

(BAYESOV VZOREC)

PRÍKLAD 28: VÝROBKÝ VYRÁBAJÚ 3 SKUPINY. PRVÁ SKUPINA VYROBÍ 450 KUSOV, DRUHÁ 550 KUSOV A TRETIA 600 KUSOV VÝROBKOV. JEJNÓTLIVÉ SKUPINY MAJÚ 1%, 3% a 2%-NÚ NEPODAROKOVOSŤ. NA KONTRÓLU KVALITY BOL VYBRANÝ 1 VÝROBOK - NEPODAROK. AKÁ JE PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE BOL VYROBENÝ TREŤOU SKUPINOU?

A - VÝROBOK BOL NEPODAROK

M_1 - VÝROBOK BOL VYROBENÝ 1. SKUPINOU $\Rightarrow P(M_1) = \frac{450}{1600}$; $P(A/M_1) = 0,01$

M_2 - " " 2. SKUPINOU $\Rightarrow P(M_2) = \frac{550}{1600}$; $P(A/M_2) = 0,03$

M_3 - " " 3. SKUPINOU $\Rightarrow P(M_3) = \frac{600}{1600}$; $P(A/M_3) = 0,02$

$$P(M_3/A) = \frac{P(M_3) \cdot P(A/M_3)}{P(A)} = \frac{0,375 \cdot 0,02}{0,020625} = 0,0364 \Rightarrow (3,64\%)$$

$$P(A) = P(M_1) \cdot P(A/M_1) + P(M_2) \cdot P(A/M_2) + P(M_3) \cdot P(A/M_3) = \frac{450}{1600} \cdot 0,01 + \frac{550}{1600} \cdot 0,03 + \frac{600}{1600} \cdot 0,02 = \frac{33}{1600} = 0,020625$$

PRÍKLAD 29: DVAJA ROBOTNÍCI VYRÁBAJÚ ROVNAKÉ VÝROBKÝ, PRÍČOM PRVÝ VYROBÍ 2 KRÁT VIAC AŽO DRUHÝ. PRAVDEPODOBNOŠŤ VÝROBY NEPODAROKU JE U PRVÉHO ROBOTNÍKA 0,02 A DRUHÉHO 0,01. ZO SKLADU SA VYBRAL 1 VÝROBOK - NEPODAROK. AKÁ JE PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE HO VYROBIL PRVÝ ROBOTNÍK. (POROVNAJTE ZISKANIE S PRÍKLADOM 13)

A - VYBRANÝ VÝROBOK BOL NEPODAROK

M_1 - VÝROBOK BOL VYROBENÝ 1. ROBOTNÍKOM $\Rightarrow P(M_1) = \frac{2}{3}$; $P(A/M_1) = 0,02$

M_2 - " " 2. ROBOTNÍKOM $\Rightarrow P(M_2) = \frac{1}{3}$; $P(A/M_2) = 0,01$

$$P(M_1/A) = \frac{P(M_1) \cdot P(A/M_1)}{P(A)} = \frac{P(M_1) \cdot P(A/M_1)}{P(M_1) \cdot P(A/M_1) + P(M_2) \cdot P(A/M_2)} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,02}{\frac{2}{3} \cdot 0,02 + \frac{1}{3} \cdot 0,01} = \frac{0,04}{0,05} = 0,8 \Rightarrow (80\%)$$

(NEZÁVISLÉ JAVY)

PRÍKLAD 30: ŠTYRIA ŠTUDENTI NEZÁVISLE NA SEBE RIEŠIA JEDNU ÚLOHU. PRVÝ JU VYRIEŠI S PRAVDEPODOBNOŠŤOU 0,6 ; ĎALŠÍ S PRAVDEPODOBNOŠŤAMI 0,55 ; 0,45 A 0,5. AKÁ JE PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE ÚLOHA BUDE VYRIEŠENÁ?

OPACHNÉ JAVY

a) VŠETKYMI ŠTUDENTAMI

A - ÚLOHU VYRIEŠIL 1. ŠTUDENT $\Rightarrow P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$

B - " " 2. ŠT. $\Rightarrow P(B) = 0,55 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,45$

C - " " 3. ŠT. $\Rightarrow P(C) = 0,45 \Rightarrow P(\bar{C}) = 0,55$

D - " " 4. ŠT. $\Rightarrow P(D) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{D}) = 0,5$

$$P(A \cap B \cap C \cap D) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \cdot P(D) = 0,6 \cdot 0,55 \cdot 0,45 \cdot 0,5 = 0,07425$$

