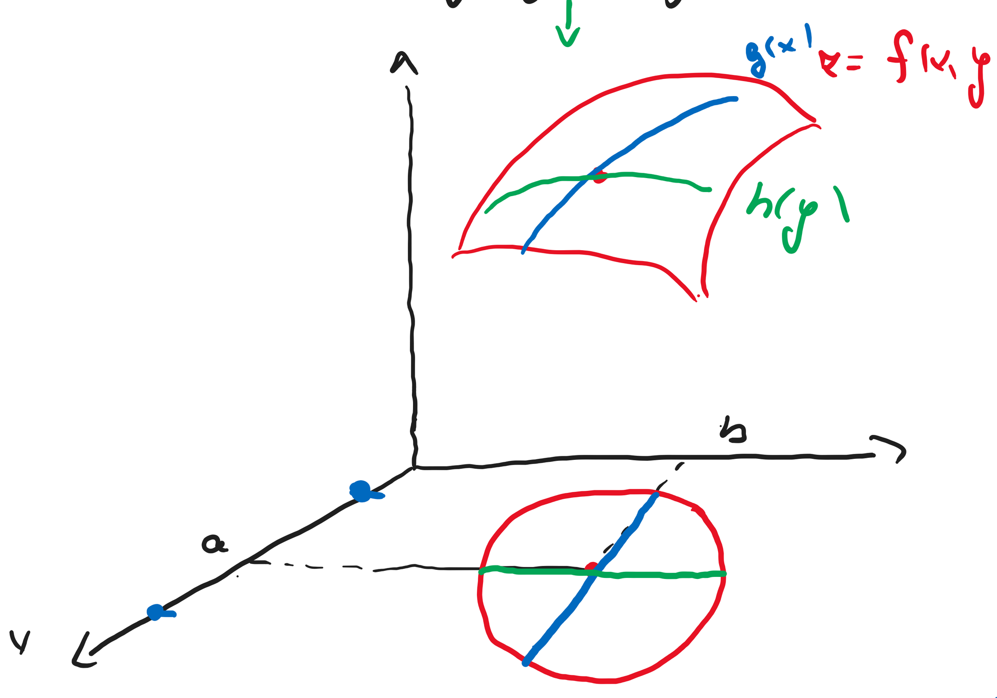
PARCIÁLNE DERIVÁCIE F2P

PD

Pre F1P $f'(x)$ sa používa s nejakým významom (GRAF, EXTRÉM, ..)

To isté platí pre F2P

Nech $f(x,y)$ je def (spoj) na $O(A)$, $A=[a,b]$



$\bullet = [a,b]$

$\bullet = f(a,b)$

Pomocou F2P $f(x,y)$ definujem dve F1P $g(x)$, $h(y)$ a pomocou g, h definujem PD $\frac{\partial f(a,b)}{\partial x}$, $\frac{\partial f(a,b)}{\partial y}$

Prem. Konšt.

Zober interval $[x,b]$ ($\in O(A)$)

vytvorme funkciu g: $\boxed{g(x)=f(x,b)}$ vypočítam F2P pre rovnakú úsečku

až úsečka $[x,b]$ leží bude $\parallel ox$ $\parallel oy$

tak úsečka bude plocha F2P (červená) a tá priesečnica je práve $g(x)$

Zober úsečku $[a,y]$ a urob

$h(y)=f(a,y)$

I. Nech fcia $g(x)$ (parciálna) má deriváciu v a. Táto derivácia sa nazýva PARCIÁLNA DERIVÁCIA FCIE $f(x,y)$ PODĽA PREMENNEJ x V BODE $[a,b]$

Zápis $\frac{\partial f(a,b)}{\partial x} \overset{\text{def}}{=} g'(a) \overset{\text{F1P}}{=} \lim_{x\to a}\frac{g(x)-g(a)}{x-a} = \lim_{x\to a}\frac{f(x,b)-f(a,b)}{x-a}$

ANALOGICKY

$\frac{\partial f(a,b)}{\partial y} \overset{\text{def}}{=} h'(b) \overset{\text{F1P}}{=} \lim_{y\to b}\frac{h(y)-h(b)}{y-b} = \lim_{y\to b}\frac{f(a,y)-f(a,b)}{y-b}$

PRETOŽE $\frac{\partial f}{\partial x}$ (resp. $\frac{\partial f}{\partial y}$) boli definované pomocou derivácie F1P ($g(x)$, $h(y)$) VŠETKY PRAVIDLÁ PLATNÉ PRE F1P PLATIA AJ PRE F2P

d.j. $\frac{\partial}{\partial x}(f\cdot\varphi) = \frac{\partial f}{\partial x}\varphi + f\frac{\partial \varphi}{\partial x}$

F2P

$\frac{\partial}{\partial y}(f\cdot\varphi) = \frac{\partial f}{\partial y}\varphi + f\frac{\partial \varphi}{\partial y}$

VIEME

$\frac{\partial f(a,b)}{\partial x} = \lim_{x\to a}\frac{f(x,b)-f(a,b)}{x-a}$

Pri výpočte $\frac{\partial f}{\partial x}$ s druhou premennou nerobí nič d.j. chová sa ako konštanta.

Pri výpočte $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ sa premenná y chová ako konšt. A NAOPAK

Pr $f(x,y)=x^3\sin y$ F2P

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2\sin y$ $\qquad \frac{\partial f}{\partial y} = x^3\cdot\cos y$

VIDíME, ŽE $\frac{\partial f}{\partial x}$ aj $\frac{\partial f}{\partial y}$ sú ZNOVA F2P A MÔŽEM ICH DERIVOVAŤ, TÝM DOSTÁVAM PD 2. rádu

$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial x} \overset{\text{ÚSPORNE}}{=} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 6x\sin y = f''_{xx}$

$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = x^3(-\sin y) = f''_{yy}$

PORADIE

$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x} = 3x^2\cos y = f''_{yx}$

$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} = 3x^2\cos y = f''_{xy}$

~~NÁHODA?~~

ZÁKON? 0

VŽDY

3x

$f(x,y) = x\sin(x\cdot y)$

$\frac{\partial f}{\partial x} = \sin(xy) + x[\cos(xy)]y$

$\frac{\partial f}{\partial y}$ – NO PROBL

$f(x,y) = \frac{e^{xy}}{\sin(xy)}$ $\qquad \frac{\partial f}{\partial x}$