- predpokladáme existenciu optimálneho riešenia úlohy **LP**

Základný tvar úlohy LP

Uvažujme

$$\min\{f(\vec{x}) = \vec{c}^\top \cdot \vec{x} : \boldsymbol{A} \cdot \vec{x} = \vec{b}, \vec{x} \geqq \vec{0}\}, \tag{LP}$$

kde $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\vec{c} \in \mathbb{R}^n$, $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$ a $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^\top$.

- v pôvodnej tabuľke máme vektor koeficientov účelovej funkcie $\vec{c}$, vektor pravých strán ohraničení $\vec{b}$, maticu koeficientov ohraničení $\boldsymbol{A}$ a jednotkovú maticu maticu $\boldsymbol{B}$
- v optimálnej tabuľke máme bázu $\mathcal{B} \subseteq \{1, \dots, n\}$, maticu koeficientov ohraničení $\boldsymbol{A}^*$ a inverznú maticu $\boldsymbol{B}^{-1}$

Vlastnosti optimálnej tabuľky

Nech $\vec{x}_0^{\,\mathrm{opt}}$ je optimálne bázické riešenie a $\vec{c}_{\mathcal{B}}$ je vektor koeficientov účelovej funkcie odpovedajúci báze $\mathcal{B}$. Potom platí:

$$\vec{x}_0^{\,\mathrm{opt}} = \boldsymbol{B}^{-1} \cdot \vec{b} \geqq \vec{0} \tag{V_1}$$

$$\vec{c}^{\,r\top} = \vec{c}^{\,\top} - \vec{c}_{\mathcal{B}}^{\,\top} \cdot \boldsymbol{A}^{*} \geqq \vec{0}^{\,\top} \tag{V_2}$$

$$f^{\,\mathrm{opt}} = f(\vec{x}^{\,\mathrm{opt}}) = \vec{c}_{\mathcal{B}}^{\,\top} \cdot \boldsymbol{B}^{-1} \cdot \vec{b} \tag{V_3}$$

- pri postoptimalizačnej analýze rozlišujeme zmeny:

a) zmena vektora pravých strán

b) zmena vektora koeficientov účelovej funkcie

c) pridanie novej premennej

d) pridanie nového ohraničenia

- pri zmene vektora $\vec{b}$ sa niektorá jeho zložka zmení o určitú hodnotu, t.j. $\vec{b} \to (\vec{b} + \Delta\vec{b})$, no $\Delta\vec{b}$ nemá vplyv na DP

1. v prípade ak
$$\boldsymbol{B}^{-1} \cdot (\vec{b} + \Delta\vec{b}) \geqq \vec{0},$$
tabuľka zostáva optimálnou a $f^{\text{opt}} = \vec{c}_{\mathcal{B}}^{\top} \cdot \boldsymbol{B}^{-1} \cdot (\vec{b} + \Delta\vec{b})$

2. v prípade ak
$$\boldsymbol{B}^{-1} \cdot (\vec{b} + \Delta\vec{b}) \ngeqq \vec{0},$$
tabuľka nie je PP a optimálne riešenie nájdeme pomocou duálneho algoritmu

- pri intervalovej zmene pravej strany ohraničenia sa taktiež niektorá zložka vektora $\vec{b}$ zmení o určitú hodnotu, t.j.

$$\vec{b} \rightarrow (\vec{b} + \Delta\vec{b})$$

- úlohou je zistiť podmienky zabezpečujúce existenciu optimálneho riešenia novej úlohy vzhľadom na zmenu $\Delta\vec{b}$, t.j. zachovávajúc PP s využitím

$$\boldsymbol{B}^{-1} \cdot (\vec{b} + \Delta\vec{b}) \geqq \vec{0} \qquad (V_1^*)$$

- vyriešením sústavy lineárnych nerovníc (V_1^*) docielime parametrizáciu zmeny $\Delta\vec{b}$ a optimálnych riešení novej úlohy

- pri zmene vektora $\vec{c}$ sa niektorá jeho zložka zmení o určitú hodnotu, t.j. $\vec{c} \to (\vec{c} + \Delta\vec{c})$, no $\Delta\vec{c}$ nemá vplyv na PP
- vektor nových relatívnych cien $\vec{c}^{\,r}$ má tvar

$$\vec{c}^{\,r\top} = (\vec{c} + \Delta\vec{c})^\top - (\vec{c}_\mathcal{B} + \Delta\vec{c}_\mathcal{B})^\top \cdot \boldsymbol{A}^* \quad \text{resp.}$$

$$c_j^r = (c_j + \Delta c_j) - (\vec{c}_\mathcal{B} + \Delta\vec{c}_\mathcal{B})^\top \cdot A_j^*$$

1. v prípade ak $\vec{c}^{\,r} \geqq \vec{0}$, tabuľka zostáva optimálnou a $f^{\text{opt}} = (\vec{c}_\mathcal{B} + \Delta\vec{c}_\mathcal{B})^\top \cdot \boldsymbol{B}^{-1} \cdot \vec{b}$
2. v prípade ak $\vec{c}^{\,r} \ngeqq \vec{0}$, tabuľka nie je DP a optimálne riešenie nájdeme pomocou primárneho algoritmu

- pri intervalovej zmene vektora $\vec{c}$ sa niektorá jeho zložka zmení o určitú hodnotu, t.j.

$$\vec{c} \to (\vec{c} + \Delta\vec{c})$$

- úlohou je zistiť podmienky zabezpečujúce existenciu optimálneho riešenia novej úlohy vzhľadom na zmenu $\Delta\vec{c}$, t.j. zachovávajúc DP s využitím

$$\vec{c}^{\,r\top} = (\vec{c} + \Delta\vec{c})^\top - (\vec{c}_{\mathcal{B}} + \Delta\vec{c}_{\mathcal{B}})^\top \cdot \boldsymbol{A}^* \geqq \vec{0}^{\,\top} \qquad (V_2^*)$$

- vyriešením sústavy lineárnych nerovníc (V_2^*) docielime parametrizáciu zmeny $\Delta\vec{c}$ so zachovaním $\vec{x}^{\,\mathrm{opt}}$ z pôvodnej úlohy