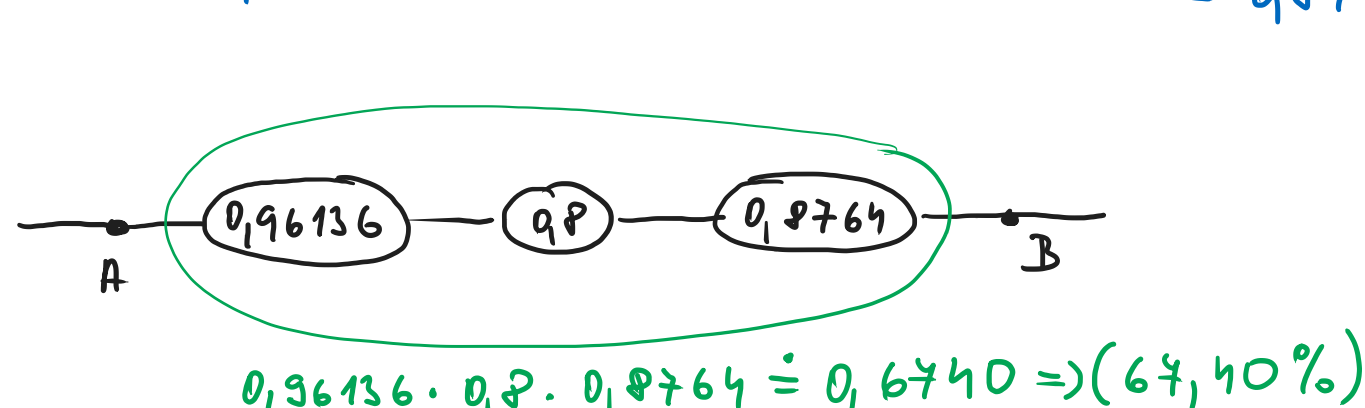
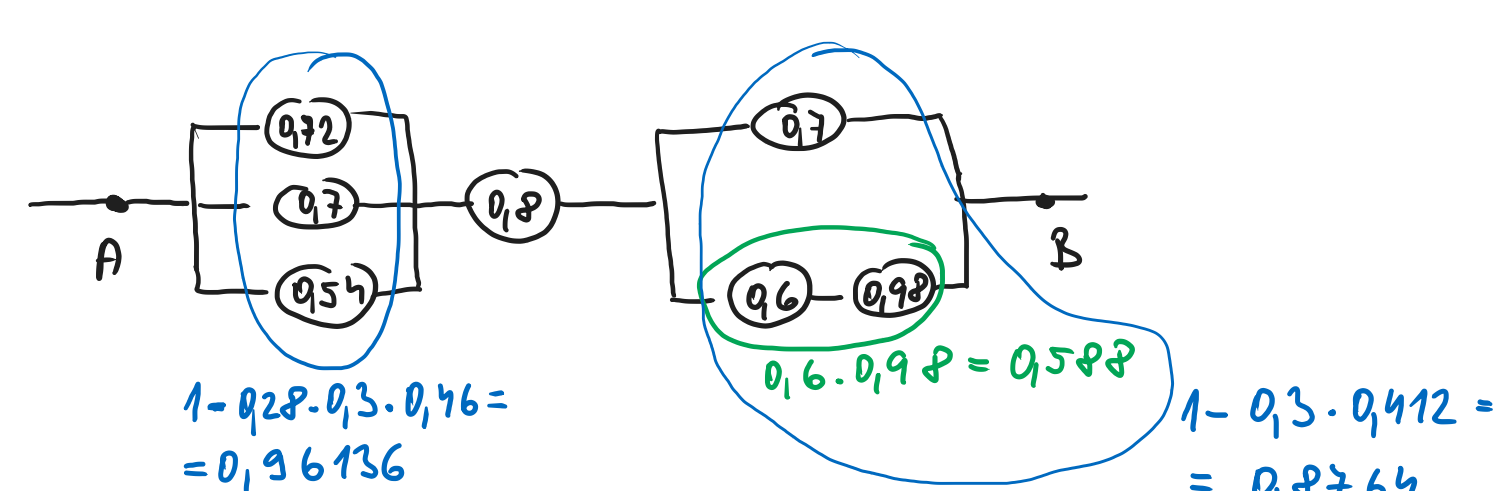
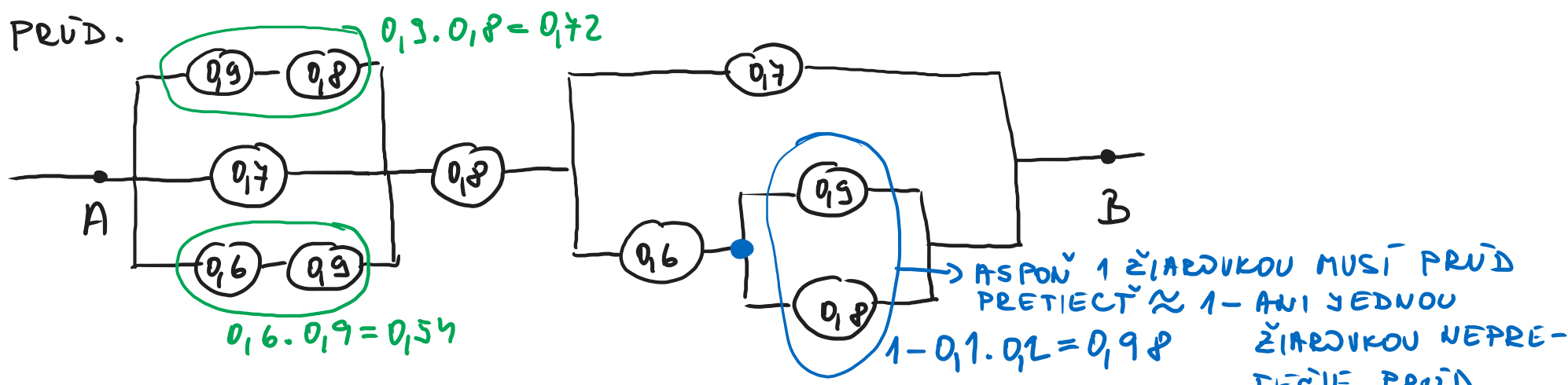
b) VÔRAC NEBUDE VYRIEŠENÁ

