbol{x} \leq b$$
$$g(x) \leq \boldsymbol{y} \leq f(x)$$

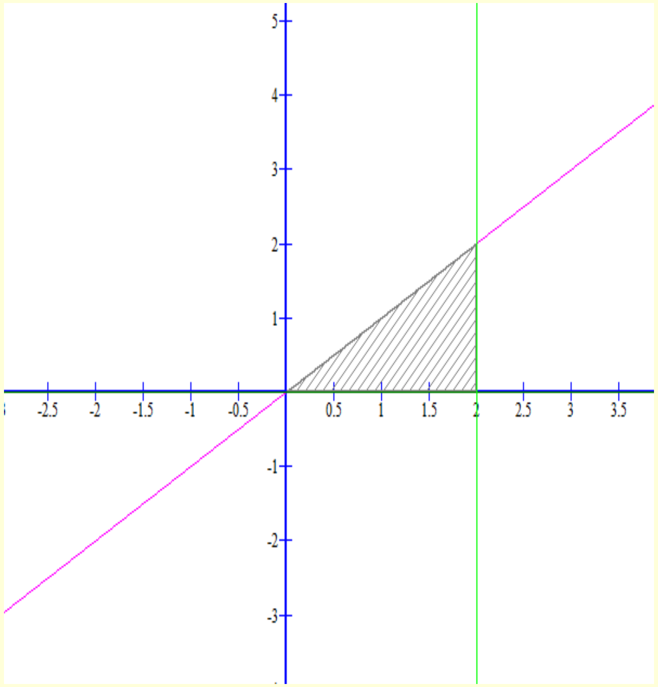


plocha je zhora a zdola ohraničená funkciami

Plošný obsah elementárnej oblasti D sa počíta podľa vzorca $P = \int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$.

Príklady:

