

NEZÁVISLÉ JAVY

DEFINÍCIA 14: JAVY A a B NAZÝVAME NEZÁVISLÝMI PRÁVE VTEĎ, KED' PRAVDEPODOBNOŠŤ JEDNÉHO Z NICH SA NEMENÍ NASTANÍM DRUHÉHO JAVU ALEBO KED' PRAVDEPODOBNOŠŤ JEDNÉHO Z NICH JE NULOVÁ.

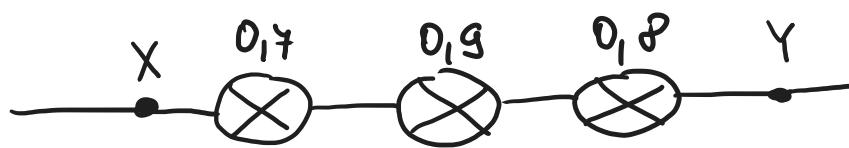
LEMA 4: JAVY A a B SÚ NEZÁVISLÉ PRÁVE VTEĎ, AK $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

LEMA 5 (PRAVDEPODOBNOŠŤ PRIENIKU NEZÁVISLÝCH JAVOV):

SYSTÉM JAVOV $A_1, A_2, \dots, A_n$ JE NEZÁVISLÝ PRÁVE VTEĎ, AK

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

PRÍKLAD 15: URČME PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE MEDZI BODMI X a Y PRETEČIE PRÚD, AK POZNAVAME PRAVDEPODOBNOŠŤ TOMO, ŽE ŽIAROVKY V SCHÉME SÚ DOBRÉ.



A - MEDZI BODMI X a Y PRETEČIE PRÚD

A_i - i -TÁ ŽIAROVKA JE DOBRÁ (PRECHÁDZA ŇOU PRÚD)

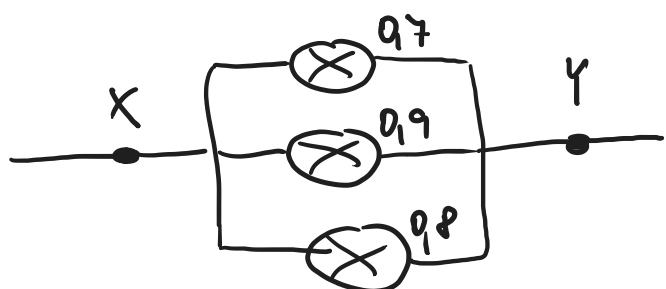
$$P(A) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0.7 \cdot 0.9 \cdot 0.8 = 0.504$$

LEMA 6 (PRAVDEPODOBNOŠŤ ZJEDNOTENIA NEZÁVISLÝCH JAVOV):

AK JE SYSTÉM JAVOV $A_1, A_2, \dots, A_n$ NEZÁVISLÝ, TAK

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_n)$$

PRÍKLAD 16: URČME PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE MEDZI BODMI X a Y PRETEČIE PRÚD, AK POZNAVAME PRAVDEPODOBNOŠŤ TOMO, ŽE SÚ ŽIAROVKY V SCHÉME DOBRÉ.



A - MEDZI BODMI X a Y PRETEČIE PRÚD

A_i - i -TÁ ŽIAROVKA JE DOBRÁ (PRETEČIE ŇOU PRÚD)

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 1 - 0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.2 = 0.994$$

OPAKOVANÉ NEZÁVISLÉ POKUSY

PRÍKLAD 17: URČME PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE PRI TROCH HODENÍ KOCKOU PADNE „6“ PRÁVE DVA KRÁT.

A - ŠESTKA PADNE PRÁVE DVA KRÁT

A_i - V i -TOM HODE PADNE ŠESTKA

AKÉ SÚ VŠETKY MOŽNOSTI NASTATIA JAVU A :

$$P \ P \ N \quad \vee \quad P \ N \ P \quad \vee \quad N \ P \ P$$

$$A = (A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) \cup (A_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) \cup (\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3)$$

$$P(A) = P(A_1 \cap A_2 \cap \bar{A}_3) + P(A_1 \cap \bar{A}_2 \cap A_3) + P(\bar{A}_1 \cap A_2 \cap A_3)$$

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(\bar{A}_3) + P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(A_3) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3)$$

$$P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{72} =$$

$$\underline{\underline{\approx 0.0694 \Rightarrow (6.94\%)}}$$

LEMA 7 (BERNOULLIMO VETA): PRAVDEPODOBNOŠŤ TOMO, ŽE PRI „ n “ NEZÁVISLÝCH OPAKOVANIACH DANÉHO POKUSU NASTANE JAV A PRÁVE „ k “ KRÁT JE $P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$; $k \in \{0; 1; 2; \dots; n\}$,

KDE p JE PRAVDEPODOBNOŠŤ TOMO, ŽE V DANOM POKUSE NASTANE SLEDOVANÝ JAV A .

$$\text{Z PRÍKLADU 17: } P_3(2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^1 = \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 2!}{2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} =$$

$$\text{POČET VŠETKÝCH MOŽNOSTÍ} \quad \leftarrow \quad = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \underline{\underline{\frac{5}{72}}}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$