$$P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap \bar{D}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) \cdot P(\bar{D}) = 0,4 \cdot 0,45 \cdot 0,55 \cdot 0,5 = 0,0495$$

c) ASPOŇ JEDNÝM ŠTUDENTOM $\approx (1 - \text{ANI JEDEŇ ŠTUDENT})$

$$P(A \cup B \cup C \cup D) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cap \bar{D}) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(\bar{C}) \cdot P(\bar{D}) = 1 - 0,0495 = 0,9505$$

PRÍKLAD 31: ŽIAROVKY SÚ ZAPOJENÉ PODĽA SCHÉMY NA OBRÁZKU. PRI KAŽDEJ ŽIAROVKE JE UVEDENÁ PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE JE ŽIAROVKA DOPRÁ. URČTE PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE Z BODU A DO BODU B BUDE PRETEKAŤ PRÚD.



(OPAKOVANÉ POKUSY - BERNOULLIHO VZOREC)

PRÍKLAD 32: PRAVDEPODOBNOŠŤ TRAFENIA DO KOŠA JE 0,7. URČTE PRAVDEPODOBNOŠŤ, ŽE PRI 6 NEZÁVISLÝCH HODODCH

a) TRAFÍME PRAVE 2 KRÁT

$$P_n(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} ; p - \text{PRAVDEPODOBNOŠŤ NASTATIA JAVU „A“}$$

A - TRAFÍM DO KOŠA

$$P_6(2) = \binom{6}{2} \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^4 = \frac{6!}{2!4!} \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^4 = \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^4 = 15 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3^4 = 0,0595$$

b) NETRAFIEME DO KOŠA $\approx$ TRAFÍME NULA KRÁT

$$P_6(0) = \binom{6}{0} \cdot 0,7^0 \cdot 0,3^6 = \frac{6!}{0!6!} \cdot 0,3^6 = 0,000729$$

c) TRAFÍME ASPOŇ 1 KRÁT $\approx 1 - \text{ANI JEDEŇ KRÁT}$

$$P_6(1) + P_6(2) + P_6(3) + P_6(4) + P_6(5) + P_6(6) = 1 - P_6(0) = 1 - 0,000729 = 0,999271$$

PRÍKLAD 33: ČO JE PRAVDEPODOBNEJŠIE PRI HÁDZANÍ MINCOU. HODIŤ 2 KRÁT ZNAK PRI 4 HODOCH ALEBO HODIŤ 3 KRÁT ČÍSLO PRI 6 HODOCH?

A - PADNE ZNAK $\Rightarrow P(A) = 0,5$

B - PADNE ČÍSLO $\Rightarrow P(B) = 0,5$

$$P_4(2) = \binom{4}{2} \cdot 0,5^2 \cdot 0,5^2 = 0,375$$

$$P_6(3) = \binom{6}{3} \cdot 0,5^3 \cdot 0,5^3 = 0,3125$$