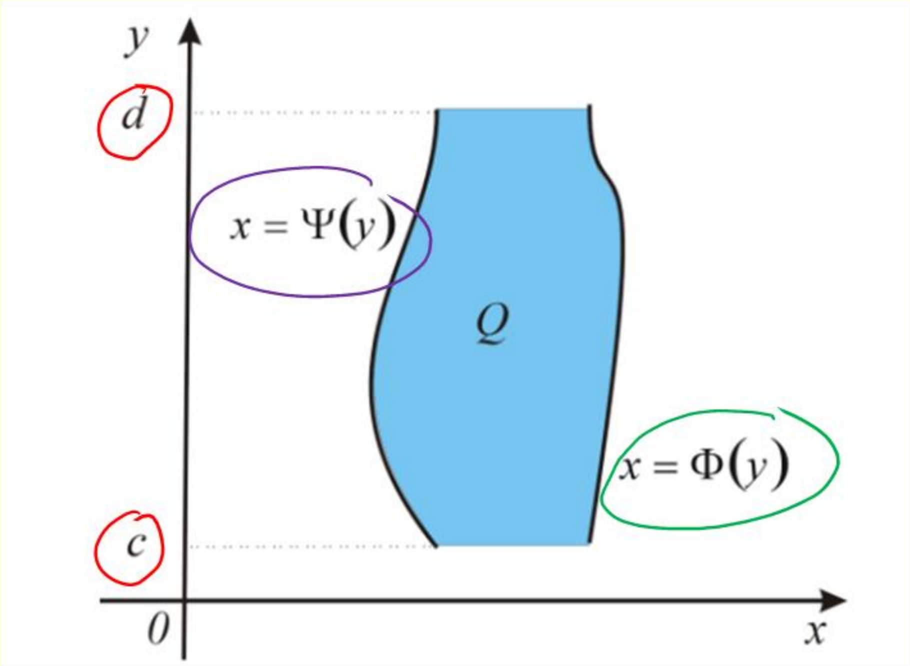




plocha je zhora a zdola ohraničená funkciami

elementárna oblasť vzhľadom na os *y* **typ [y,x]**

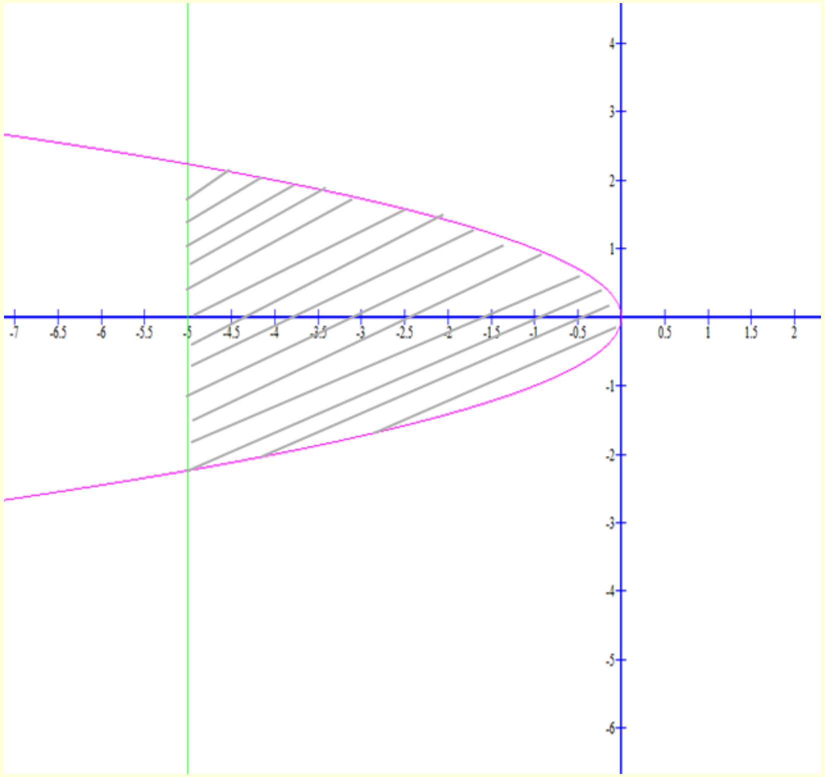
$$c \leq \boldsymbol{y} \leq d$$
$$\Psi(y) \leq \boldsymbol{x} \leq \phi\,(y)$$

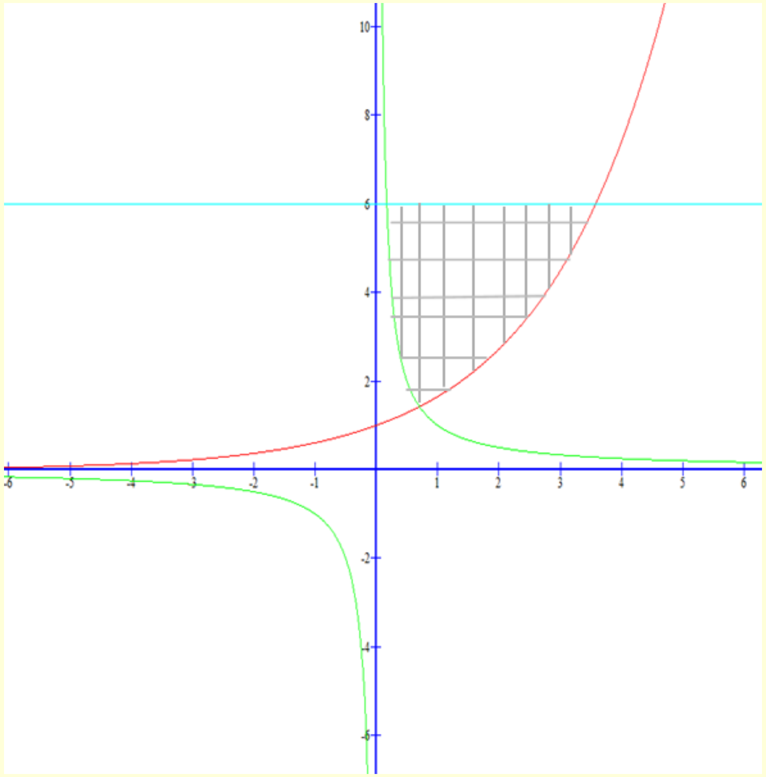


plocha je zprava a zľava ohraničená funkciami

Plošný obsah elementárnej oblasti Q sa počíta podľa vzorca $P=\int_c^d\left[\Phi(y)-\Psi(y)\right]dy.$

Príklady:





plocha je zprava a zľava ohraničená funkciami